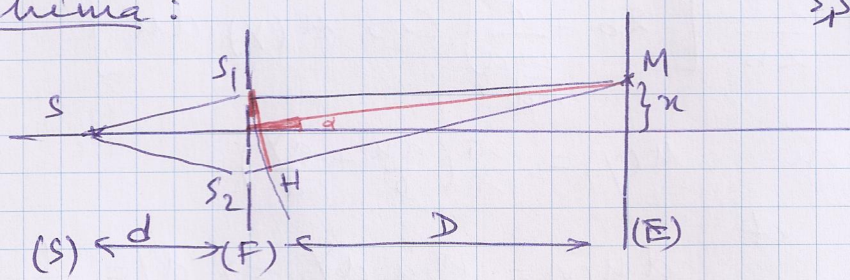
Série 1 – TD-Optique Physique 2020/2021

Exercice 1 : Fentes d'Young.

1/ schéma :

$S_1S_2 = a$



2/ $\delta_{(x)} = (SS_2M) - (SS_1M) = \cancel{SS_2} + S_2M - \cancel{SS_1} - S_1M = S_2M - S_1M$

$= S_2H.$

$tg\alpha = \frac{x}{D} \simeq \frac{S_2H}{a} \Rightarrow S_2H = \frac{a.x}{D}.$

le déphasage entre les 2 vibrations issues de S_1 et S_2

$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\delta_{(x)} = \frac{2\pi}{\lambda}\frac{ax}{D}.$

$\Rightarrow$ l'éclairement s'écrit :

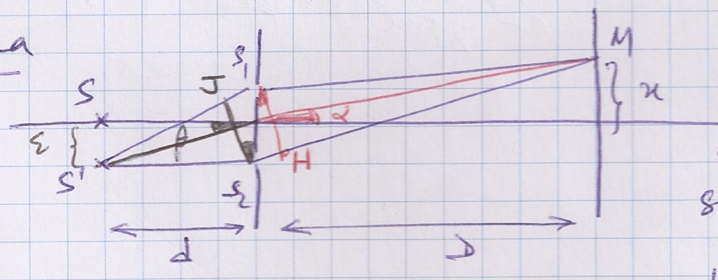
$$I_{(x)} = 2I_0\left(1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}\frac{ax}{D}\right)\right)$$

la frange centrale $\delta(x) = 0 \Leftrightarrow x_0 = 0$, $I_{(x)} = I_{Max}$

$\Rightarrow$ frange centrale brillante.

3/ on décale la source S vers le bas de ε :

schéma



α, β petits : $\sin\alpha \sim tg\alpha \sim \alpha$

la nouvelle diff. de marche optique s'écrit :

$\delta'_{(x)} = (S'S_2M) - (S'S_1M) = S_2H - JS_1$

$tg\alpha = \frac{x}{D} \simeq \frac{S_2H}{a}$ et $tg\beta = \frac{\varepsilon}{d} \sim \frac{JS_1}{a}$

Soit : $\delta'_{(x)} = \frac{ax}{D} - \frac{a\varepsilon}{d}$.

Soit x_j et x_{j+1} les positions de 2 franges brillantes consécutives. on a :

$$\delta'(x_{j+1}) - \delta'(x_j) = \lambda \iff \left(\frac{ax_{j+1}}{D} - \frac{a\varepsilon}{d}\right) - \left(\frac{ax_j}{D} - \frac{a\varepsilon}{d}\right) = \lambda.$$

en développant :

$$\Rightarrow \quad \frac{a}{D}\left(x_{j+1} - x_j\right) = \lambda.$$

or $x_{j+1} - x_j = i$ (définition de l'interfrange)

il vient alors $i = \frac{\lambda D}{a}$

$\Rightarrow$ ((i reste inchangé : le calcul avec $\delta_{(x)}$ de la question nro 2 donne la même valeur/expression))

l'éclairement s'écrit :

$$I(x) = 2I_0\left[1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}\left(\frac{ax}{D} - \frac{a\varepsilon}{d}\right)\right)\right].$$

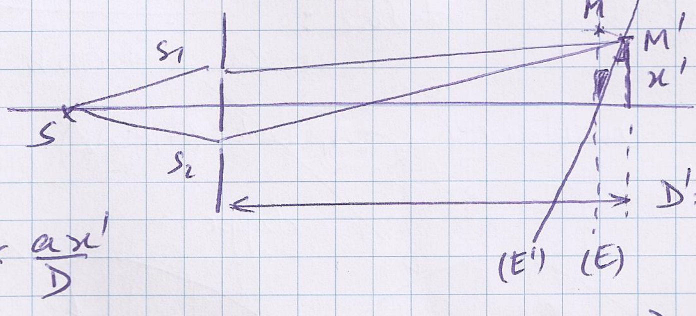
la frange centrale : $\delta'_{(x)} = 0 \iff x'_0 = \frac{D\varepsilon}{d} \geqslant 0$

Conclusion : le système des franges s'est translaté vers le haut.

4/ on incline l'écran de β.

$\cos\beta = \frac{x'}{x}$.

<u>schéma</u>



$D' = D + \underbrace{x\sin\beta}_{\ll D}$

$\Rightarrow D' \simeq D$.

$$\delta''_{(x)} \simeq \frac{a.x'}{D'} \simeq \frac{ax'}{D}$$

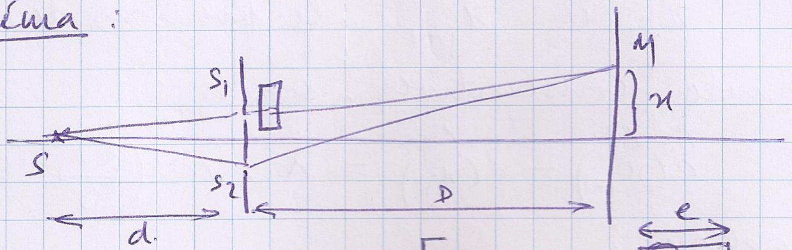
$$\Rightarrow \delta''_{(x)} = \frac{a.x}{D}\cos\beta.$$

$$\frac{a}{D}x_k\cos\beta - \frac{a}{D}x_{k-1}\cos\beta = \lambda \iff \underline{i'' = \frac{\lambda D}{a\cos\beta} \geqslant i}$$

l'interfrange change.

5/ lame à faces parallèles devant S_1. (ou S_2 : c'est pareil!)

schéma :

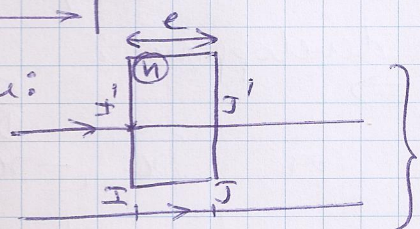


$$\delta_1(x) = \frac{ax}{D} - (n-1)e.$$

$$\delta_1(x) = 0 \iff x_1 = \frac{(n-1)e}{a} D.$$

les franges sont déplacées vers le haut.

Rque :



$\delta = (n-1)e$

6/ La source émet 2 radiations λ_1 et λ_2 tq :

ⓐ $\lambda_1 \simeq \lambda_2 \simeq \lambda_0 = \frac{\lambda_1+\lambda_2}{2}$ et $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1$.

Chaque radiation donne son système de franges : il y a incohérence des radiations. $\Rightarrow$ $I_{Total} = I_1 + I_2$.

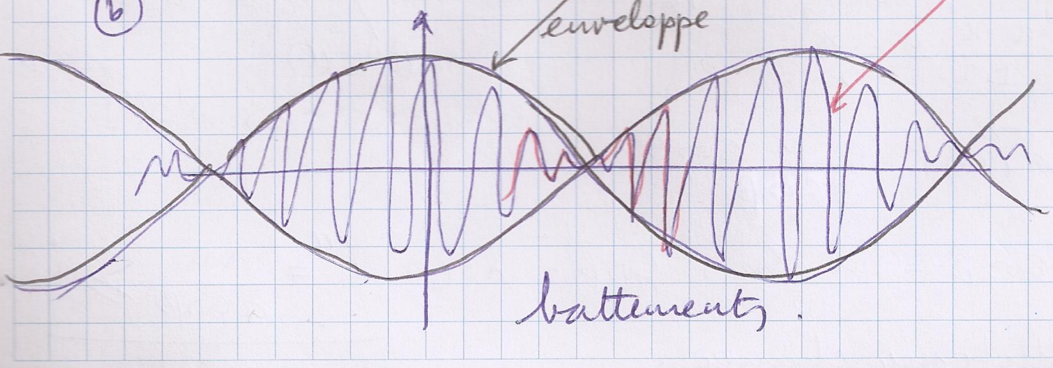
$$\boxed{I(x) = I_1(x) + I_2(x) = 2I_0\left(1+\cos\frac{2\pi ax}{\lambda_1}\right) + 2I_0\left(1+\cos\frac{2\pi ax}{\lambda_2}\right)}$$

Soit $I(x) = 4I_0\left[1 + \underbrace{\cos\left(\frac{\pi a x}{D}\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0^2}\right)}\times\underbrace{\cos\left(\frac{2\pi a x}{D\lambda_0}\right)}\right]$

! [après avoir utilisé : $\cos a + \cos b = 2\cos\frac{a-b}{2}\cos\frac{a+b}{2}$

et remplacé $(\lambda_2-\lambda_1)$ et $(\lambda_1+\lambda_2)$ par $\Delta\lambda$ et $2\lambda_0$, resp.t]

ⓑ



battements.

le contraste est donné par : $C = \dfrac{I_M - I_m}{I_M + I_m}$

(où I_M et I_m désignent respectivement I_{max} et I_{min}).

il vient : $C = \cos\left(\dfrac{\pi a x \Delta\lambda}{D \lambda_0^2}\right)$.

l'extinction des franges a lieu pour

$$\frac{\pi a x_p \Delta\lambda}{D \lambda_0^2} = (2p+1)\frac{\pi}{2} \qquad (p \text{ entier})$$

soit $x_p = (2p+1)\dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{D \lambda_0^2}{a \Delta\lambda}$

la 1ère extinction $x_0 = \dfrac{D}{2a}\dfrac{\lambda_0^2}{\Delta\lambda}$

x_p dépend de la quantité : $\dfrac{\lambda_0^2}{\Delta\lambda}$

ⓒ en un point M de l'écran on a :

$$\delta(x) = p_1 \lambda_1 = p_2 \lambda_2 \Rightarrow p_2 = p_1 \frac{\lambda_1}{\lambda_2}.$$

$$p_1 - p_2 = p_1 - p_1 \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = p_1\left(\frac{\lambda_2 - \lambda_1}{\lambda_2}\right)$$

soit $|p_1 - p_2| = p_1 \left|\dfrac{\Delta\lambda}{\lambda_2}\right|$

si le brouillage a lieu pour $|p_1 - p_2| \geqslant 1/2$.

on a $p_1 \dfrac{\Delta\lambda}{\lambda_2} \geqslant \dfrac{1}{2}$ soit $p_1 \geqslant \dfrac{\lambda_0}{2\Delta\lambda}$ $(\lambda_0 \simeq \lambda_2)$

7/ on a 2 ondes cohérentes mais d'amplitudes respectives (a) et (a r) avec $0 < r \leq 1 \Rightarrow$ les amplitudes se composent.

ici : ($i^2 = -1$) $i \in \mathbb{C}$ ≠ interfrange

Soit $s_1(x,t) = a e^{i\omega t}$ (origine des phase en S_1)

et $s_2(x,t) = a r e^{i(\omega t - \varphi(x))}$ où $\varphi(x) = \dfrac{2\pi a x}{\lambda D}$.

$$s_T(x,t) = s_1(x,t) + s_2(x,t) = a e^{i\omega t}\left[1 + r e^{-i\varphi(x)}\right]$$

$$I_{(x)} \propto s_T(x,t) \cdot s^*_{(x,t)} = a^2\left(1+re^{-i\varphi}\right)\left(1+e^{i\varphi}\right)$$

$$\Rightarrow \quad I_{(x)} = a^2\left(1+r^2\right)\left(1+\frac{2r}{1+r^2}\cos\varphi(x)\right)$$

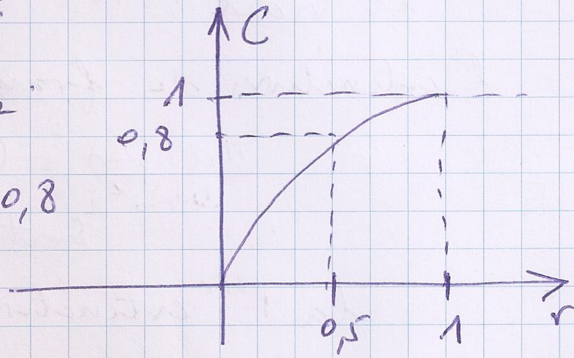
$$I_m = (1-r)^2 \qquad I_M = (1+r)^2$$

le contraste s'écrit :

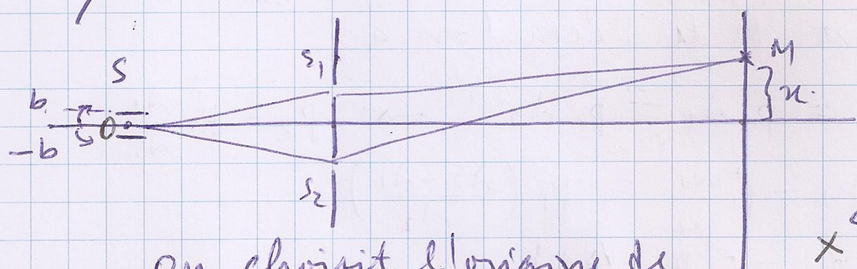
$$C = \frac{2r}{1+r^2}.$$

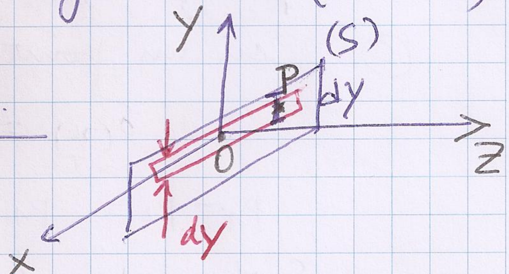
pour $r = 1/2$ $\quad C = \frac{4}{5} = 0,8$

le contraste reste bon.



8/ La source est étendue de largeur $2b$ ($-b$ à $+b$)



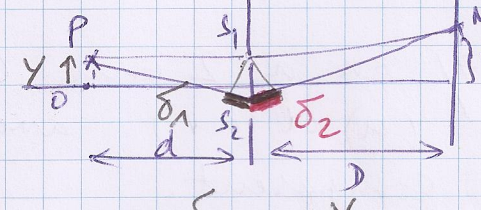


on choisit l'origine des phases en O.

Un point $P\begin{pmatrix}X\\Y\\0\end{pmatrix}$ de la fente source émet de façon incohérente avec l'origine.

Un élément de longueur dY autour de P émet un éclairement

$$dI_{(x)} = \frac{2I_0}{2b}\left(1+\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}\delta_{(x)}\right)\right)dY$$



$$\delta_1(x) = \frac{aY}{d}$$

$$\delta_2(x) = \frac{ax}{D}.$$

$$\delta_{(x)} = \delta_1(x) + \delta_2(x)$$

pour tous les points P de la fente source on a :

$$I_{(x)} = \int dI = \frac{2I_0}{2b} \int_{-b}^{+b} \left[1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}\left(\frac{ax}{D} + \frac{aY}{d}\right)\right)\right] dY.$$

$$I_{(x)} = \frac{2I_0}{2b}\left[2b + \frac{1}{\frac{2\pi a}{\lambda d}} \int \cos u_{(Y)}\, du\right]$$

$$\left[\begin{array}{l} \text{où} \quad u_{(Y)} = \frac{2\pi}{\lambda}\left(\frac{ax}{D} + \frac{aY}{d}\right) \\ \text{et} \\ \quad du_{(Y)} = \frac{2\pi}{\lambda d} a\, dY \Rightarrow dY = \frac{1}{\frac{2\pi a}{\lambda d}} du \end{array}\right]$$

soit $$I_{(x)} = \frac{2I_0}{2b}\left[2b + \frac{1}{\frac{2\pi a}{\lambda d}}\left[\sin\frac{2\pi}{\lambda}\left(\frac{ax}{D} + \frac{aY}{d}\right)\right]_{-b}^{+b}\right]$$

après développement, il vient :

$$I_{(x)} = 2I_0\left(1 + \frac{\sin\left(\frac{2\pi ab}{\lambda d}\right)}{\frac{2\pi ab}{\lambda d}} \times \cos\left(\frac{2\pi ax}{\lambda D}\right)\right)$$

le contraste s'écrit

$$\mathcal{C} = \operatorname{sinc}\left(\frac{2\pi ab}{\lambda d}\right)$$