Filtres Passifs

Objectifs

- Filtres utilisés dans les circuits électroniques pour éliminer les signaux indésirables dans les signaux ou pour isoler dans un signal complexe le ou les fréquences utiles.
- Applications : systèmes de télécommunications, système d'acquisition et de traitement des signaux.

I. Généralités sur le filtrage

I-1 **Définition**

Le filtre est un quadripôle linéaire (Deux bornes d'entées, et deux bornes de sorties), qui ne laisse passer que les signaux compris dans un domaine de fréquence limité. il en existe deux types : les filtres actifs et les filtres passifs. Dans ce chapitre on s'intéressera aux filtres passifs, on aura à faire aux résistances et condensateurs aux montages à quadripôles.

I-2 **Filtres passifs**

Les filtres passifs constitués de dipôles passifs linéaires (résistances, condensateurs, bobines).

Ve : tension d'entrée

Vs : tension de sortie.

Un filtre passif est un circuit linéaire ⇒ Si la tension d'entrée est sinusoïdale alors la tension de sortie est sinusoïdale de même fréquence.

I-3 **Fonction de transfert ou transmittance d'un quadripôle linéaire**

Le comportement d'un filtre est défini par l'étude fréquentielle de la fonction de transfert entre la tension de sortie et la tension d'entrée. De nombreux circuits électriques peuvent être représentés par des quadripôles. Une caractéristique importante d'un quadripôle est sa réponse en fréquence. Un circuit dont la réponse en fonction de la fréquence n'est pas constante est un filtre. En régime sinusoïdal, on le caractérise par sa fonction de transfert complexe qui est le quotient de la tension de sortie Vs* par la tension d'entrée Ve* :

$H^*(j\omega) = \frac{V_S^*}{V_e^*}$ ou $H^*(j\omega) = G(\omega).e^{j\varphi(\omega)}$

Avec G la norme du gain en tension : $G(\omega) = \frac{|V_S^*|}{|V_e^*|}$

Et le déphasage : $\varphi(\omega) = \arg(V_S^*) - \arg(V_e^*)$

Un ***filtre passif réel*** dissipe toujours de l'énergie et la puissance disponible à la sortie est toujours inférieure à la puissance appliquée à l'entrée.

I-4 **Décibels**

En acoustique physiologique, on constate que la sensation est proportionnelle au logarithme de la pression acoustique. Ceci a conduit à la définition d'échelles logarithmiques pour la mesure des gains. Les gains en décibels sont définis par :

- Gain en tension : $G(\omega)_{dB} = 20.\mathrm{Log}_{10}(G(\omega))$
- Gain en puissance: $P(\omega)_{dB} = 10.\mathrm{Log}_{10}(P(\omega))$

I-5 **Fréquence de coupure**

On définit la fréquence de coupure ω_C d'un système comme étant celle pour laquelle le gain maximum en tension est divisé par.

$$G(\omega_c) = {}^{G_{max}}\!/_{\sqrt{2}}$$

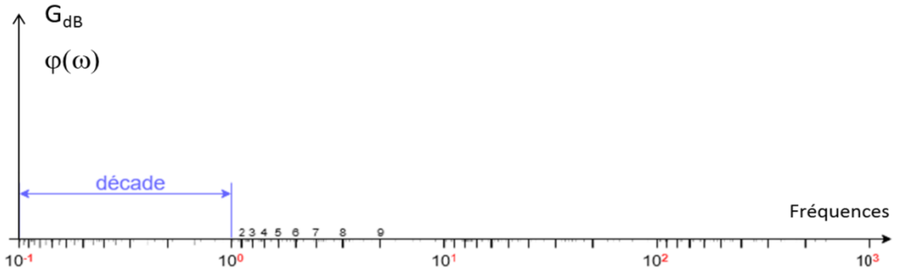
Or $\mathrm{Log}(\sqrt{2}) = 0{,}1505 \approx 3/20$. On peut donc aussi définir la fréquence de coupure comme la fréquence qui correspond à une diminution de 3 dB du gain maximum.

$$G'(\omega_c) = G'_{max} - 3dB$$

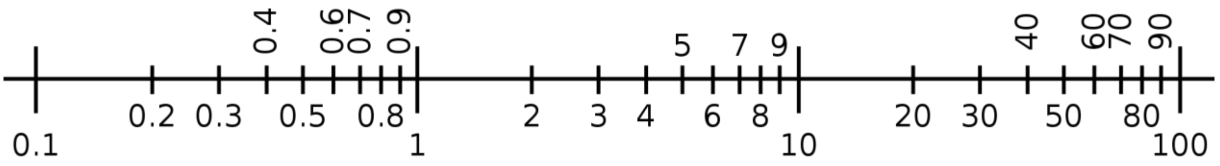
II. Diagrammes de Bode

La gamme des fréquences appliquées aux montages électriques étant très large, lors du tracé des fonctions de transfert, on utilise une échelle logarithmique pour l'axe des fréquences. Soit f_0 une fréquence caractéristique d'un système (par exemple une fréquence de coupure).
Les diagrammes de Bode de ce système sont les courbes du gain (en dB) et de la phase de la fonction de transfert, en fonction de $\mathrm{Log}(f/f_0) = \mathrm{Log}(\omega/\omega_0)$.

La représentation de Bode utilise donc pour les abscisses une échelle logarithmique en coordonnées réduites et pour les ordonnées une échelle en décibels. Les courbes sont en général tracées sous leur forme asymptotique.



Dans une échelle lagorithmique, une octave est l'écart ente X et 2X et decade est l'écart entre X et 10X.

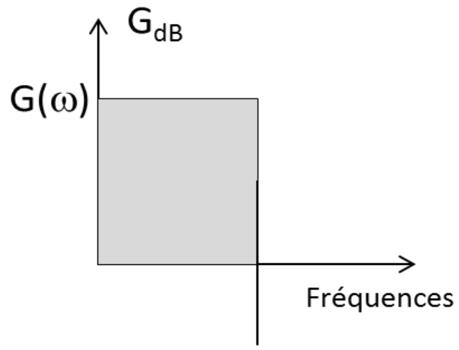


III. Principaux filtres idéaux

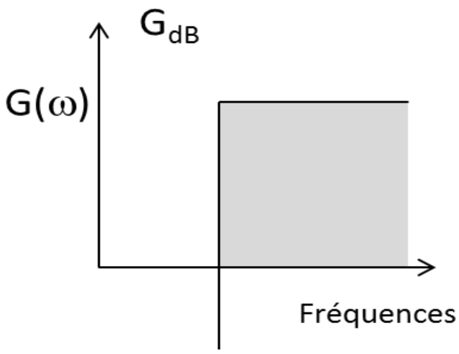
Un filtre idéal présent :
- Un affaiblissement nul dans la bande de fréquence que l'on désir concevoir (bande passante)
- Un affaiblissement infini dans la bande que l'on désire éliminer (bande atténuée).

Un filtre limite le spectre du signal qui le traverse ; on distingue quatre types de filtres :

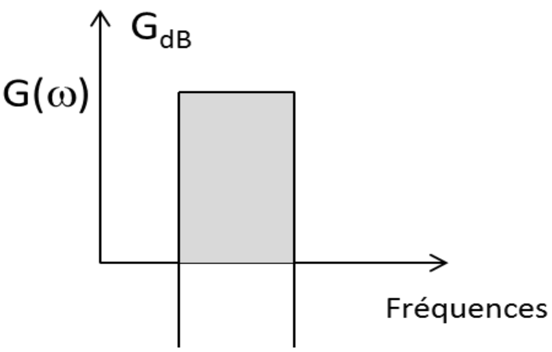
• passe-bas,



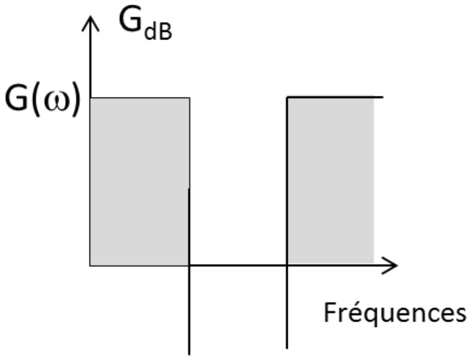
• passe-haut



• passe-bande



• coupe-bande.



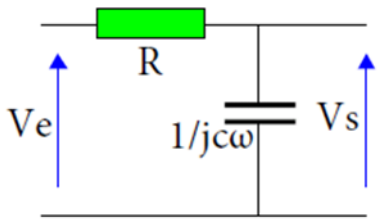
IV. Fonctions de transfert du premier ordre

Un système est dit du premier ordre si sa fonction de transfert ne contient que des constantes et la première puissance de ω.

IV-1 Filtres élémentaires

IV-1-1 Filtres passe-bas

Pour le circuit non chargé, la résistance et le condensateur se comportent comme un diviseur de tension idéal et :



$$H^*(j\omega) = \frac{V_s^*}{V_e^*} = \frac{1}{1 + jRC\omega}$$

On pose $\omega_c = 1/RC$ et $x = \omega/\omega c$

La fonction de transfert du quadripôle devient :

$$H^*(j\omega) = \frac{V_s^*}{V_e^*} = \frac{1}{1 + j\left({}^{\omega}/_{\omega_c}\right)} = \frac{1}{1 + jx}$$

Pour ω = 0, le condensateur à une impédance infinie d'où le gain vaut 1.

Pour ω = ∞, le condensateur à une impédance nulle d'où le gain vaut 0.

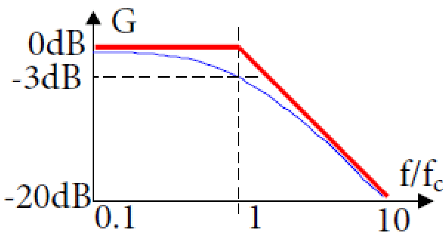
Le Gain :

$$G(\omega) = \left|\frac{V_s^*}{V_e^*}\right| = \frac{1}{\sqrt{1 + x^2}}$$

Si x = 1 alors :

$$G(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$f_c = 1/2\pi RC$ est donc la fréquence de coupure de ce circuit qui atténue les hautes fréquences.

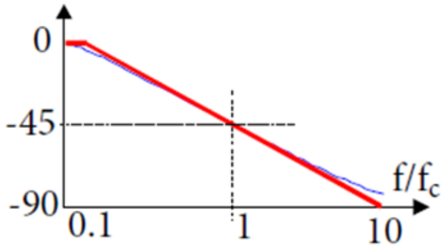


φ = – arcTang(x). Si x = 1 alors φ = – 45°

Pour x = 0,1, φ = – 6°

Pour x = 10, φ = – 84°

Pour le diagramme asymptotique, on considère que la phase varie de 0 à –90° sur deux décades.

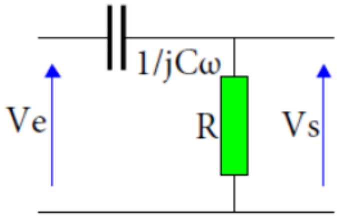


En remplaçant la résistance par une inductance L, le condensateur par une résistance et en posant ωc = R/L, on obtient la même fonction de transfert.

IV-1-1 Filtres passe-haut

Pour le circuit non chargé, on a :

$$H^*(j\omega) = \frac{V_s^*}{V_e^*} = \frac{jRC\omega}{1 + jRC\omega}$$



On pose $\omega_c = 1/RC$ et $x = \omega/\omega_c$

La fonction de transfert devient :

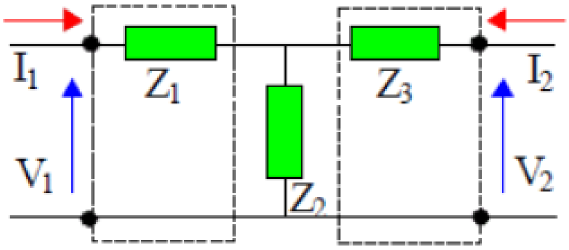
$$H^*(j\omega) = \frac{V_s^*}{V_e^*} = \frac{j\left(\omega/\omega_c\right)}{1+j\left(\omega/\omega_c\right)} = \frac{jx}{1+jx}$$

En remplaçant la résistance par une inductance L, le condensateur par une résistance R et en posant $\omega c = R/L$, on obtient la même fonction de transfert. On obtient cette fois un filtre qui atténue les basses fréquences.

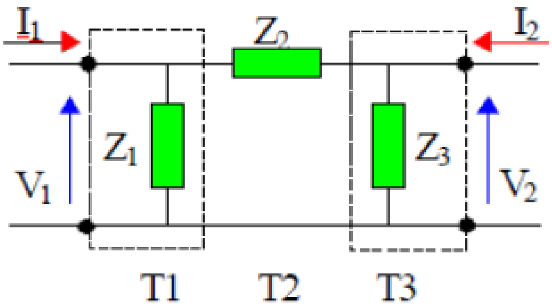
A $\omega = 0$, le condensateur à une impédance infinie d'où le gain est nul.
A $\omega = \infty$, le condensateur à une impédance nulle d'où le gain vaut 1.

Exemple : voir TD

- Filtre en T



- Filtre en Π



- Filtre en L