جامعة مولاي إسماعيل كلية العلوم
UNIVERSITÉ MOULAY ISMAÏL FACULTÉ DES SCIENCES

Département de Mathématiques
Filière : SMPC -S_2-
Année universitaire : 20/21
Session de rattrapage

Examen d'analyse II (1h)

Exercice 1. (4 Points)

1. Rappeler la technique d'intégration par parties pour une intégrale définie.
2. Calculer l'intégrale définie $A = \displaystyle\int_1^e \ln x \, dx$.

Exercice 2. (8 Points)

Soit f la fonction numérique définie sur $]1, +\infty[$ par

$$f(x) = \frac{4}{x^4 - 1}$$

1. Vérifier que pour tout $x > 1$,

$$f(x) = \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} - \frac{2}{1+x^2}$$

2. Calculer sur $]1, +\infty[$, $\displaystyle\int f(x)\, dx$.
3. Montrer que l'intégrale généralisée $I = \displaystyle\int_2^{+\infty} f(x)\, dx$ converge et donner sa valeur.
4. Déterminer la nature de l'intégrale généralisée $J = \displaystyle\int_1^2 f(x)\, dx$.

Exercice 3. (8 Points)

Soit (E) l'équation différentielle linéaire du second ordre

$$(E) : \qquad y'' + 2y' + y = 3e^{2x} + x^3$$

1. Résoudre l'équation sans second membre associée à (E).
2. Vérifier que $y_1(x) = \dfrac{1}{3}e^{2x}$ est une solution de $y'' + 2y' + y = 3e^{2x}$.
3. Chercher une fonction polynôme y_2 solution de $y'' + 2y' + y = x^3$.
4. Résoudre l'équation complète (E).

Fin