

## Exercice 1 : Cycle de Joule

Soit une machine thermique utilisant comme fluide l'air assimilé à un gaz parfait diatomique. Cette machine fonctionne selon le cycle de Joule composé de :

- deux transformations adiabatiques réversibles  $1 \rightarrow 2$  et  $3 \rightarrow 4$
- deux transformations isobares  $2 \rightarrow 3$  et  $4 \rightarrow 1$ .

Au cours de ces transformations le gaz se met progressivement en équilibre de température avec la source chaude à température  $T_3$  ou la source froide à  $T_1$ .

$$P_1 = 10^5 \text{ Pa} ; P_3 = 5 \cdot 10^5 \text{ Pa} \quad T_1 = 300 \text{ K} ; T_3 = 500 \text{ K} ; C_V = \frac{5}{2} R$$

- 1) Tracer le cycle sur un diagramme de Clapeyron.
- 2) Trouver les relations entre  $T_1$  et  $T_2$  et entre  $T_3$  et  $T_4$ .
- 3) Calculer  $T_2$  et  $T_4$ .
- 4) Calculer pour une mole de gaz les quantités de chaleur  $Q_{12}$  ;  $Q_{23}$  ;  $Q_{34}$  et  $Q_{41}$  échangées.
- 5) Calculer le travail  $W$  échangé par une mole au cours de chaque transformation.
- 6) En déduire le travail  $W$  échangé par une mole au cours du cycle,
- 7) En déduire le rendement de ce cycle.
- 8) Comparer ce rendement à celui qu'on obtiendrait si la machine fonctionnait selon le cycle de Carnot entre les mêmes sources aux températures  $T_1$  et  $T_3$ .

## Exercice 2 : Cycle de Carnot

Une mole de gaz parfait décrit le cycle de Carnot ABCD. La température de la source chaude est  $T_2$  ; celle de la source froide est  $T_1$ . La détente isotherme du gaz relie l'état A ( $P_A, V_A$ ) à l'état B ( $P_B, V_B$ ).

- 1) Construire le cycle de Carnot en donnant les paramètres des états A, B, C, D.
- 2) Calculer le travail échangé avec l'extérieur et la chaleur échangée avec les sources, le long des quatre transformations du cycle.
- 3) Retrouver l'égalité de Clausius  $\frac{Q_2}{T_2} + \frac{Q_1}{T_1} = 0$ .
- 4) Quel est le rendement de la machine de Carnot ?

## Exercice 3 : Cycle de Beau de Rochas

Dans un moteur à explosion, de l'air supposé parfait ( $m$  kg) décrit le cycle de Beau de Rochas, appelé aussi cycle d'Otto, composé de deux adiabatiques et deux isochores en système fermé :

- **Compression adiabatique** réversible de l'état ( $P_1, V_1, T_1$ ) à l'état ( $P_2, V_2, T_2$ )

- **Echauffement isochore** de l'état  $(P_2, T_2)$  à l'état  $(P_3, T_3)$
- **Détente adiabatique** réversible de l'état  $(P_3, T_3)$  à l'état  $(P_4, T_4)$
- **Refroidissement isochore** qui ramène le fluide à l'état initial.

On donne  $\gamma = \frac{C_p}{C_v} = 1,4$ ,  $M_{air} = 29 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ . Les parties A et B sont indépendantes.

### Partie A

- A.1)** Représenter le cycle d'Otto dans le diagramme de Clapeyron (P,V) et dans le diagramme entropique (T, S).  
A quoi correspond la surface du cycle dans le diagramme (P,V) ?
- A.2)** Exprimer le rendement théorique  $\eta$  de ce cycle :
- a) en fonction des températures  $T_1, T_2, T_3$  et  $T_4$  ;
  - b) puis en fonction du rapport volumétrique  $\alpha = \frac{V_1}{V_2}$  et du rapport  $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$  des chaleurs massiques de l'air.
- A.3)** Lorsque le piston est au point mort bas, le volume d'air est maximal et égal à  $600 \text{ cm}^3$ . Lorsque le piston est au point mort haut, le volume d'air est minimal et égal à  $100 \text{ cm}^3$  (en fin de compression). Calculer :
- a) le rendement théorique du cycle d'Otto
  - b) le travail fourni au cours d'un cycle, si l'air admis sous  $P_1 = 1 \text{ atm}$  et  $T_1 = 300 \text{ K}$ , et si la température maximale atteinte est  $1100 \text{ K}$ .
- A.4)** Pour quelle valeur du rapport volumétrique le moteur fonctionnant suivant le cycle d'Otto entre les températures  $300 \text{ K}$  et  $1100 \text{ K}$  a-t-il même rendement qu'une machine réversible fonctionnant suivant le cycle de Carnot entre les mêmes températures ?

### Partie B

**On donne :**  $P_1 = 1,00 \cdot 10^5 \text{ Pa}$  ;  $V_1 = 962 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3$  ;  $T_1 = 288 \text{ K}$  ;  $\alpha = \frac{V_1}{V_2} = 7$

Toutes les transformations du cycle sont supposées réversibles.

L'agent thermique est l'air, supposé se comporter comme un gaz parfait.

Sa capacité thermique massique à pression constante est  $C_p = 1000 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ .

Sa capacité thermique massique à volume constante est  $C_v = 714 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ .

La masse de carburant injecté sera négligée devant celle de l'air.

Les calculs seront menés en ne considérant qu'un seul cylindre.

- B.1)** Calculer la pression  $P_2$  et la température  $T_2$  en fin de compression.
- B.2)** La quantité de chaleur  $Q_{23}$  mise en jeu au cours de la phase **2**  $\rightarrow$  **3**, est évaluée à  $1500 \text{ J}$ .  
La masse d'air admise dans un cylindre est  $1,16 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$ .  
En déduire la température  $T_3$ , puis la pression  $P_3$  en fin d'explosion.
- B.3)** En fin de détente on a  $P_4 = 3,9 \cdot 10^5 \text{ Pa}$  et  $T_4 = 1115 \text{ K}$ .  
En déduire la quantité de chaleur  $Q_{41}$  mise en jeu au cours de la phase **4**  $\rightarrow$  **1**.
- B.4)** Montrer que la quantité de chaleur mise en jeu au cours du cycle est voisine de  $810 \text{ J}$ .
- B.5)** Déterminer l'énergie mécanique  $W_{\text{Cycle}}$  correspondante (on justifiera le résultat).