

Session de rattrapage - Juillet 2022

I-

Un milieu paramagnétique (**milieu 1**) de forme cylindrique, de perméabilité magnétique relative  $\mu_{r1}$ , de rayon **a** et de hauteur **h**, est entouré par un milieu de même famille (**milieu 2**) de perméabilité magnétique  $\mu_{r2}$ , de rayon **b** et de même hauteur **h**. Les deux milieux sont parcourus par des courants électriques réels de même intensité **I** et de sens contraires, répartis avec une densité volumique uniforme  $\vec{j}_1 = j_1 \cdot \vec{e}_z$  dans le **milieu 1** et  $\vec{j}_2 = -j_2 \cdot \vec{e}_z$  dans le **milieu 2**.

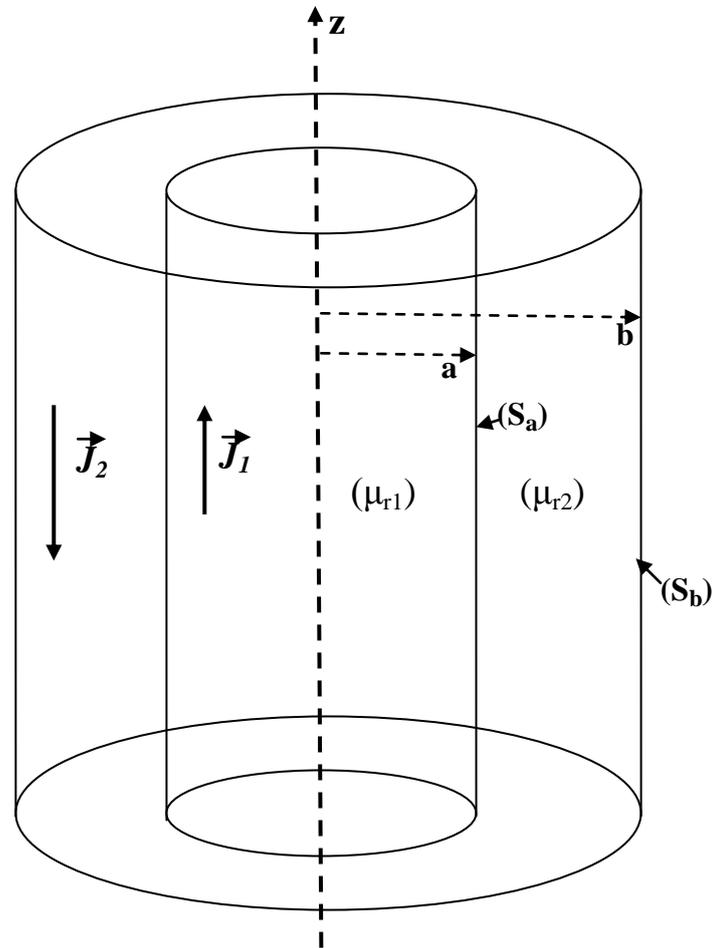
On désignera par **S<sub>b</sub>** la surface latérale externe du **milieu 2**, et par **S<sub>a</sub>** la surface latérale commune aux deux milieux. Les vecteurs aimantations des deux milieux en un point  $M(r, \theta, z)$  sont donnés, dans la base cylindrique, par les expressions :

$$\begin{cases} \vec{J}_1(M) = \frac{(\mu_{r1} - 1)Ir}{2\pi a^2} \vec{e}_\theta \\ \vec{J}_2(M) = \frac{(\mu_{r2} - 1)(b^2 - r^2)I}{2\pi(b^2 - a^2)r} \vec{e}_\theta \end{cases}$$

- 1) En utilisant les caractéristiques d'un milieu magnétique parfait, déterminer les champs d'excitation magnétique  $\vec{H}_1(M)$  et  $\vec{H}_2(M)$  respectivement à l'intérieur du milieu 1 et du milieu 2.

En déduire les champs d'induction magnétique  $\vec{B}_1(M)$  et  $\vec{B}_2(M)$ .

- 2) Calculer les densités des courants fictifs d'aimantation.
- 3) Calculer les intensités des courants d'aimantation. Vérifier que le courant d'aimantation total est nul.
- 4) Déterminer l'énergie magnétique emmagasinée dans le milieu 1.



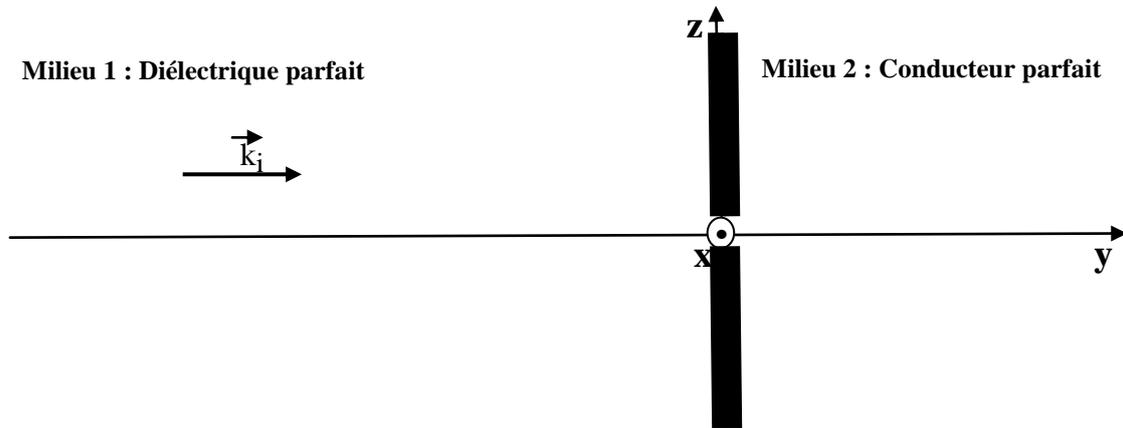
**Rappel :** Le rotationnel d'un champ de vecteurs  $\vec{R}(M) = R_r(M) \cdot \vec{e}_r + R_\theta(M) \cdot \vec{e}_\theta + R_z(M) \cdot \vec{e}_z$ , en un point  $M(r, \theta, z)$  dans la base cylindrique est :

$$\vec{\text{rot}} \vec{R} = \left( \frac{1}{r} \frac{\partial R_z}{\partial \theta} - \frac{\partial R_\theta}{\partial z} \right) \cdot \vec{e}_r + \left( \frac{\partial R_r}{\partial z} - \frac{\partial R_z}{\partial r} \right) \cdot \vec{e}_\theta + \frac{1}{r} \left( \frac{\partial(r \cdot R_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial R_r}{\partial \theta} \right) \cdot \vec{e}_z$$

## II-

On suppose l'espace divisé en deux demi espaces, l'un est un diélectrique non absorbant (**milieu 1**) et l'autre parfaitement conducteur (**milieu 2**). La surface ( $\Sigma$ ) qui sépare les deux milieux est confondue avec le plan ( $ZOX$ ).

On considère une onde électromagnétique plane monochromatique incidente ( $\vec{E}_i, \vec{B}_i, \vec{k}_i$ ) de pulsation  $\omega$  et d'amplitude  $E_{0i}$ , polarisée rectilignement suivant la direction de l'axe  $Oz$  d'un repère cartésien  $\mathcal{R}(O, x, y, z)$ , se propageant dans le milieu diélectrique, parallèlement à  $Oy$ .



- 1) Rappeler les relations de passage pour les composantes du champ électromagnétique à la surface ( $\Sigma$ ) d'un conducteur parfait.
- 2) Ecrire l'expression réelles des champs électriques incident  $\vec{E}_i(M, t)$  et réfléchi  $\vec{E}_r(M, t)$ .
- 3) A partir des relations de passage à la surface du conducteur, trouver la relation entre l'amplitude  $E_{0r}$  du champ réfléchi et  $E_{0i}$  du champ incident. Conclure.
- 4) Représenter sur la figure, en un point  $M$  les ondes ( $\vec{E}_i, \vec{B}_i, \vec{k}_i$ ) et ( $\vec{E}_r, \vec{B}_r, \vec{k}_r$ ).
- 5) Déterminer les champs magnétiques incident  $\vec{B}_i(M, t)$  et réfléchi  $\vec{B}_r(M, t)$ .

=====