Université My Ismaïl
Faculté des Sciences
Département de Physique
Année universitaire 2020-2021

Correction de l'examen de mécanique quantique (SMP4).

Question de cours.

Les valeurs propres d'un opérateur hermétique sont réelles. En effet :

Si on a:

$$A\,|\phi_n\rangle = a_n\,|\phi_n\rangle$$

Alors on a

$$\langle\phi_n|\,A^+ = a_n^*\langle\phi_n|$$

En projetant les équations précédentes sur $|\phi_n\rangle$

$$\langle\phi_n|A|\phi_n\rangle = a_n\langle\phi_n|\phi_n\rangle = a_n$$

$$\langle\phi_n|A^+|\phi_n\rangle = a_n^*\langle\phi_n|\phi_n\rangle = a_n^*$$

Comme $A^+ = A$, on a $a_n = a_n^*$

Exercice 2

1° / Energie d'extraction : c'est l'énergie minimale que doit posséder un photon incident pour extraire un électron d'un métal.

2°/ a) Calcul de l'énergie transportée par un photon incident (en eV) :

$$W = \frac{hc}{\lambda} = 6{,}6210^{-34}\,\frac{310^8}{0{,}5910^{-6}} = 3{,}3610^{-19}J$$

$$W = 2{,}10eV$$

b) On obtient l'effet photoélectrique avec la cathode recouverte de Césium car :

Pour qu'il y ait effet photoélectrique il faut que :$W > W_0$

$$2{,}10eV > 1.87eV$$

L'énergie du photon incident 2,10eV est supérieure à l'énergie d'extraction W0=1,87eV du métal Césium.

c) Calcul de l'énergie cinétique maximale des électrons à la sortie de la cathode :

$$W = W_0 + Ec$$

$$W - W_0 = Ec$$

$$2{,}1 - 1{,}87 = 0{,}23eV = Ec$$

$$0{,}23.1{,}610^{-19} = 0{,}36\ 10^{-19}J = Ec$$

Problème

1. l'équation de Schrödinger dépendante de temps.

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\Psi(x,t)}{\partial x^2} + V(x)\Psi(x,t) = i\hbar\frac{\partial\Psi(x,t)}{\partial t}$$

2. $\rho(x) = |\Psi(x,t)|^2$ est la densité de probabilité de présence de la particule. La probabilité de trouver la particule dans tout l'espace entier est égale à 1. Donc on :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |\Psi(x,t)|^2 = 1$$

3. Dans tout le problème on cherchera des fonctions d'ondes relatives à des états stationnaires d'énergie E définies par ;

$$\Psi(x,t) = \varphi(x)e^{\frac{-iEt}{\hbar}}$$

a. un tel état est appelé état stationnaire car on a :

$$|\Psi(x,t)|^2 = |\varphi(x)|^2$$

Est indépendant de temps.

b. l'équation de Schrödinger vérifiée par $\varphi(x)$.

$$\frac{d^2\varphi(x)}{d^2x} + \frac{2m}{\hbar^2}(E - \mathrm{V(x)})\varphi(x) = 0$$

4. dans le cas où V(x)=V_0 ; l'équation de Schrödinger s'écrit,

$$\frac{d^2\varphi(x)}{d^2x} + \frac{2m}{\hbar^2}(E - \mathrm{V0})\varphi(x) = 0$$

les solutions possibles $\varphi(x)$ dans les deux cas suivants :

$\boldsymbol{E > V_0}$

$$\varphi \quad (x) = A \quad e^{ik \quad x} + A' \quad e^{-ik \quad x}$$

$$k^2 = \frac{2m}{\hbar^2}(E - V_0)$$

<u>E < V₀</u>.

$$\varphi \quad (x) = B \quad e^{qx} + B' \quad e^{-qx}$$

$$q^2 = \frac{2m}{\hbar^2}(V_0 - E)$$

5. pour une particule libre de masse m et d'impulsion p ; on $\mathrm{V(x)} = 0$; donc

$$E = \frac{P^2}{2m}$$

6. Calculer la fonction d'onde $\Psi(x,t)$ de cette particule.

$$\Psi(x,t) = \varphi(x)e^{\frac{-iEt}{\hbar}} = A \quad e^{i(kx-\omega t)} + A' \quad e^{-i(kx+\omega t)}$$