

**Examen de la session ordinaire 15 juin 2022**  
**Corrigé**

**QUESTIONS DU COURS :**

1)

	<b>Ferromagnétique doux</b>	<b>Ferromagnétique dur</b>
Forme du cycle d'hystérésis	étroit (fin)	Large
Excitation coercitive (Hc)	faible (inférieur à 1 000 A m <sup>-1</sup> )	très élevée (de 50 à 1 500 kA/m)
	Ils s'aimantent et se désaimantent très facilement.	Ils s'aimantent et se désaimantent très difficilement.
Utilisation pratique	Fabrication des circuits magnétiques des machines :  Moteurs, transformateurs, électroaimants	Fabrication des aimants permanents

2) Dans un cycle d'hystérésis en coordonnées ( $\vec{J}, \vec{H}$ ) :

L'**aimantation de saturation**  $\vec{J}_s$  est l'aimantation maximale acquise par un matériau magnétique, soumis à un champ appliqué.

L'**aimantation rémanente**  $\vec{J}_r$  est l'aimantation qui se conserve dans le matériau après disparition du champ magnétique qui lui donné naissance.

Le **champ coercitif**  $\vec{H}_c$  est l'excitation magnétique qu'il faut appliquer pour désaimanter le matériau ferromagnétique.

**ONDES ELECTROMAGNETIQUES DANS LES MILIEUX MATERIELS :**

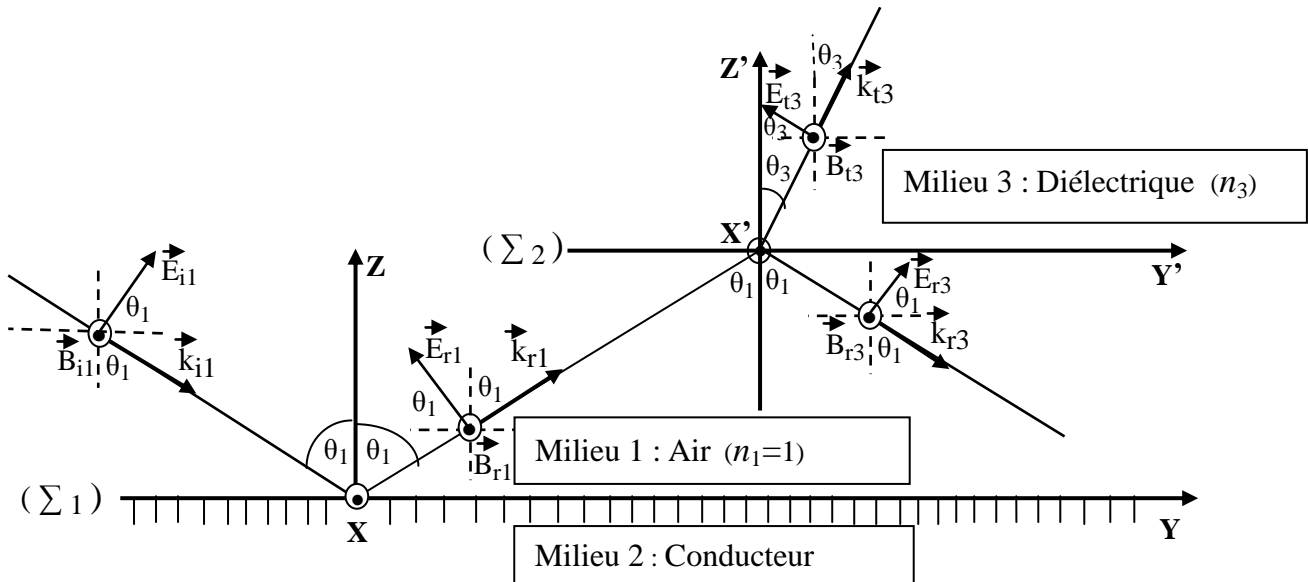
1) Voir représentation des différents champs sur la figure ci-après.

Pour représenter les champs électromagnétiques on tiendra compte des points suivants :

- Le mode fondamental de polarisation étant ici le mode Transverse Magnétique (TM) : Les quatre champs magnétiques  $\vec{B}_{i1}, \vec{B}_{r1}, \vec{B}_{r3}$  et  $\vec{B}_{t3}$  sont perpendiculaires au plan d'incidence (YOZ), donc ils sont parallèles à la direction OX du repère cartésien  $\vec{B} // OX$ . Le champ électrique, quant à lui, il est dans le plan d'incidence  $\vec{E} \in (YOZ)$ , soit :

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{B}_{i1}(M, t) = B_{i1x}(M, t) \cdot \vec{e}_x \\ \vec{B}_{r1}(M, t) = B_{r1x}(M, t) \cdot \vec{e}_x \\ \vec{B}_{r3}(M, t) = B_{r3x}(M, t) \cdot \vec{e}_x \\ \vec{B}_{t3}(M, t) = B_{t3x}(M, t) \cdot \vec{e}_x \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \vec{E}_{i1}(M, t) = E_{i1y}(M, t) \cdot \vec{e}_y + E_{i1z}(M, t) \cdot \vec{e}_z \\ \vec{E}_{r1}(M, t) = E_{r1y}(M, t) \cdot \vec{e}_y + E_{r1z}(M, t) \cdot \vec{e}_z \\ \vec{E}_{r3}(M, t) = E_{r3y}(M, t) \cdot \vec{e}_y + E_{r3z}(M, t) \cdot \vec{e}_z \\ \vec{E}_{t3}(M, t) = E_{t3y}(M, t) \cdot \vec{e}_y + E_{t3z}(M, t) \cdot \vec{e}_z \end{array} \right.$$

- Le champ  $\vec{E}_{r1}$  de l'onde réfléchie sur la surface ( $\Sigma_1 = \text{plan YOX}$ ) du milieu conducteur est en opposition de phase avec le champ  $\vec{E}_{i1}$  de l'onde incidente.
- Le champ  $\vec{E}_{r3}$  de l'onde réfléchie sur la surface ( $\Sigma_2 = \text{plan Y'OX'}$ ) du milieu diélectrique est en opposition de phase avec le champ  $\vec{E}_{r1}$  car  $n_1 < n_3$ .
- Les trièdres  $(\vec{E}_{i1}, \vec{B}_{i1}, \vec{k}_{i1})$ ,  $(\vec{E}_{r1}, \vec{B}_{r1}, \vec{k}_{r1})$ ,  $(\vec{E}_{r3}, \vec{B}_{r3}, \vec{k}_{r3})$  et  $(\vec{E}_{t3}, \vec{B}_{t3}, \vec{k}_{t3})$  sont directs.



## 2) Relation entre les modules des vecteurs d'onde $k_{i1}$ , $k_{r1}$ et $k_{r3}$ :

Les trois ondes de vecteurs d'ondes  $\vec{k}_{i1}$ ,  $\vec{k}_{r1}$  et  $\vec{k}_{r3}$  se propagent dans le même milieu (milieu 1, air) à la vitesse  $v_1 = c$ , donc les trois nombres d'onde sont égaux :

$$k_{i1} = k_{r1} = k_{r3} = \frac{\omega}{c} = k_1$$

**Remarque :** L'onde transmise dans le milieu 3 (diélectrique), se propage à la vitesse  $v_3$ . On posera donc dans la suite :

$$k_{t3} = \frac{\omega}{v_3} = k_3$$

## 3) Expressions des vecteurs d'onde $\vec{k}_{i1}$ , $\vec{k}_{r1}$ , $\vec{k}_{r3}$ et $\vec{k}_{t3}$ dans la base cartésienne $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$ :

Les angles d'incidence et de réflexion sur les surfaces ( $\Sigma_1$ ) et ( $\Sigma_2$ ) sont égaux ( $\theta_2 = \theta_1$ ), angles à côtés parallèles. Les projections des différents vecteurs d'onde sur les axes cartésiens donnent :

$$\begin{cases} \vec{k}_{i1} = k_1 (\sin \theta_1 \cdot \vec{e}_y - \cos \theta_1 \cdot \vec{e}_z) \\ \vec{k}_{r1} = k_1 (\sin \theta_1 \cdot \vec{e}_y + \cos \theta_1 \cdot \vec{e}_z) \\ \vec{k}_{r3} = k_1 (\sin \theta_2 \cdot \vec{e}_y - \cos \theta_2 \cdot \vec{e}_z) = k_1 (\sin \theta_1 \cdot \vec{e}_y - \cos \theta_1 \cdot \vec{e}_z) \\ \vec{k}_{t3} = k_3 (\sin \theta_3 \cdot \vec{e}_y + \cos \theta_3 \cdot \vec{e}_z) \end{cases}$$

**4) Expressions des champs électromagnétiques des différentes ondes :**

**a- Onde incidente :**

$$\vec{E}_{i1}(\mathbf{M}, t) = \begin{cases} E_{i1x} = 0 \\ E_{i1y} = E_{0i1} \cos \theta_1 \cdot \cos[\omega t - k_1(y \sin \theta_1 - z \cos \theta_1)] \\ E_{i1z} = E_{0i1} \sin \theta_1 \cdot \cos[\omega t - k_1(y \sin \theta_1 - z \cos \theta_1)] \end{cases} \quad (\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$$

$$\vec{B}_{i1}(\mathbf{M}, t) = B_{0i1} \cdot \cos[\omega t - k_1(y \sin \theta_1 - z \cos \theta_1)] \vec{e}_x$$

**b- Onde réfléchie sur la surface ( $\Sigma_1$ ) du conducteur :**

$$\vec{E}_{r1}(\mathbf{M}, t) = \begin{cases} E_{r1x} = 0 \\ E_{r1y} = -E_{0r1} \cos \theta_1 \cdot \cos[\omega t - k_1(y \sin \theta_1 + z \cos \theta_1)] \\ E_{r1z} = E_{0r1} \sin \theta_1 \cdot \cos[\omega t - k_1(y \sin \theta_1 + z \cos \theta_1)] \end{cases} \quad (\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$$

$$\vec{B}_{r1}(\mathbf{M}, t) = B_{0r1} \cdot \cos[\omega t - k_1(y \sin \theta_1 + z \cos \theta_1)] \vec{e}_x$$

**c- Onde réfléchie sur la surface ( $\Sigma_2$ ) du milieu diélectrique :**

$$\vec{E}_{r3}(\mathbf{M}, t) = \begin{cases} E_{r3x} = 0 \\ E_{r3y} = E_{0r3} \cos \theta_1 \cdot \cos[\omega t - k_1(y \sin \theta_1 - z \cos \theta_1)] \\ E_{r3z} = E_{0r3} \sin \theta_1 \cdot \cos[\omega t - k_1(y \sin \theta_1 - z \cos \theta_1)] \end{cases} \quad (\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$$

$$\vec{B}_{r3}(\mathbf{M}, t) = B_{0r3} \cdot \cos[\omega t - k_1(y \sin \theta_1 - z \cos \theta_1)] \vec{e}_x$$

**d- Onde transmise dans le milieu diélectrique :**

$$\vec{E}_{t3}(\mathbf{M}, t) = \begin{cases} E_{t3x} = 0 \\ E_{t3y} = -E_{0t3} \cos \theta_3 \cdot \cos[\omega t - k_3(y \sin \theta_3 + z \cos \theta_3)] \\ E_{t3z} = E_{0t3} \sin \theta_3 \cdot \cos[\omega t - k_3(y \sin \theta_3 + z \cos \theta_3)] \end{cases} \quad (\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$$

$$\vec{B}_{t3}(\mathbf{M}, t) = B_{0t3} \cdot \cos[\omega t - k_3(y \sin \theta_3 + z \cos \theta_3)] \vec{e}_x$$

**5) Expression du vecteur unitaire de la direction du champ électrique  $\vec{E}_{i1}(\mathbf{M}, t)$  de l'onde incidente :**

Soit  $\vec{e}_v$  le vecteur unitaire de la direction du champ  $\vec{E}_{i1}(\mathbf{M}, t)$ . Ce champ peut s'écrire dans la base cartésienne sous la forme :

$$\begin{aligned} \vec{E}_{i1}(\mathbf{M}, t) &= E_{i1y}(\mathbf{M}, t) \vec{e}_y + E_{i1z}(\mathbf{M}, t) \vec{e}_z = \\ &= E_{0i1} \cos[\omega t - k_1(y \sin \theta_1 - z \cos \theta_1)] [\cos \theta_1 \vec{e}_y + \sin \theta_1 \vec{e}_z] \\ &= E_{0i1} \cos[\omega t - k_1(y \sin \theta_1 - z \cos \theta_1)] \vec{e}_v \end{aligned}$$

d'où le vecteur unitaire :  $\vec{e}_v = \cos \theta_1 \vec{e}_y + \sin \theta_1 \vec{e}_z$

**Type de polarisation :**

Le champ de l'onde incidente garde une direction fixe parallèle à celle du vecteur unitaire  $\vec{e}_v$ , donc l'onde est polarisée rectilignement suivant la direction de vecteur unitaire  $\vec{e}_v$ .

**6) – Expression du vecteur de Poynting  $\vec{R}_t(M, t)$  de l'onde transmise dans le milieu 3 :**

$$\vec{R}_{t3}(M, t) = \frac{\vec{E}_{t3}(M, t) \wedge \vec{B}_{t3}(M, t)}{\mu_0} = \frac{1}{\mu_0} \begin{pmatrix} 0 \\ E_{t3y} \\ E_{t3z} \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} B_{t3x} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{E_{t3z} B_{t3x}}{\mu_0} \\ -\frac{E_{t3y} B_{t3x}}{\mu_0} \end{pmatrix}$$

$$= \frac{(E_{t3z} B_{t3x}) \cdot \vec{e}_y - E_{t3y} B_{t3x} \cdot \vec{e}_z}{\mu_0}$$

Soit :

$$\vec{R}_{t3}(M, t) = \frac{E_{0t3} B_{0t3} \cos^2[\omega t - k_3(y \sin \theta_3 + z \cos \theta_3)] (\sin \theta_3 \cdot \vec{e}_y + \cos \theta_3 \cdot \vec{e}_z)}{\mu_0}$$

$$= \frac{E_{0t3}^2 \cos^2[\omega t - k_3(y \sin \theta_3 + z \cos \theta_3)] (\sin \theta_3 \cdot \vec{e}_y + \cos \theta_3 \cdot \vec{e}_z)}{v_3 \mu_0}$$

$$= \frac{E_{t3}^2(M, t) \cdot (\sin \theta_3 \cdot \vec{e}_y + \cos \theta_3 \cdot \vec{e}_z)}{v_3 \mu_0} = \frac{E_{t3}^2(M, t)}{v_3 \mu_0} \vec{e}_u$$

où :

$$B_{0t3} = \frac{E_{0t3}}{v_3} \quad ; \quad v_3 = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_r}} = \frac{c}{n_3}$$

$\vec{e}_u = \sin \theta_3 \cdot \vec{e}_y + \cos \theta_3 \cdot \vec{e}_z$  vecteur unitaire de la direction de l'onde transmise

**Relation entre le vecteur de Poynting et la transmission de l'information :**

**-Le flux du vecteur de Poynting à travers une surface perpendiculaire à la direction de propagation représente la puissance électromagnétique transportée par l'onde, soit :**

$$P_{em} = \iint_S \vec{R}_t(M, t) \cdot dS \cdot \vec{e}_u = \iint_S R_t(M, t) \cdot dS$$

$\vec{e}_u$  = vecteur unitaire de la direction de propagation de l'onde.

**7) Fréquence de l'onde électromagnétique incidente :**

A partir de l'expression de la profondeur de pénétration de l'onde (ou longueur d'atténuation) dans le milieu de propagation, donnée par :

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\gamma \mu_0 \omega}} = \frac{1}{\sqrt{\gamma \mu_0 \pi f}} \quad \text{où } f = \frac{\omega}{2\pi}$$

on tire l'expression de la fréquence, soit :  $f = \frac{1}{\gamma \mu_0 \pi \delta^2}$

Application numérique :  $\gamma = 58.10^7 \text{ S/m}$ ;  $\delta = 0.066 \text{ mm}$ ;  $\mu_0 = 4 \pi 10^{-7} \text{ H/m}$

$$f = \frac{1}{58.10^7 \cdot 4 \pi^2 10^{-7} (0,066.10^{-3})^2} \approx 10 \text{ MHz}$$

