جامعة مولاي إسماعيل
UNIVERSITÉ MOULAY ISMAÏL
كلية العلوم
FACULTÉ DES SCIENCES

Département de Mathématiques
Filière : SMPC-S_2-
Année universitaire : 20/21

Série 2 : Équations différentielles

Exercice 1. (*Équations à variables séparables*)
Résoudre en précisant le domaine de définition de la solution des équations suivantes

(e_1) : $y' = y^2$,

(e_2) : $\dfrac{y'}{\sqrt{y}} = \dfrac{1}{1+x^2}$.

(e_3) : $y' + e^{y-x} = 0$.

Exercice 2. (*Équations différentielles linéaires du premier ordre*)
Résoudre en précisant l'intervalle "maximal" I d'existence des solutions

$\mathcal{E}_1$: $(1+x^2)y' + xy = 2x^2 + 1$,

$\mathcal{E}_2$: $xy' + y = \ln|x|$,

$\mathcal{E}_3$: $y' + y = (x^2 - 2x + 2)e^{2x}$.

Exercice 3. (*Raccordement de deux solutions*)
Soit l'équation différentielle

$$(E) \quad (1-x^2)y' - 2xy = 1$$

1. Résoudre (E) sur $I_1 =]-1,\ 1[$. et préciser la solution satisfaisant la condition $y(0) = 1$.
2. Résoudre (E) sur $I_2 =]-\infty,\ -1[$.
3. (E) admet-elle une solution f sur $]-\infty,\ 1[$?

Exercice 4. (*Équations différentielles d'ordre 2 à coefficients constants*)
Résoudre

(E_1) : $y'' - 3y' + 2y = x^3$,

(E_2) : $y'' + y' + y = \cos(2x)$,

(E_3) : $y'' - 2y' + y = x + xe^{-x}$,

(E_4) : $y'' - y = (4x+2)e^x$,

(E_5) : $y'' + 2y' + y = x^3 + 3e^{2x} + xe^{-x}$.

Exercice 5. (*Un problème RLC*)
L'équation différentielle suivante régit le fonctionnement du circuit RLC en charge :

$$\frac{d^2U_c(t)}{dt^2} + 2\lambda\frac{dU_c(t)}{dt} + \omega_0^2 U_c = \frac{E}{LC}$$

où $\lambda = \dfrac{R}{2L}$ est le coefficient d'amortissement, $\omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$ la pulsation propre, L est l'inductance de la bobine, C la capacité du condensateur, E la force et R la résistance.

1. Résoudre l'équation différentielle en fonction de ses paramètres λ et ω_0.
2. Interpréter les résultats obtenus dans chaque cas.