

1 Interférences

Exercice 1. Préalables. Faire un schéma complet pour les dispositifs interférentiels suivants et préciser à quelle catégorie ils appartiennent. Indiquer sur le schéma et donner l'expression de la différence de marche optique :

Fentes d'Young, Miroir de Lloyd, Miroirs de Fresnel, Bilentilles de Fresnel, lame à faces parallèles, Coin d'air, Anneaux de Newton.

Exercice 2. Fentes d'Young. (Examen 2019-2020) Un dispositif de fentes d'Young est éclairé par une fente source, très fine, située à la distance d sur la médiatrice des fentes. La fente source est parallèle aux deux fentes et émet une longueur d'onde λ_0 . L'écart entre les deux fentes est a et l'écran d'observation (E) est placé à la distance D du dispositif.

1. Faire un schéma clair et détaillé de l'expérience.
2. Déterminer l'expression de l'intensité $I(x)$ obtenue sur l'écran.
3. On translate le dispositif verticalement, vers le bas, d'une distance ϵ très petite devant l'écart a . Exprimer la différence de marche optique, l'interfrange et la nouvelle intensité.
4. Que devient l'interfrange si l'écran (E) est incliné d'un angle β par rapport à la verticale (faire un schéma).

Dans la suite, on replace à chaque fois le dispositif à sa position initiale.

5. Devant l'une des fentes, on place une lame à face parallèles d'épaisseur e et d'indice n parallèlement aux fentes. Montrer que les franges d'interférences subissent une translation que l'on calculera en fonction de n, e, a et D .
6. La source émet deux radiations $\lambda_1 < \lambda_2$ très voisines et d'égale intensité.
 - (a) Exprimer l'intensité en fonction de $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1$ et $\lambda_0 = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{2}$. Calculer le contraste des franges. En déduire la position de la première extinction des franges. Conclure.
 - (b) Représenter graphiquement le contraste des franges ainsi que l'intensité $I(M)$ au point M repéré par sa position x sur (E). Comment appelle-t-on ce phénomène ?
 - (c) Ecrire la relation reliant $\delta(x)$ aux ordres d'interférence p_1, p_2 . En déduire une expression de la différence de $|p_1 - p_2|$. Sachant qu'il y a brouillage lorsque $|p_1 - p_2| \geq 1/2$, calculer l'ordre auquel cela intervient.

7. Calculer le contraste des franges observées si les ondes issues des deux fentes sont cohérentes et d'amplitudes respectives $a_1 = a$ et $a_2 = ar$, ($0 < r < 1$). Tracer son graphe et discuter lorsque $r \geq 0.5$.

8. Supposons que la source est une fente fine de dimension $2b$ symétrique par rapport à l'axe Ox , calculer l'intensité totale en M par la superposition des intensités reçues provenant des sources élémentaires de longueur dY . Définir le contraste dans ce cas.

Données : $D = 1m, d = 30cm, \lambda_1 = 589nm, \lambda_2 = 589.6nm, a = 0.3mm, n = 1.5, e = 25.0\mu m$

Exercice 3. Miroir de LLOYD. On considère le dispositif interférentiel composé d'un miroir AB , de largeur l et d'un écran placé en B , orthogonalement au plan du miroir. Une source S monochromatique (de longueur d'onde λ), située à une hauteur h au dessus du plan du miroir et à une distance d de l'extrémité A du miroir, éclaire celui-ci sous incidence rasante ($h \ll d+l$). Les faisceaux, direct et réfléchi par le miroir, contribuent aux interférences en un point M de l'écran.

1. Faire le schéma, positionner les sources secondaires S_1 et S_2 et délimiter le champ d'interférences.
2. Ces sources secondaires sont-elles cohérentes ? Synchrones ? En phase ?
3. Déterminer la différence de marche optique δ et l'ordre d'interférence au point M d'abscisse z en fonction de λ, h, d et l .
4. En déduire le nombre de franges brillantes que l'on peut observer sur l'écran en fonction de λ, h, l et d .
5. *Application* : Un bateau en mer à 10 km de la côte veut capter une émission radio FM de fréquence 100 MHz . Le faisceau parallèle, provenant de l'émetteur situé sur la côte, se réfléchit en partie sur la mer et le dispositif s'identifie à celui du miroir de Lloyd. Par mer calme, celle-ci se comporte comme un miroir parfait : pour quelle raison l'émission radio est-elle mal perçue quand l'émetteur est situé à une hauteur de 10 m et la perception bien meilleure quand celui-ci se trouve sur une colline à une hauteur de 700 m ?

Exercice 4. Bilentilles de Billet. Une lentille mince convergente, de distance focale $f = 0.6 \text{ m}$, de diamètre $2R = 0.06 \text{ m}$, a été coupée en deux suivant un plan méridien. Les deux demi-lentilles ainsi obtenues sont légèrement écartées perpendiculairement au plan de section d'une distance $O_1O_2 = 2e = 1.8 \text{ mm}$. C'est le dispositif classique des bilentilles de Billet. Une source ponctuelle S , monochromatique, est disposée perpendiculairement au plan formé par les axes optiques des deux demi-lentilles et à égale distance de ces axes. La distance de la source au plan des bilentilles est $p = 0.9 \text{ m}$.

1. Faire le schéma. Expliquer l'existence des franges d'interférences sur un écran (E) perpendiculaire à l'axe de révolution, convenablement placé.
2. Au-delà de quelle distance d_0 (mesurée à partir du plan des bilentilles) les franges d'interférences sont-elles observables ?
3. Quelle est l'intensité lumineuse sur l'écran (E) ? En déduire l'interfrange i en fonction des caractéristiques géométriques et optiques du système.
4. Déterminer l'ordre d'interférence p_A au point A (extrémité supérieure du champ d'interférences). En déduire le nombre des franges brillantes visibles sur le plan (E) situé à une distance $D = 3.60 \text{ m}$ des bilentilles. La source S émet une lumière monochromatique de longueur d'onde $\lambda = 0.546 \mu\text{m}$.

Exercice 5. lame à Faces Parallèles. Un faisceau cylindrique de lumière monochromatique (de longueur d'onde λ) arrive en incidence proche de l'incidence normale sur une lame à faces parallèles. On note e l'épaisseur de la lame et $n = 1.5$ son indice pour cette longueur d'onde. On note F_1 le faisceau directement réfléchi par la face supérieure de la lame et F_i les faisceaux suivants (voir schéma).

1. Montrer que les amplitudes des faisceaux 1 et 2 sont très grandes devant celles des faisceaux suivants.

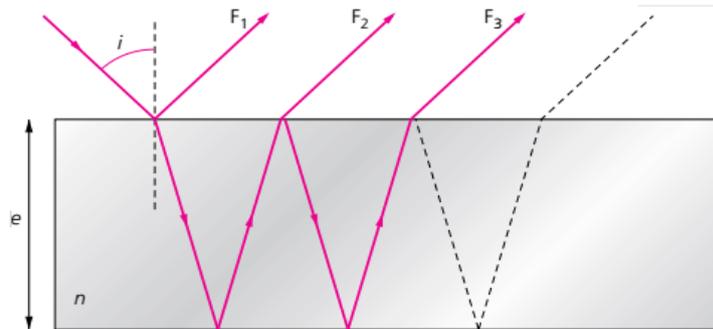
On rappelle qu'en incidence normale, les coefficients énergétiques de réflexion R et de transmission T à une interférence *air*(indice 1)/*verre*(indice n) ou *verre*/*air* sont donnés par

$$R = \left(\frac{n-1}{n+1} \right)^2 \quad T = 1 - R$$

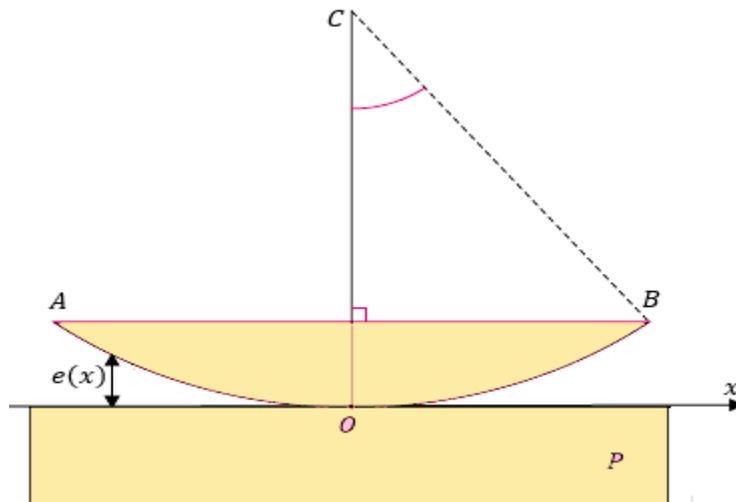
2. En déduire qu'on peut décrire correctement le phénomène en ne considérant que des interférences à deux ondes. Où se forment les franges d'interférence ?

On place un écran dans le plan focal image d'une lentille convergente disposée parallèlement à la lame. On note f' la distance focale de la lentille.

3. Calculer la différence de marche entre les rayons réfléchis correspondant à F_1 et F_2 .
4. En déduire l'ordre d'interférence dans la direction i en fonction de n, e, λ et i (on donnera une expression approchée en incidence quasi normale), puis en un point M de l'écran situé à la distance r du centre, en fonction de n, e, λ, f' et r . Exprimer l'ordre d'interférence p_0 au centre de l'écran.
5. On suppose que le centre de l'écran correspond à une frange sombre. Calculer le rayon R_k des anneaux brillants.
6. Quelle est l'aspect de la figure d'interférence ?



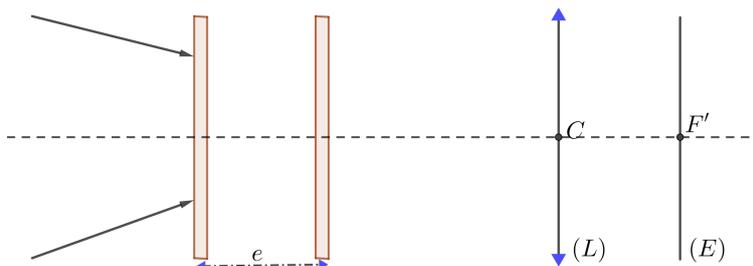
Exercice 6. Anneaux de Newton. On considère le dispositif des anneaux de Newton. On utilise pour cela une lentille plan-convexe de rayon R , d'indice n et de distance focale f . La lentille repose par sa face courbe en O sur un plan (lame à faces parallèles) de verre P . Il existe donc entre le plan et la lentille une lame d'air d'épaisseur $e(x)$ variable, avec $e(0) = 0$. On suppose que e reste faible devant le rayon R de la face courbe. Une source monochromatique étendue de longueur d'onde λ éclaire la lentille en incidence normale. On donne : $AB = 40 \text{ mm}$, $n = 1.5$, $\lambda = 0.633 \mu\text{m}$, et $f = 12 \text{ m}$.



1. Représenter le montage optique qui permet l'observation des franges d'égale épaisseur, par réflexion de ce coin d'air.
2. Rappeler quelles ondes interfèrent et préciser le lieu de localisation des franges d'interférence.
3. Exprimer en un point M du plan ($OM = x$) l'ordre d'interférence p en fonction de f, λ, n et x ; Justifier l'observation d'anneaux concentriques de centre O sombre.
4. Montrer que les carrés des rayons des anneaux sombres croissent en progression arithmétique de raison r qu'on calculera.

5. Quel est le nombre d'anneaux noirs observés ?
6. Calculer le rayon du cinquième anneau brillant (x_5); Que devient ce rayon si :
 - (a) on introduit un liquide d'indice $n' = 1.45$ entre la lentille et le plan P ?
 - (b) on retire le liquide et qu'on observe les anneaux par transmission ?
 - (c) le plan P est une lentille biconvexe de rayon de courbure $R' = 14\text{ m}$?

Exercice 7. Interférences à Ondes Multiples. On considère un interféromètre de Fabry-Pérot constitué d'une lame d'air d'épaisseur e comprise entre deux lames de verre. Les surfaces en vis-à-vis sont caractérisées par leurs coefficients de réflexion R et de transmission T en intensité. On éclaire l'interféromètre avec une source étendue monochromatique.



Dans la suite, on néglige l'épaisseur des lames. L'observation se fait sur un écran (E) placé dans le plan focal image d'une lentille convergente. On note i une des directions (quelconque) de l'onde incidente sur la lame.

1. Calculer le déphasage $\varphi(i)$ entre deux ondes transmises par le système interférentiel dans la direction faisant l'angle i avec la normale aux lames.
2. En déduire l'expression de l'intensité $I(i)$ dans la direction i . Quelle est la forme de $I(M)$ en un point M de l'écran d'observation ?
3. Calculer le contraste C des franges et donner l'allure de la courbe $C(R)$.
4. Donner l'allure des courbes $I(\varphi)$ pour $R = 0.3$ et $R = 0.9$. La finesse F des franges est définie par le rapport de la différence de phase entre deux maxima consécutifs, à la largeur à mi-hauteur $\Delta\varphi$ d'un anneau brillant sur la courbe $I(\varphi)$.
5. Représenter I_{min}/I_{max} en fonction de R . En déduire une valeur R_{min} de R en deçà de laquelle il n'est pas possible de définir la finesse.
6. Calculer F pour les valeurs de R proches de 1 et donner l'allure de la courbe $F(R)$.

Exercice 8. Traitement Anti-Reflet. Le traitement anti-reflet d'un verre consiste à déposer sur une vitre de verre d'indice $n_1 = 1.5$ une couche mince d'un matériau d'indice n_2 . On suppose qu'une lame non traitée, d'épaisseur e et d'indice n , est éclairée en incidence normale par une lumière monochromatique d'intensité I_0 .

1. Faire le schéma. Montrer que l'on peut réduire l'étude à celle de l'interférence de deux ondes que l'on précisera.
2. A quelle condition l'intensité lumineuse (pour une longueur d'onde donnée) de l'onde réfléchie par la vitre est-elle nulle ?
3. Lorsque la lumière incidente est blanche, montrer que l'on peut atténuer au maximum les radiations visibles.

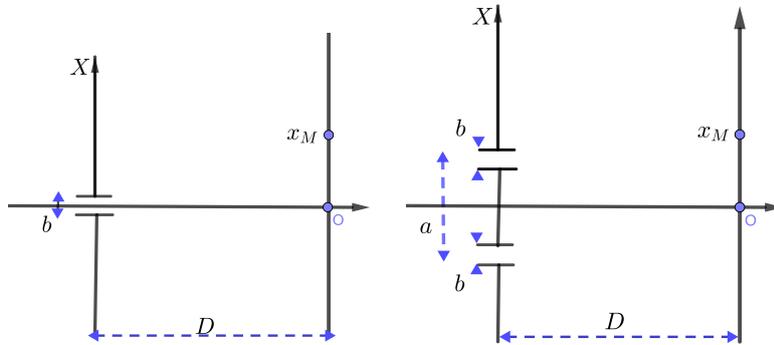
2 Diffraction

Exercice 9. Diffraction de Fraunhofer par une Fente Carrée. Une onde plane éclaire en incidence normale un diaphragme carré de côté $2a$. On observe la figure de diffraction dans le plan focal d'une lentille de focale f .

1. Représenter l'aspect du plan d'observation. Quels sont les points où l'intensité diffractée est nulle ?
2. L'ouverture est maintenant un espace entre deux carrés concentriques de côtés a et $2a$. Exprimer l'amplitude diffractée par cet anneau et représenter l'intensité sur un axe parallèle à l'un des côtés du carré (par exemple en fonction de x pour $y = 0$).
3. Que devient l'intensité si la fente est rectangulaire de longueur $b \gg 2a$? Représenter l'intensité obtenue.

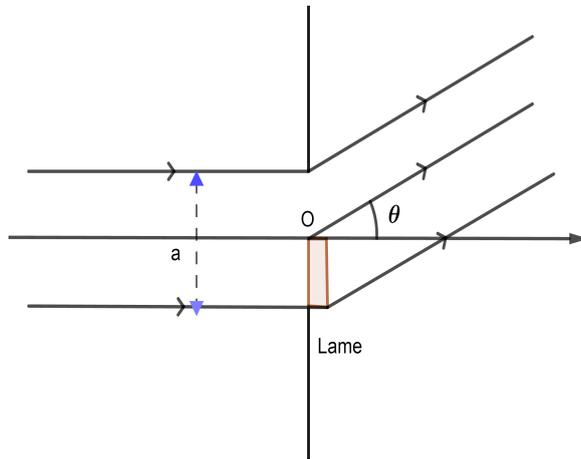
Exercice 10. Diffraction en Lumière Blanche.

1. On se place d'abord en lumière monochromatique (laser He-Ne : $\lambda = 633nm$). On envoie un laser en incidence normale sur l'objet (ou les objets) diffractant(s). (Approximation de Fraunhofer).
 - (i) Retrouver l'expression de la lumière diffractée par une seule fente, de largeur $b = 120\mu m$ et de longueur infinie. Décrire ce que l'on observe sur l'écran situé à $D = 1m$. Quelle est la largeur de la tache centrale de diffraction sur l'écran ?
 - (ii) Le laser est dirigé sur deux fentes d'Young de largeur b , séparées de $a = 480\mu m$. En tenant compte de la diffraction par chacune des deux fentes, exprimer l'intensité lumineuse observée sur l'écran. Représenter sa courbe et décrire ce que l'on observe. Combien de franges d'interférences observe-t-on à l'intérieur de la figure de diffraction ?



2. On réalise ici les mêmes expériences que précédemment, en remplaçant le laser par de la lumière blanche. On prendra $\lambda_{bleu} = 0.45\mu m$, $\lambda_{vert} = 0.55\mu m$ et $\lambda_{rouge} = 0.65\mu m$.
 - (i) Dans le cas de la diffraction par une seule fente de largeur b , qu'observe-t-on sur l'écran en lumière blanche ? (tracer les trois courbes de l'intensité en fonction de la position sur l'écran pour les trois couleurs).
 - (ii) Dans le cas de la diffraction par deux fentes, que voit-on en lumière blanche ? (idem).

Exercice 11. Diffraction en Présence d'une Lamme à Retard de Phase. Une fente de centre O de largeur a et de hauteur très supérieure à a est éclairée, sous incidence normale, par une onde plane progressive monochromatique de longueur d'onde λ .

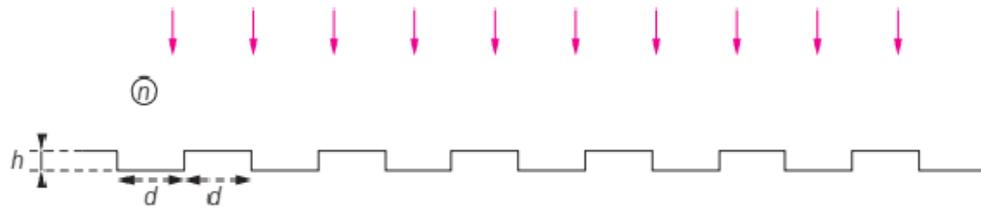


Ayant placé sur une moitié de la fente une lame transparente très mince dont le seul effet est de créer un déphasage φ supplémentaire, on étudie l'intensité diffractée dans la direction θ (qu'on suppose petit).

1. Calculer cette intensité diffractée. Vérifier que, pour $\varphi = 0$, on retrouve la figure de diffraction par une fente simple.
2. Que se passe-t-il pour $\varphi = \pi/2$? Donner l'aspect de la figure de diffraction observée sur un écran placé loin de la fente.
3. Même question pour $\varphi = \pi$.

Exercice 12. Réseau de Phase. Une onde lumineuse plane éclaire en incidence normale un réseau de diffraction de phase dont le profil est représenté sur la figure ci-dessous. Le réseau est tracé sur une lame de verre d'indice n .

1. Donner l'expression de l'intensité lumineuse recueillie dans la direction angulaire i' .
2. Déterminer la profondeur h des traits telle que l'intensité du maximum central soit nulle pour la longueur d'onde λ_0 .
3. Quel est alors l'angle de diffraction correspondant au premier maximum ?



Exercice 13. Réseau de Fraunhofer. Un réseau de Fraunhofer est caractérisé par des intervalles opaques et transparents de même largeur.

1. Montrer qu'il ne donne que des maxima d'ordre impair, et qu'environ 40% de l'intensité maximale se trouve dans chaque maximum du 1er ordre.

Exercice 14. Réseau Eclairé par une Lampe à Mercure. On éclaire un réseau de pas a par la raie verte, $\lambda_{vert} = 546.1nm$, du mercure Hg et on observe les déviations suivantes :

$$\theta_{-3} = -63^{\circ}40', \theta_{-2} = -36^{\circ}41', \theta_{-1} = -17^{\circ}24',$$

$$\theta_{+1} = 17^{\circ}22', \theta_{+2} = 36^{\circ}22', \theta_{+3} = 63^{\circ}37'$$

Déterminer

- (i) le pas, a , du réseau,
- (ii) le nombre, n , de traits par mm du réseau.

Exercice 15. Réseau de Diffraction en Réflexion.

1. En incidence normale, écrire l'expression de l'amplitude diffractée, associée à une onde plane de longueur d'onde λ , par une fente de largeur $a \ll b$.
2. Même question lorsqu'il s'agit de deux fentes identiques séparées de d .
On considère un réseau assimilable à une succession de N microfacettes de longueur b , de largeur $a \ll b$ et régulièrement espacées de $d = 2a$. Le réseau est éclairé par une onde polychromatique plane et l'observation de ses ordres est faite à l'infini.
3. **En éclairage normal**, on note θ_k l'angle qui positionne l'ordre k lorsque le réseau est utilisé en réflexion.
 - (a) Exprimer l'amplitude complexe réfléchie par le réseau dans une direction θ quelconque.
 - (b) Représenter l'allure de la courbe représentant l'intensité $I(\sin(\theta))$ en précisant la valeur pour $\theta = 0$ et la position des minima et des maxima.
 - (c) Discuter l'ordre à choisir lors de l'utilisation de ce réseau.
4. **Application à la spectroscopie de rayons X.**
 - (a) Le principe de diffraction par un réseau est valable pour tout rayonnement. On s'intéresse à des rayons X dirigés vers ce type de réseau.
 - i. soit un photon X d'énergie $8keV$ (photon K du cuivre). Calculer sa longueur d'onde λ .
 - ii. on veut séparer des rayons X autour de cette longueur d'onde, à l'ordre 1, avec un pouvoir dispersif $\frac{d\theta}{d\lambda} = 500^\circ/nm$. Quelle doit être la distance entre les "facettes" réfléchissantes ?
 - iii. calculer l'angle de diffraction pour λ calculée précédemment. Quel est l'angle de déviation entre les faisceaux incident et diffracté ?
 - iv. ce réseau ne peut être fabriqué par la technologie classique. Proposer un moyen d'en réaliser un qui soit analogue à celui étudié.
 - (b) Le réseau est maintenant éclairé sous un angle de 60° par le même rayonnement X.
 - i. donner l'angle de diffraction pour le même ordre.
 - ii. représenter sur un schéma l'onde incidente, diffractée et l'angle de déviation.

2.1 Pouvoir Séparateur

Exercice 16. Résolution de l'Oeil. Les phares d'une automobile en train de s'approcher sont écartés de 1,5m.

1. Estimer la distance à laquelle les deux phares peuvent être séparés à l'œil nu si la résolution de l'œil est déterminée par la seule diffraction. On prendra comme longueur d'onde moyenne $550nm$ et pour diamètre de la pupille $2.5mm$.

Remarque : l'œil peut être assimilé à une lentille convergente de distance focale $17mm$, diaphragmée par la pupille et la distance entre cellules réceptrices est de $4\mu m$.