Courants alternatif et sinusoïdal

Après avoir traité dans le chapitre 2 les circuits en régime continu, nous abordons maintenant, l'étude des circuits alimentés par des tensions alternatives sinusoïdales.

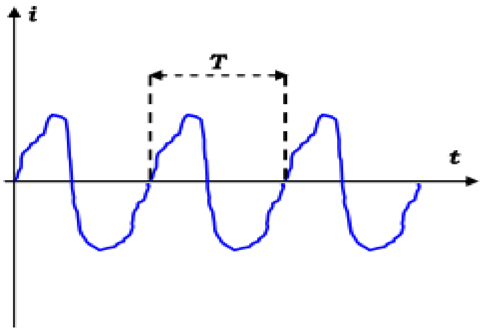
I. Les courants alternatifs

I-1 Définitions

On appelle courant alternatif un courant électrique dont le sens varie périodiquement et dont l'intensité moyenne est nulle. De la même manière, une tension dont le signe s'inverse périodiquement et de moyenne nulle est appelée tension alternative. Ces grandeurs sont souvent notées avec le suffixe AC (pour alternating current) tandis que les grandeurs continues (courant ou tensions constants) sont notées DC (direct current).

Un courant est alternatif s'il change de sens au cours du temps t ; en outre, il est périodique si son intensité i reprend la même valeur à des intervalles de temps égaux à T. On a alors : $i(t) = f(t) = f(t + nT)$.

- *n est un nombre entier.*
- *T est la période et son inverse f est la fréquence :*



Des cas particuliers en pratique du courant alternatif sont :

- Le courant alternatif sinusoïdal
- Le courant alternatif triangulaire
- Le courant alternatif carré.

Dans ce chapitre on s'intéressera plus particulièrement au courant **alternatif sinusoïdal.**

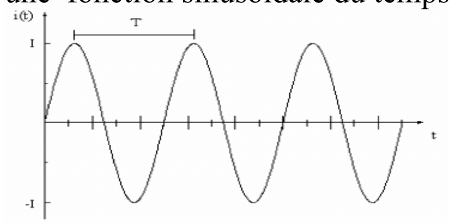
II. Les courants alternatifs sinusoïdaux

Un cas particulier très utile en pratique est le courant alternatif sinusoïdal. Un courant alternatif est sinusoïdal, lorsque son intensité est une fonction sinusoïdale du temps :

$$i(t)=I_M \sin(\omega t+\varphi)$$

ou

$$i(t)=I_M \cos(\omega t+\varphi)$$



i est la valeur instantanée de l'intensité du courant (mesurée en A); cette grandeur est généralement marquée par une minuscule.

Le courant alternatif sinusoïdal est caractérisé par les grandeurs suivantes :

- I_M l'amplitude ou la valeur maximale du courant, mesurée en A;
- ω la pulsation, mesurée en s^{-1} ou Hz;
- φ la phase initiale, mesurée en radians.

On définit également :

- $I_{cc} = 2I_M$ l'intensité crête-à-crête (également notée Ipp, pour peak-to-peak);
- $T = 2\pi / \omega$ la période, mesurée en secondes;
- $f=1/T$ la fréquence du courant alternatif, exprimée en s^{-1} ou Hz, également notée ν. On a donc
  $\omega = 2\pi f$ (ou $\omega = 2\pi\nu$).

La quantité $\omega t+\phi$ s'appelle la phase du courant alternatif sinusoïdal. Par abus de langage, on appelle souvent ω la fréquence du courant alternatif, bien qu'il s'agisse réellement de la pulsation, qui est égale à la fréquence à un facteur 2π près.

La valeur efficace ***I*** d'un courant alternatif est définie comme la racine carrée de la moyenne du carré de l'intensité calculée sur une période. Elle s'écrit :

$$I = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2 dt}$$

Dans le cas d'un courant alternatif sinusoïdal, on obtient :

$$I = \frac{I_M}{\sqrt{2}}$$

La valeur instantanée ***i*** d'un tel courant s'écrit alors :

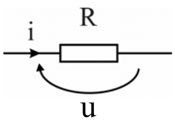
$$i = I\sqrt{2}\sin(\omega t + \varphi)$$

III. Courants alternatifs dans les circuits passifs

Un composant «actif» est un dispositif qui peut amplifier la puissance, c'est-à-dire fournir un signal de sortie qui transporte plus de puissance que le signal d'entrée. La puissance ajoutée provient d'une source extérieure (l'alimentation). Le transistor est l'exemple le plus important d'un composant actif. Par opposition, les composants qui ne peuvent pas augmenter la puissance d'un signal sont dits «passifs». Des exemples de composants passifs sont les résistances, les selfs, les condensateurs et les diodes.

III-1 Courant alternatif dans une résistance

Soit une résistance R parcourue par un courant alternatif sinusoïdal $i(t)= I \sin\omega t$.
Nous avons déjà vu que la tension aux bornes de R est donnée par : $u(t) = R\, i(t)$
Il s'agit d'une tension en phase avec le courant i; son amplitude est donnée par : $U = RI$



III-2 Courant alternatif dans une self

Considérons une self L parcourue par un courant alternatif sinusoïdal i(t)= I sinωt.

La tension aux bornes de la self (force contre-électromotrice induite) vaut :

$$u(t) = L\frac{di}{dt}$$

Par conséquent,

$$\begin{aligned} u(t) &= \omega\ L\ I\ cos\omega t \\ &= \omega\ L\ I\ sin\left(\frac{\pi}{2} - \omega t\right) \\ &= \omega\ L\ I\ sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \end{aligned}$$

La tension aux bornes d'une self est donc en avance de π/2 sur le courant qui la traverse (on dit que la tension est en quadrature de phase avant sur le courant).
Les amplitudes sont liées par : $U = \omega L I$
Cette relation est donc analogue à la loi d'Ohm, mais la résistance doit être remplacée par le produit ωL, qui porte le nom d'**inductance**, qu'on note X_L. Contrairement à la résistance R, l'inductance augmente avec la fréquence du courant alternatif; pour un courant d'amplitude constante, l'amplitude de la tension aux bornes de la self sera d'autant plus grande que la fréquence sera élevée.

III-3 Courant alternatif dans une capacité

Considérons une capacité C parcourue par un courant alternatif sinusoïdal i(t) = I sinωt .
La tension entre les armatures d'un condensateur augmente d'une quantité dv si on y amène une charge supplémentaire dq: $du = \frac{1}{C}dq$
D'où :

$$\frac{du}{dt} = \frac{1}{C}\frac{dq}{dt} = \frac{1}{C}\ i(t)$$

$$u(t) = \frac{1}{C}\int i(t)dt$$

et par conséquent :

$$\begin{aligned} u(t) &= -\frac{I}{\omega C}\cos\omega t \\ &= -\frac{I}{\omega C}\ sin\left(\frac{\pi}{2} - \omega t\right) \\ &= \frac{I}{\omega C}\ sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \end{aligned}$$

La tension aux bornes d'une capacité est donc en retard de π/2 sur le courant qui la traverse. Les amplitudes sont liées par $U = \frac{1}{\omega C}I$
La quantité $\frac{1}{\omega C}$ porte le nom de **capacitance**, qu'on note X_C. Elle diminue avec la fréquence du courant alternatif; pour un courant d'amplitude constante, l'amplitude de la tension aux bornes du condensateur sera d'autant plus petite que la fréquence sera élevée.

On peut donc généraliser la loi d'Ohm aux capacités et aux selfs, en écrivant, pour l'amplitude des tensions et courants sinusoïdaux : **U = Z I**
Z s'appelle l'impédance et est égale à R, XC ou XL dans le cas d'une résistance, d'une capacité et d'une self, respectivement.

IV. Représentation par les nombres complexes

On sait en effet qu'un nombre complexe de la forme : z = ρ (cosθ + j sinθ)
Avec ρ : représente l'amplitude
θ : la phase
j : où $j^2 = -1$
Un courant alternatif de la forme : i (t) = I sin(ωt+φ)
peut donc être représenté directement par un nombre complexe en prenant :

- comme amplitude (ou module) ρ = I
- comme phase θ = ωt+φ

Le nombre complexe représentant l'intensité sera donc

$$I(t) = I[\cos(\omega t + \varphi) + j\sin(\omega t + \varphi)]$$

dont on n'aura qu'à extraire la partie imaginaire pour obtenir la valeur du courant à un moment donné :

$$i(t) = Im\{I(t)\}$$

Pour simplifier encore les calculs, on préfèrera exprimer I(t) sous sa forme exponentielle :

$$I(t) = Ie^{j(\omega t+\varphi)}$$

Impédance complexe des selfs et des condensateurs

Self

$$\begin{aligned} U(t) &= L\frac{dI(t)}{dt} \\ &= L\frac{d}{dt}(Ie^{j\omega t}) \\ &= j\omega L(Ie^{j\omega t}) \\ &= j\omega L\, I(t) \end{aligned}$$

Nous avons donc trouvé une expression qui lie la tension complexe V(t) au courant complexe I(t). Le facteur Ljω n'est autre que l'impédance complexe de la self, notée : $X_L = j\omega L$

Condensateur

Un raisonnement similaire peut être appliqué. Ecrivons cette fois :

$$\frac{dU(t)}{dt} = \frac{1}{C}I(t) = \frac{1}{C}\left(Ie^{j\omega t}\right)$$

En intégrant, on obtient

$$U(t) = \frac{1}{jC\omega}\left(Ie^{j\omega t}\right) = \frac{1}{jC\omega}I(t)$$

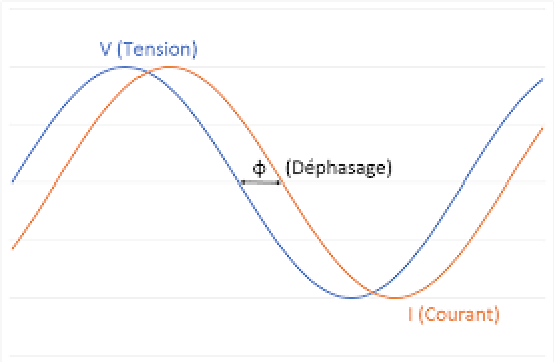
L'impédance complexe d'un condensateur est donc finalement

$$X_C = \frac{1}{jC\omega} = -\frac{j}{C\omega}$$

V. Notions de déphasage

Deux grandeurs sinusoïdales (courant – tension par exemple) de même fréquence, peuvent être décalées dans le temps l'une par rapport à l'autre.

Ce temps de décalage peut être converti en un angle désigné par la lettre "φ". **L'angle φ est l'angle de déphasage** de V tension par rapport à I intensité ou l'inverse.



Si φ=0 : Les deux grandeurs (V et I) sont en phases.

Si φ = π **: Les deux grandeurs (V et I) sont en opposition de phases.**

Si $\varphi = \pm\frac{\pi}{2}$: Les deux grandeurs (V et I) sont en quadrature de phase (+ $\frac{\pi}{2}$: avance, - $\frac{\pi}{2}$ retard).