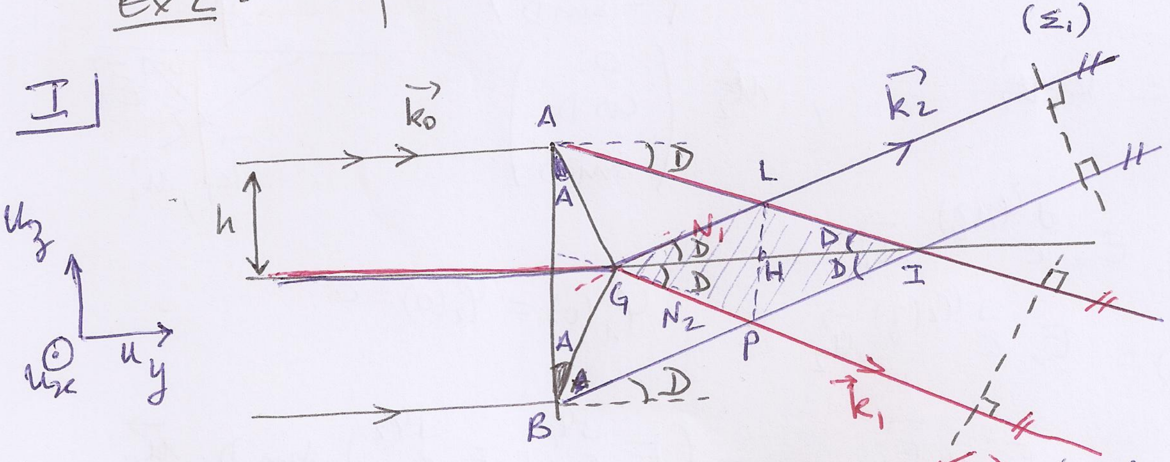
Ex2 : biprisme de Fresnel :

$\lambda = 0{,}5\,\mu m$.

I /



1/ les 2 rayons limits (rouge et bleu) sont déviés par chacun des prismes suivant D par rapport à la direction incidente.
L'angle au sommet A est très petit $\Rightarrow D = (n-1)A$.
l'angle entre le rayon rouge et le rayon bleu est $2\times D$.
Composants des vecteurs d'onde $\vec{k_1}$ et $\vec{k_2}$: $\|\vec{k_0}\| = \|\vec{k_1}\| = \|\vec{k_2}\| = \frac{2\pi}{\lambda}$

$$\vec{k_0}\begin{pmatrix}0\\k\\0\end{pmatrix}, \quad \vec{k_1}\begin{pmatrix}0\\k.\cos D\\-k\sin D\end{pmatrix}, \quad \vec{k_2}\begin{pmatrix}0\\k\cos D\\k\sin D\end{pmatrix}.$$

2/ GLIP : lozange.

$$\operatorname{tg} D = \frac{LH}{IH} = \frac{AO}{OI} = \frac{h}{OI} = \frac{h}{OG+GI} = \boxed{\frac{h}{OG+2HI} \simeq D} \quad (1)$$

$$\operatorname{tg} A = \frac{OG}{OA} = \frac{OG}{h} \simeq A \Rightarrow \boxed{OG = A.h} \quad (2)$$

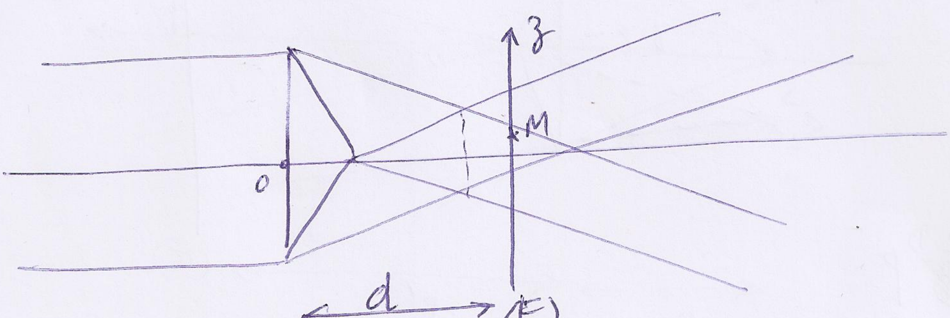
avec $\begin{pmatrix} 2LH = L_z \\ 2HI = L_y \end{pmatrix}$ $\quad (1) \longrightarrow h = D(Ah + 2HI) = D(A.h + L_y)$

$$\Rightarrow \boxed{L_y = \frac{h - ADh}{D} \simeq \frac{h}{D}}$$

$$(2) \longrightarrow LH = D.IH = D\times\frac{L_y}{2} = \frac{h}{2} \Rightarrow \boxed{LP = L_z = h}$$

A.N : $L_z = 10^{-2}\,m$, $L_y = 4\,m$.

3/

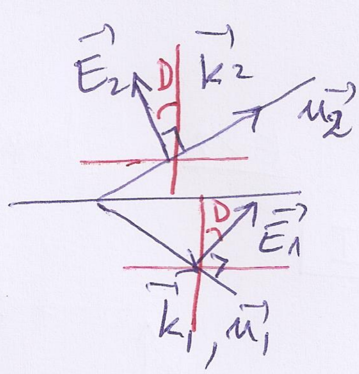


$M\begin{pmatrix}0\\d\\z\end{pmatrix}$

②

$\vec{k}_1 = k . \vec{u}_1$, $\vec{u}_1 \begin{pmatrix} 0 \\ \cos D \\ -\sin D \end{pmatrix}$

$\vec{k}_2 = k . \vec{u}_2$, $\vec{u}_2 \begin{pmatrix} 0 \\ \cos D \\ \sin D \end{pmatrix}$



$$\begin{cases} \vec{E}_{1(M,t)} = E_0 e^{j\varphi_1(z)} . \vec{u}_1 \\ \vec{E}_{2(M,t)} = E_0 e^{j\varphi_2(z)} \vec{u}_2 \end{cases} \qquad \varphi_1(0) = \varphi_2(0) = 0.$$

$$\vec{E}_{T(M,t)} = \vec{E}_{1(M,t)} + \vec{E}_{2(M,t)} = \left(E_0 e^{j\varphi_1} + E_0 e^{j\varphi_2} \right) \sin D . \vec{u}_y$$

$$\boxed{I_{(M)}} \propto \vec{E}_{T(M,t)} * \vec{E}^*_{T(M,t)} = 2E_0^2 \left(1 + \cos(\varphi_{1(z)} - \varphi_{2(z)}) . \cos 2D\right)$$

Expression de l'interfrange :

$\varphi_1(z) - \varphi_2(z) = 2\pi = \frac{2\pi}{\lambda}\delta(z) \Rightarrow \delta(z) = \lambda.$

si la phase à l'origine est choisie pour $\varphi_2(z) = 0$

on a $\varphi_1(z = i) = \frac{2\pi}{\lambda}\lambda = 2\pi.$

$$\varphi_1(z) - \varphi_2(z) = \vec{k}_1 . \vec{r} - \vec{k}_2 . \vec{r} = (\vec{k}_1 - \vec{k}_2) . \vec{r}$$

$$= \frac{2\pi}{\lambda}\delta = 2\pi \quad \text{pour la 1}^{\text{re}} \text{ frange brillante}$$

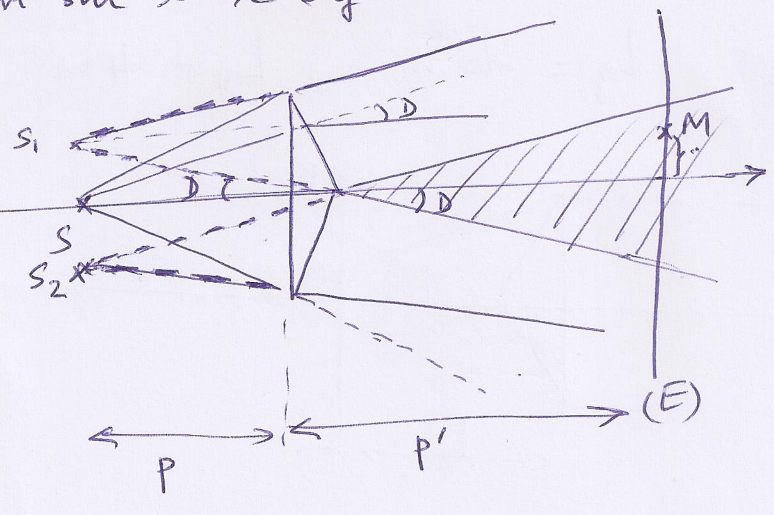
Soit $(\vec{k}_1 - \vec{k}_2) . \vec{r} = -(2 \sin D . z) . \frac{2\pi}{\lambda}$

$$\Rightarrow i = z = \frac{\lambda}{2 \sin D} = \frac{\lambda}{2 \sin((n-1)A)}$$

i ne dépend pas de la distance à l'écran d.

II) La source est sur l'axe Oy.

schéma



S_1, S_2 images virtuelles

$S_1S_2 = 2p \,\mathrm{tg}\, D \simeq 2Dp$

par analogie avec le dispositif d'Young :

$$\delta_{(M)} = \frac{S_1S_2 \cdot x}{D} \quad : \text{ ici } \quad a = S_1S_2 = 2pD = 2p(n-1)A$$

$$D = p' + p \quad , x \equiv z$$

soit $\delta_{(M)} = \dfrac{2p(n-1)A \cdot z}{p+p'}$

2/ Calcul de i :

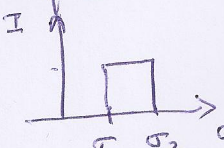
$$\boxed{i = \lambda \cdot \frac{D}{a} = \lambda \cdot \frac{(p+p')}{2p(n-1)A}}$$

la largeur du champ sur (E) :

$$tg\, D = \frac{L/2}{p'} = \frac{L}{2p'} \Rightarrow \boxed{L = 2p'(n-1)A}$$

$$N = \frac{L}{i} = \frac{2p'(n-1)^2A^2\, 2p}{\lambda(p+p')} = \frac{4pp'(n-1)^2A^2}{\lambda(p+p')}$$

3/ la source n'est pas rigoureusement monochromatique



$\boxed{a}$ $\sigma_0 = \dfrac{1}{\lambda_0}$, $\Delta\sigma = \sigma_2 - \sigma_1$

$$dI = I_\sigma \cdot d\sigma = \frac{2I_0}{\Delta\sigma}\left(1+\cos(2\pi\sigma\delta_{(x)})\right) d\sigma$$

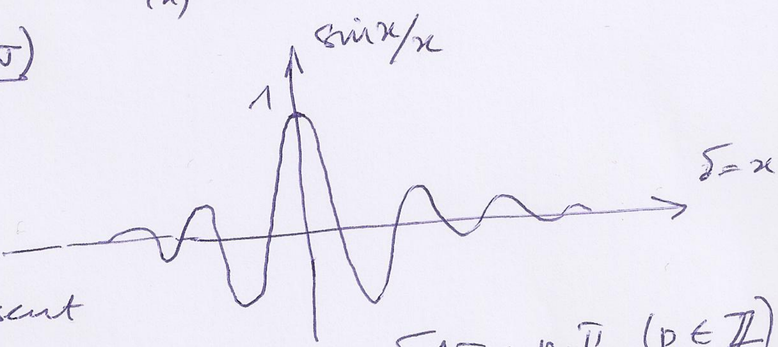
$$I_{(x)} = \frac{2I_0}{\Delta\sigma}\int_{\sigma_1}^{\sigma_2} d\sigma + \frac{2I_0}{\Delta\sigma}\int_{\sigma_1}^{\sigma_2} \cos(2\pi\sigma\delta_{(x)})\, d\sigma$$

$$= 2I_0 + \frac{2I_0}{\Delta\sigma}\,\frac{1}{2\pi\delta}\, 2 \times \sin(\pi\delta(\sigma_2-\sigma_1)) \times \cos(\pi(\sigma_1+\sigma_2)\delta)$$

$$\Rightarrow \quad I_{(x)} = 2I_0\left[1 + \frac{\sin(\pi\delta_{(x)}\Delta\sigma)}{\pi\delta_{(x)}\Delta\sigma} \times \cos(2\pi\sigma_0\delta_{(x)})\right]$$

$\boxed{b}$ $\mathcal{C} = \dfrac{\sin(\pi\delta\Delta\sigma)}{\pi\delta\Delta\sigma}$

$\boxed{c}$ figure



$\boxed{d}$ les franges disparaissent

pour $\sin(\pi\delta\Delta\sigma) = 0 \iff \pi\delta\Delta\sigma = p \cdot \pi \quad (p \in \mathbb{Z})$

soit $\delta_{(x)} = \dfrac{1}{\Delta\sigma}$ (pour $p = 1$).