Université Moulay Ismaïl
Faculté des Sciences Juridiques
Economiques et Sociales – Meknès

Filière Sciences Economiques et Gestion
- Semestre S1-
Année Universitaire 2020 / 2021

TD N ° 3 d'Analyse Mathématique
Optimisation

Exercice 1 Rechercher les points critiques et déterminer leur nature (maximum local, minimum local, col) pour les fonctions f définies ci-dessous

a) $f(x,y) = (x-5)^2 + (y-2)^2$
b) $f(x,y) = 2x^2 + 6y^2 - 5x + 4y$
c) $f(x,y) = 4x^2 - 12xy + y^2$

Exercice 2 On considère la fonction f suivante :

$$f(x,y) = x^3 + 3xy^2 + 3x^2y + 3y$$

a) calculez les dérivées partielles de f et les dérivées secondes de f
b) évaluez les dérivées partielles et les dérivées secondes de f aux points $A\begin{pmatrix} x=1 \\ y=-1 \end{pmatrix}$ et $B\begin{pmatrix} x=-1 \\ y=1 \end{pmatrix}$.

A et B sont ils des points critiques de f ?

c) déterminer la nature de ces points critiques (maximum local, minimum local, col,...)

Exercice 3 Rechercher les points critiques et déterminer leur nature (maximum local, minimum local, col) pour les fonctions f définies ci-dessous

a) $f(x,y) = x^2 + 2x + y + y^2$
b) $f(x,y) = 10 - x^2 - 5y^2 + 3xy - x + 2y$
c) $f(x,y) = x^2 - 12x + y^2 - 27y$
d) $f(x,y) = xy - x^2$
e) $f(x,y) = x^3 + y^2 - 3x - 12y + 10$

Exercice 4 Un industriel produit simultanément 2 biens A et B dont il a le monopole de la production et de la vente dans un pays. Soit x la quantité produit du premier bien et y la quantité produite du second. Les prix p_A et p_B auxquels il vend les bien A et B sont fonction des quantités écoulées selon les relations : $\begin{cases} p_A = f(x) \\ p_B = g(y) \end{cases}$

Le coût de production total des quantités x et y est une fonction $c(x,y)$.

Le Bénéfice de l'entreprise si elle vend les quantités x et y est donc la fonction

$$\pi(x,y) = xf(x) + yg(y) - c(x,y)$$

Dans chacun des cas suivants, trouvez les quantités qui maximisent le bénéfice de l'entreprise, la valeur maximale du bénéfice ainsi que les prix de vente de chacun des biens

a) $\begin{cases} p_A = 1 - x \\ p_B = 1 - y \\ c(x,y) = xy \end{cases}$

b) $\begin{cases} p_A = 28 - 3x \\ p_B = 22 - 2y \\ c(x,y) = x^2 + 3y^2 + 4xy \end{cases}$

c) $\begin{cases} p_A = 33 - 4x \\ p_B = 27 - y \\ c(x,y) = x^2 + 3y^2 + xy \end{cases}$