Université Moulay Ismaïl
Faculté des Sciences Juridiques
Economiques et Sociales - Meknès

Filière Sciences Economiques et Gestion
Année Uiversitaire 2020-2021
-Semestre 1-

TD N^o 2 d'Anayse Mathématique
Fonctions à plusieurs variables

Exercice 1. Déterminer les ensembles de définition des fonctions suivantes :

$$f_1(x,y) = \frac{\sqrt{x}y}{x^2+y^2}; \quad f_2(x,y) = \sqrt{1-xy}; \quad f_3(x,y) = \ln(x+y); \quad f_4(x,y) = \frac{\ln(y-x)}{x}.$$

Exercice 2. Calculer, si elles existent, les limites suivantes :

$$1. \lim_{(x,y)\to(1,1)} \frac{1}{x-y}; \quad 2. \lim_{(x,y)\longrightarrow(0,0)} \frac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}}; \quad 3. \lim_{(x,y)\longrightarrow(0,0)} \frac{xy}{x^2+y^2}; \quad 4. \lim_{(x,y)\longrightarrow(1,0)} \frac{y^3}{(x-1)^2+y^2}.$$

Exercice 3. Soit la fonction f définie par : $f(x,y) = \dfrac{x^3+y^3}{x^2+y^2}$. Dites si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses. Justifiez vos réponses.

☐ $Df = (\mathbb{R}^*)^2$.
☐ f n'admet pas de limite finie en $(0,0)$.
☐ f est continue en $(0,0)$.
☐ f est prolongeable par continuité en (0,0).

Exercice 4. Soit $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ définie par :

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{e^{x^2+y^2}-1}{x^2+y^2} & \text{si } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 \quad \text{sinon} \end{cases}$$

1. La fonction f est-elle continue en (0,0) ?
2. Calculer les dérivées partielles premières de f en tout point $(x,y) \neq (0,0)$.
3. La fonction f admet-elle des dérivées partielles premières en $(0,0)$?

Exercice 5. Calculer les dérivées partielles des fonctions suivantes :

1. $f(x,y) = \ln(x/y)$; 2. $f(x,y) = x^y$; 3. $f(x,y) = \ln\left(\dfrac{1}{\sqrt{x^2+y^2}}\right)$.

Exercice 6. Supposons que la quantité demandée d'un bien soit fonction du prix unitaire p et du revenu R de la façon suivante : $Q(p,R) = \dfrac{50R}{p^{3/2}}$.

1. Calculer les dérivées partielles d'ordre 1?
2. Calculer l'élasticité de la demande par rapport au prix et par rapport au revenu ?