جامعة مولاي إسماعيل
UNIVERSITÉ MOULAY ISMAÏL

كلية العلوم والتقنيات
FACULTÉ DES SCIENCES ET TECHNIQUES

Département de physique

Cours d'optique géométrique

BCG - S1

Module : P211

(Optique géométrique&Radioactivité)

Pr. A. EL BAKKALI

2023/2024

Plan du cours

I. Réflexion et réfraction

II. Dioptres et miroirs dans l'approximation de Gauss

III. Lentilles Minces

IV. Applications : Loupe, Microscope, Optique de l'œil...

I. Réflexion et réfraction

Historique

De nombreux scientifiques ont marqué les siècles suivants par leurs découvertes relatives aux effets de la lumière :

1620 : René Descartes ; optique géométrique

1668 : Isaac Newton ; théorie corpusculaire de la lumière infrarouge et observation de franges d'interférences

1678 : Christian Huyghens ; concept ondulatoire de la lumière

1729 : Pierre Bouguer ; premières comparaisons d'intensité de sources de lumière

1801 : William Herschel ; découverte de l'infrarouge (IR)

1801 : Johann Wilhelm Ritten ; découverte de l'ultraviolet (UV)

1822 : Thomas Young et A. Fresnel ; théorie des ondes lumineuses périodiques

1839 : Antoine Becquerel ; première observation d'un effet photoélectrique

1864 : James Clerk Maxwell ; théorie électromagnétique des ondes lumineuses

1900 : Max Planck ; théorie de l'émission thermique du rayonnement, les quanta de la Lumière.

1905 : Albert Einstein ; théorie de l'émission photoélectrique, les photons.

Notions et rappels fondamentaux

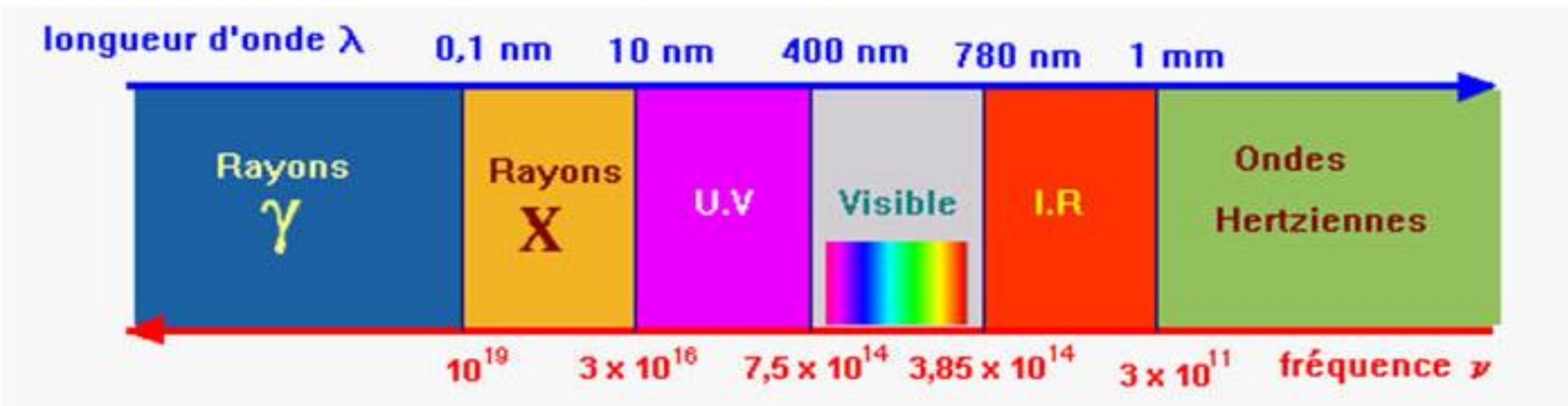
L'avancée du XX^e siècle et le développement de la dualité onde-corpuscule a conduit De Broglie à associer à un corpuscule de masse m, une onde de longueur **λ= h/mv** où h est la constante de Planck (**h = 6,6256.10^{-34}J.s**). La lumière peut être considérée comme un phénomène ondulatoire et/ou corpusculaire (constitué de photons). Les ondes électromagnétiques sont en fait des phénomènes périodiques qui se propagent aussi bien dans un milieu matériel que dans le vide, elles sont constituées d'un champ magnétique et d'un champ électrique qui varient périodiquement dans le temps. Considérons un rayonnement dans le vide de longueur d'onde λ, la quantité spectrale est mesurée par la fréquence de l'onde ν = c/λ où **c** est la vitesse de la lumière dans le vide (**c≈3.10^8 m.s^{-1}**).

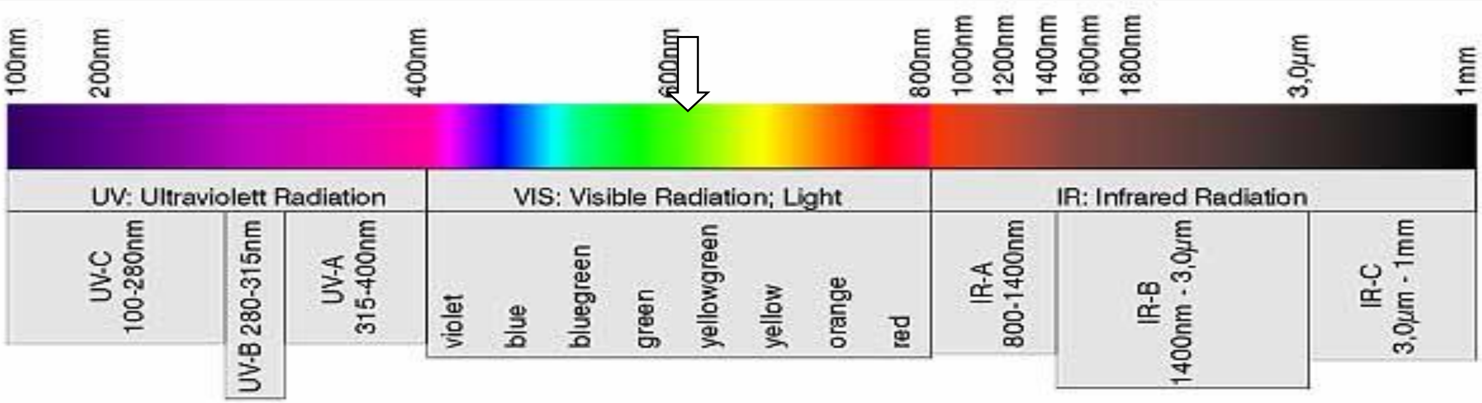
Les travaux de Planck et d'Einstein ont conduit à admettre que l'énergie transportée par la lumière est quantifiée, ainsi chaque photon est porteur d'une énergie : $E = h\nu = h\dfrac{c}{\lambda}$

La lumière correspond à un flux de particules (les photons), dotées d'une énergie dépendant de la longueur d'onde du rayonnement, et non de son intensité. Lorsque la longueur d'onde augmente, l'énergie des photons diminue.

Gammes de longueurs d'ondes d'un rayonnement électromagnétique

L'œil humain perçoit la lumière de longueurs d'ondes différentes en l'associant à des couleurs différentes, ceci est limité à une gamme de longueurs d'ondes dite visible (entre 400 nm et 800 nm). En dehors de cette gamme de longueurs, l'œil est insensible au rayonnement électromagnétique et ainsi il n'a pas la perception du rayonnement ultraviolet (UV) inférieur à 400 nm, ni du rayonnement infrarouge (IR) supérieur à 800nm (figure ci-après).





Indice de réfraction et chemin optique:

Dans les milieux matériels «transparents», la vitesse de la lumière **v** est inférieure ou égale à la vitesse de la lumière dans le vide **c** **($v \leq c$)**. La fréquence de la vibration est donnée par la relation : $\nu = v/\lambda$ où **v** est la vitesse de l'onde électromagnétique dans le milieu.

- L'**indice de réfraction** **n** rend compte de cette différence de vitesse: $\mathbf{n = c/v}$ **($n \geq 1$)**

- On appellera **dioptre** une surface séparant deux milieux transparents d'indices de réfraction différents.

- Le **chemin optique** entre deux points A et B est défini comme la distance AB parcourue par un rayon lumineux multipliée par l'indice de réfraction que le rayon a rencontré lors de son trajet.

$$L(AB) = n.AB = \frac{c}{v}.AB = \frac{c}{\frac{AB}{t}}AB = c.t$$

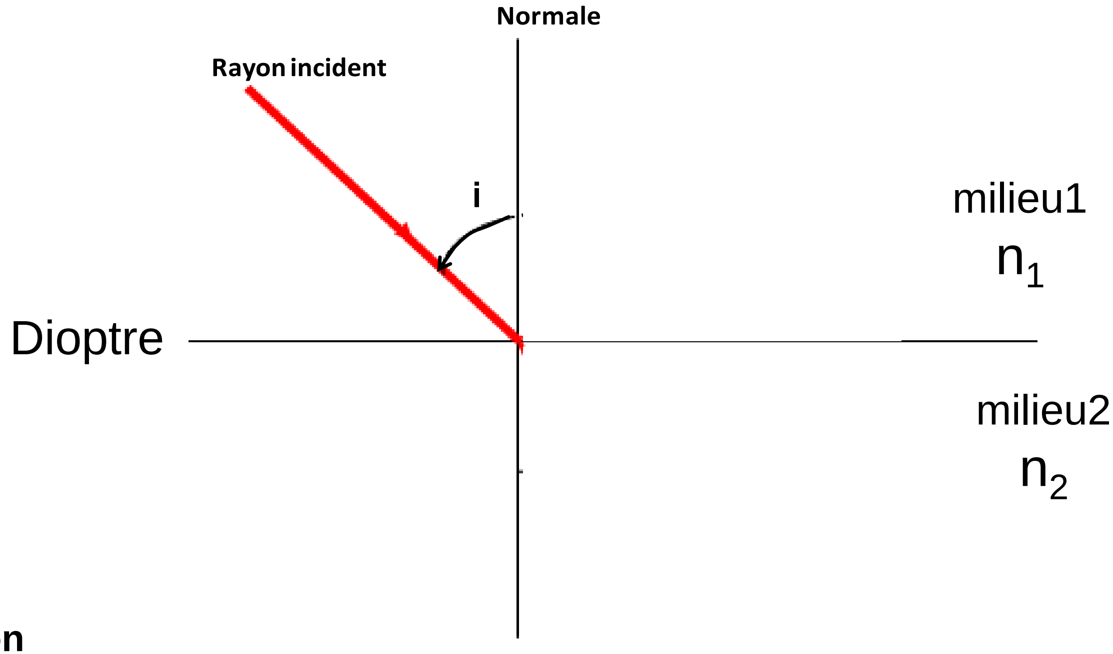
Le chemin optique est homogène à une distance mais comme **c** est constante, il est proportionnel au temps mit par la lumière pour aller de A à B.

- Le **principe de Fermat**, appelé aussi principe du **moindre temps**, énonce que la lumière se propage entre deux points en suivant la trajectoire qui minimise le temps du parcours.

$$dL(AB) = c.\mathrm{d}t = 0$$

Lois de Snell-Descartes:

Dans un milieu d'indice **n** uniforme, les trajectoires suivies par la lumière dans un milieu homogène sont des droites. Quand la lumière traverse une **surface** (Il existe de nombreuses acceptions au mot surface, parfois objet géométrique, parfois frontière physique, souvent...) séparant deux milieux transparents d'indices de réfraction différents (dioptre) elle est déviée on dit qu'il y a réfraction.
De façon générale, il y a à la fois réfraction et réflexion : une partie de la lumière est réfléchie par le dioptre et l'autre partie est réfractée. Les changements de direction au niveau du dioptre sont décrits par les lois de Snell-Descartes.



Lois sur la réflexion

•le rayon incident et le rayon réfléchi sont dans un même plan

•les angles incident i et réfléchi i' vérifient **: i = i'**

Lois sur la réfraction

•le rayon réfracté et le rayon incident sont dans un même plan

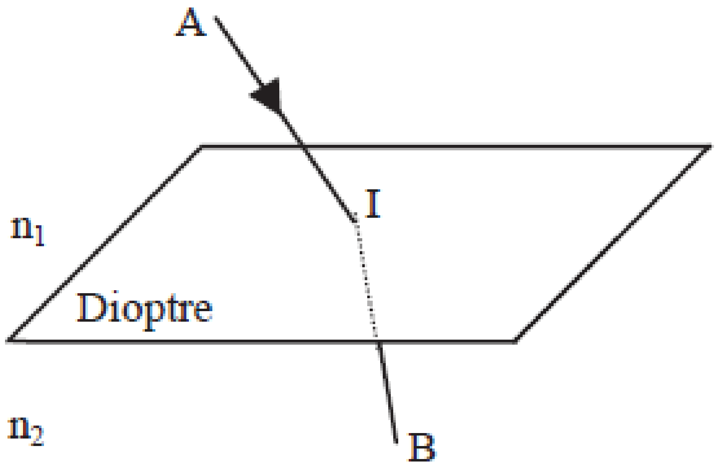
•la relation liant les indices de réfraction n_1 et n_2 de chacun des milieux et les angles, incident i et réfracté r, est : $\mathbf{n_1 \sin i = n_2 \sin r}$

La déviation au passage d'une surface est d'autant plus importante que la différence d'indice est grande.

Ces lois sont à l'origine des propriétés géométriques des instruments optiques.

Exemple : Principe de Fermat et lois de la réfraction

Soient deux point A et B situés de part et d'autre d'une surface plane séparant deux milieux où la lumière se propage avec les vitesses v_1 et v_2. On choisit un système d'axes Oxyz tel que la surface de séparation des deux milieux constitue le plan xOy. De plus, les points A et B ont pour coordonnées : **A (0, 0, a) et B (d, 0, -b).**



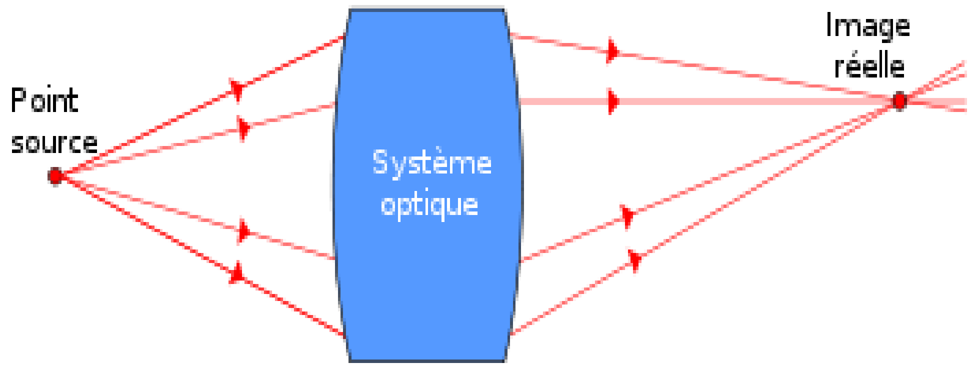
- Appliquer le principe de Fermat pour déterminer, dans le plan de séparation xoy, la position du point I où le trajet lumineux passe du milieu (1) au milieu (2). Conclure.

II. Dioptres et miroirs dans l'approximation de Gauss

I . Systèmes optiques dans les conditions de Gauss

Un système optique est dit stigmatique si tout faisceau issu d'un point lumineux donne à la sortie du système, un faisceau convergent en un point, ou semblant provenir d'un point. Ce point est appelé image.

Exemple :

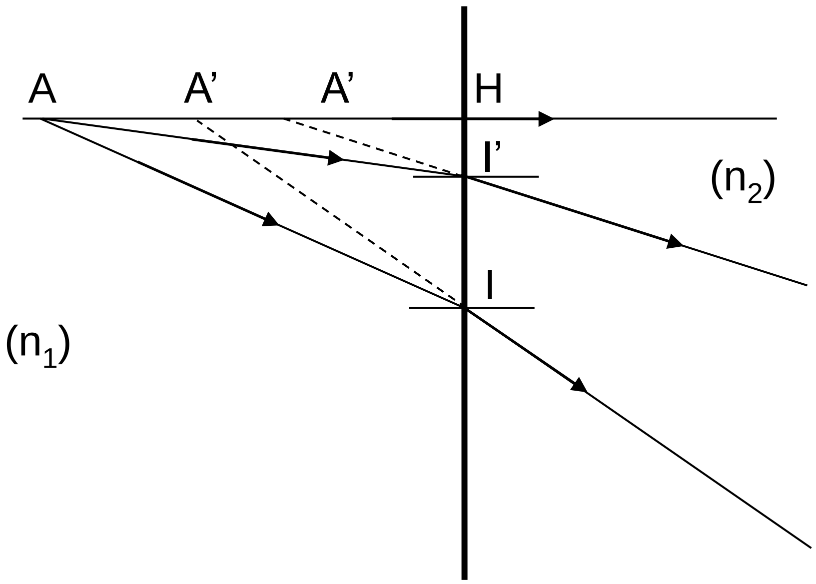


Stigmatisme rigoureux

Pour certains systèmes, le stigmatisme est exact, soit pour tout point, soit pour quelques points particuliers (cas du miroir sphérique par exemple).

N.B. Seul le miroir plan est rigoureusement stigmatique en tout point.

Exemple :



On peut voir sur le dessin que chaque rayon lumineux issu de A donne une image différente A'. Alors ce système optique <u>n'est pas stigmatique</u>.

Stigmatisme approché

Pour que le stigmatisme soit approché, on doit se placer dans l'approximation des petits angles d'incidences.

On travaille alors dans le cadre de l'approximation de Gauss qui consiste à limiter physiquement les faisceaux (avec des trous par exemple que l'on appelle des diaphragmes).

On limite ainsi les angles d'incidences afin de ne conserver que les rayons proches de l'axe optique ou rayons paraxiaux.

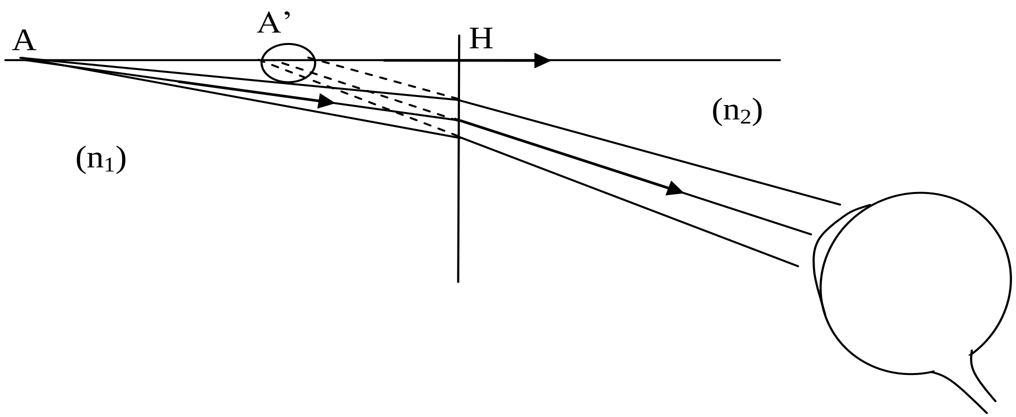
Comme limite on admettra des angles α inférieurs à π/6 pour lesquels on aura :

$$\sin\ \alpha \approx \tan \alpha \approx \alpha\ (\text{rd})$$

On travaillera sur des systèmes centrés dioptriques qui comportent un axe central sur lequel sont alignées les pièces optiques.

Exemples : le télescope, le microscope, les jumelles, l'objectif photographique, le télémètre, mais aussi le périscope et le rétroviseur sont (*des instruments d'optiques*) composés de systèmes centrés dioptriques.

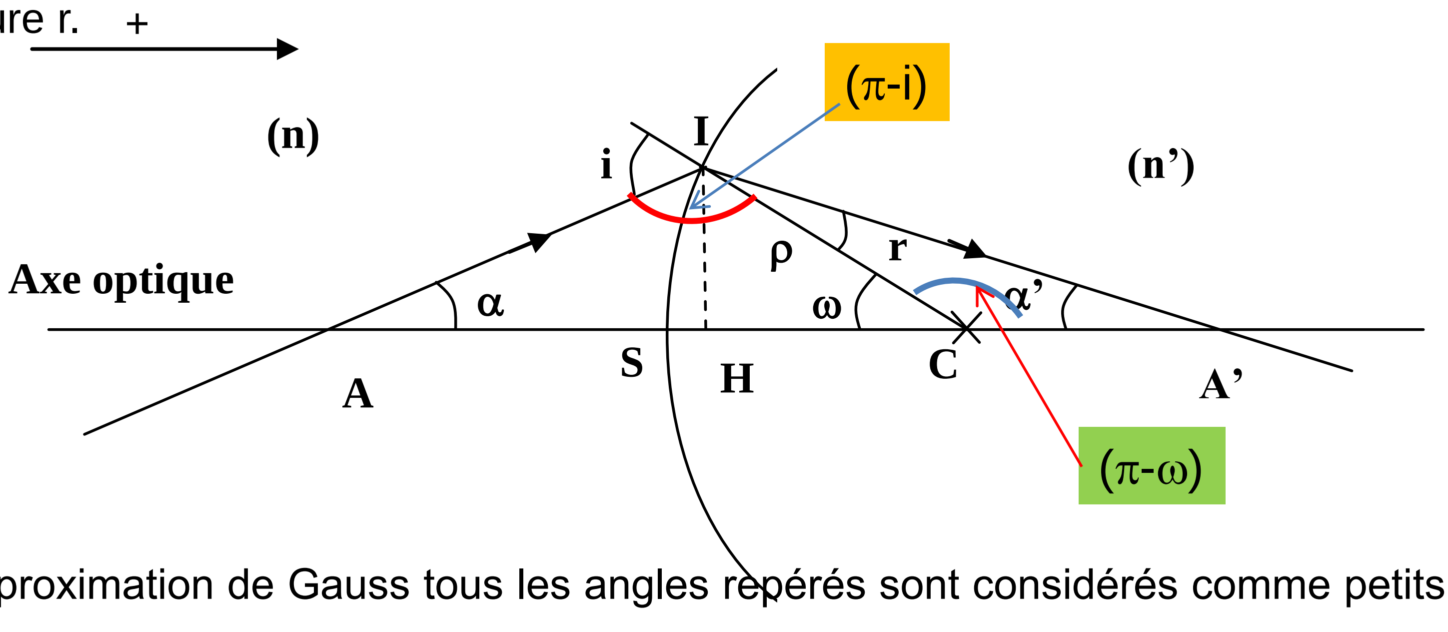
La pupille de l'œil est assimilable à un diaphragme. Si elle était beaucoup plus grande, on verrait simultanément plusieurs images qui composeraient une image résultante floue.



Quand la pupille est suffisamment petite (ne pas trop insister pb de diffraction …), l'image A', du point A, sera un point sinon ce sera une tache.

II. Relations de Snell-Descartes dans l'approximation de Gauss : application aux dioptres sphériques.

Un dioptre sphérique est une surface de séparation courbée entre deux milieux d'indice optique (indice de réfraction) différent pour laquelle on peut définir un **centre C** et un rayon de courbure r.



Dans l'approximation de Gauss tous les angles repérés sont considérés comme petits et les points H et S (**sommet**) sont confondus (H ≡ S).

Dans les triangles **IAC** et **IA'C** on écrit que la somme des angles est égale à π.

- $\alpha + (\pi - i) + w = \pi \ \rightarrow i = w + \alpha$
- $\alpha' + r + (\pi - w) = \pi \ \rightarrow r = w - \alpha'$

La relation de Descartes **n sin i = n' sin r**→ **n i = n'r** devient **n(w+ α) = n'(w- α')** relation de Kepler.

Dans le cadre de l'approximation des petits angles on assimile les tangentes aux angles correspondants.

$$\alpha = \tan\alpha = \frac{\overline{SI}}{\overline{AS}} \qquad \alpha' = \tan\alpha' = \frac{\overline{SI}}{\overline{SA'}} \qquad \omega = \tan\omega = \frac{\overline{SI}}{\overline{SC}}$$

La relation de Kepler devient :

$$n\left(\frac{\overline{SI}}{\overline{SC}} + \frac{\overline{SI}}{\overline{AS}}\right) = n'\left(\frac{\overline{SI}}{\overline{SC}} - \frac{\overline{SI}}{\overline{SA'}}\right) \Rightarrow \qquad \frac{n'}{\overline{SA'}} - \frac{n}{\overline{SA}} = \frac{n'-n}{\overline{SC}}$$

Ceci constitue la relation de conjugaison du dioptre sphérique c'est-à-dire une relation entre la position de l’objet et de l’image.

La relation v = $\frac{n'-n}{\overline{SC}}$ s’appelle la **vergence** du dioptre.

Son unité est la dioptrie égale à 1 m^{-1} et notée δ.

•**Relation de conjugaison avec origine au centre**

La relation de conjugaison pour un dioptre sphérique avec origine au centre C est donnée par :

$$\frac{n}{\overline{CA'}} - \frac{n'}{\overline{CA}} = \frac{n-n'}{\overline{CS}}$$

Foyer image et foyer objet

•Le foyer image F’ sera la position occupée par l’image A’ quand l’objet est à l’infini sur l’axe optique.

•Le foyer objet F est la position occupée par l’objet A quand son image est rejetée à l’infini sur l’axe optique.

On peut schématiser ceci comme suit pour un dioptre de centre C et de sommet S.

$$\begin{array}{ccc} \text{D(S,C)} & & \\ (n) & & (n') \\ A & \longrightarrow & A' \\ \infty & \longrightarrow & F' \\ F & \longrightarrow & \infty \end{array}$$

$$\frac{n'}{\overline{SA'}} - \frac{n}{\overline{SA}} = \frac{n'-n}{\overline{SC}} \begin{cases} \text{Donne pour F'} & \dfrac{n'}{\overline{SF'}} - \dfrac{n}{\infty} = \dfrac{n'-n}{\overline{SC}} \Rightarrow \overline{SF'} = \dfrac{n'.\overline{SC}}{n'-n} \\ \text{Donne pour F} & \dfrac{n'}{\infty} - \dfrac{n}{\overline{SF}} = \dfrac{n'-n}{\overline{SC}} \Rightarrow \overline{SF} = \dfrac{n.\overline{SC}}{n-n'} \end{cases}$$

•**Relation de conjugaison avec origine aux foyers**

La relation de conjugaison pour un dioptre sphérique avec origine aux foyers (F, F') est donnée par (Formule de Newton) : $\overline{FA}.\overline{F'A'} = \overline{FS}.\overline{F'S}$

Remarques : **convergence et divergence**

•Dans ce cas et plus généralement $$V = \frac{\text{indice du milieu image}}{\text{distance focale image}} = \frac{n'}{\overline{SF'}}$$

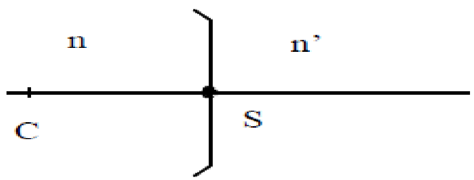
•Un dioptre est convergent si la vergence est positive et divergent si la vergence est négative.

•Un dioptre est convergent si les foyers sont réels et divergent s'ils sont virtuels.

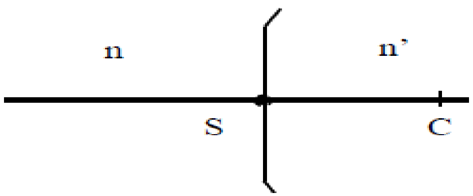
• Un dioptre est convergent si son centre est dans le milieu de plus fort indice ou milieu le plus réfringent.

Nous pourrons représenter le dioptre par une partie rectiligne perpendiculaire à l'axe optique, comme indiqué sur la figure ci-après :

On distingue les dioptres concaves (R < 0) et les dioptres convexes (R > 0).



Dioptre Concave



Dioptre Convexe

3. Cas particulier du dioptre plan dans le cadre de l'approximation de Gauss

Le dioptre plan est tout simplement un dioptre sphérique dont le rayon de courbure est infini.

Alors, la formule de conjugaison du dioptre plan devient :

$$\frac{n'}{\overline{SA'}} - \frac{n}{\overline{SA}} = \frac{n'-n}{\infty} = 0 \Rightarrow \frac{n'}{\overline{SA'}} = \frac{n}{\overline{SA}}$$

III. Construction géométrique de l'image d'un objet par un dioptre

On veut construire l'image d'un objet AB perpendiculaire à l'axe optique (A sur l'axe optique et B en dehors). on pourra considérer trois rayons lumineux passant par le point B:

- Un rayon lumineux de l'espace objet passant par B et **le centre du dioptre C** n'est pas dévié;
- Un rayon lumineux **parallèle à l'axe optique** dans l'espace objet et passant par B passera par le foyer image F' dans l'espace image;
- Un rayon lumineux de l'espace objet **passant par le foyer objet F** et par B sera parallèle à l'axe optique dans l'espace image;

B' le point conjugué (image) du point B par le dioptre, est le croisement des rayons lumineux dans l'espace image.

Exemple : dioptre sphérique de sommet S et de centre C tels que $\overline{SC} = 2cm$ séparant un milieu d'indice n = 1 d'un milieu d'indice n'=1,5.

Construction de L'image d'un objet AB avec $\overline{SA} = -10cm$

- *Calcul de la position des foyers*

$$\overline{SF}' = \frac{\text{n}'.\overline{SC}}{\text{n}'\text{-n}} = \frac{1,5.0,02}{1,5-1} = 0,06m \qquad \overline{SF} = \frac{\text{n}.\overline{SC}}{\text{n-n}'} = \frac{1.0,02}{1-1,5} = -0,04m$$

- *Nature du dioptre*

$$V = \frac{n'}{\overline{\overline{SF}'}} = \frac{1,5}{0,06} = 25\delta \geq 0 \ \textit{Dioptre convergent}$$

Construction géométrique

Caractéristiques de l'image A'B' :

- nature : réelle (formée au milieu image) et renversée (son sens est opposé à celui de l'objet)

- position: $\overline{SA'}$ = 10 cm = 0,1 m

- taille : petite que la taille de l'objet A'B' ≤ AB

● Vérification par le calcul

$$\frac{n'}{\overline{SA'}} - \frac{n}{\overline{SA}} = \frac{n'-n}{\overline{SC}} \Rightarrow \overline{SA'} = \frac{n'}{\frac{n'-n}{\overline{SC}} + \frac{n}{\overline{SA}}} = \frac{1,5}{\frac{1,5-1}{0,02} + \frac{1}{-0,1}} = 0,1m$$

IV. Grandissement

Le grandissement γ est généralement donné par:

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{CA'}}{\overline{CA}} = \frac{n\overline{SA'}}{n'\overline{SA}} = \frac{\overline{FS}}{\overline{FA}} = \frac{\overline{F'A'}}{\overline{F'S}}$$

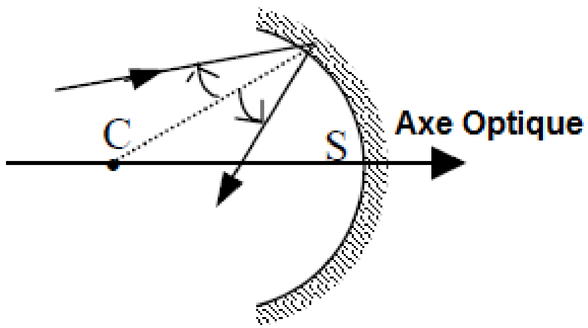
Remarques:

- Si γ est négatif alors l'image est renversée

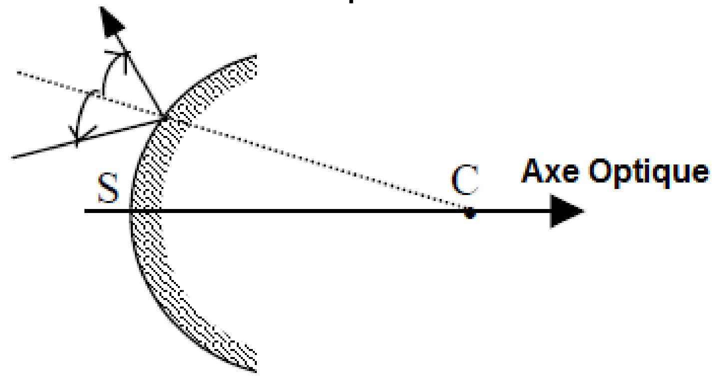
- Si γ est positif alors l'image est droite

V. Application aux miroirs sphériques

Un miroir sphérique est une portion de surface sphérique de centre C rendue réfléchissante par un dépôt métallique (Aluminium,…). C'est donc une portion sphérique de sommet S et de rayon R=SC. La droite CS représente l'axe principal du miroir. Il existe deux types de miroirs: le miroir concave et le miroir convexe. Le miroir est dit concave lorsque la surface intérieure est réfléchissante et il est dit convexe lorsque c'est la surface extérieure qui l'est.

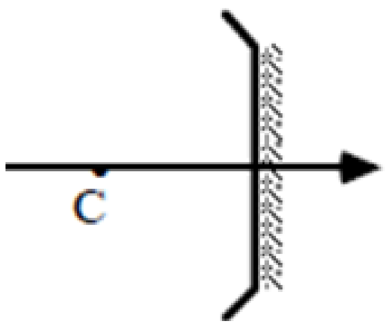


miroir concave

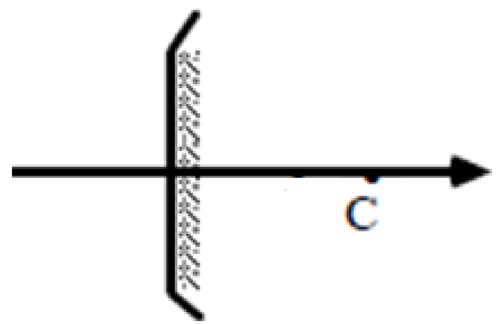


miroir convexe

Nous pourrons représenter le miroir par une partie rectiligne perpendiculaire à l'axe optique, comme indiqué sur la figure ci-après :



miroir concave

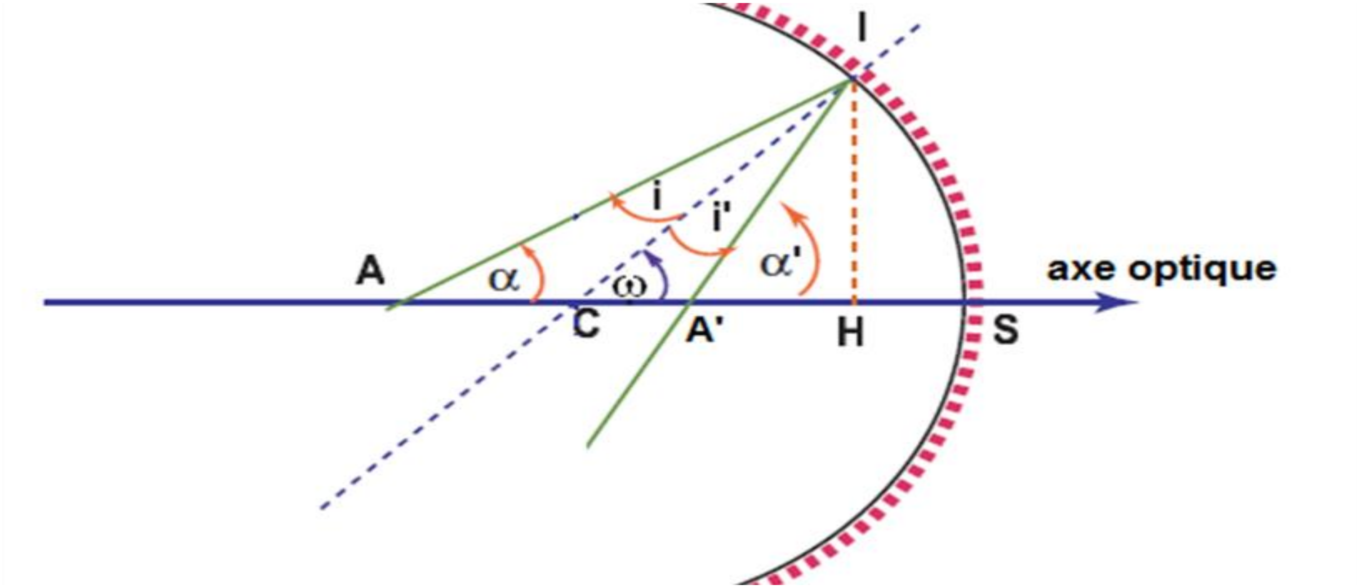


miroir convexe

V.1. Relation de conjugaison-Grandissement

V.1.1. Origine au sommet

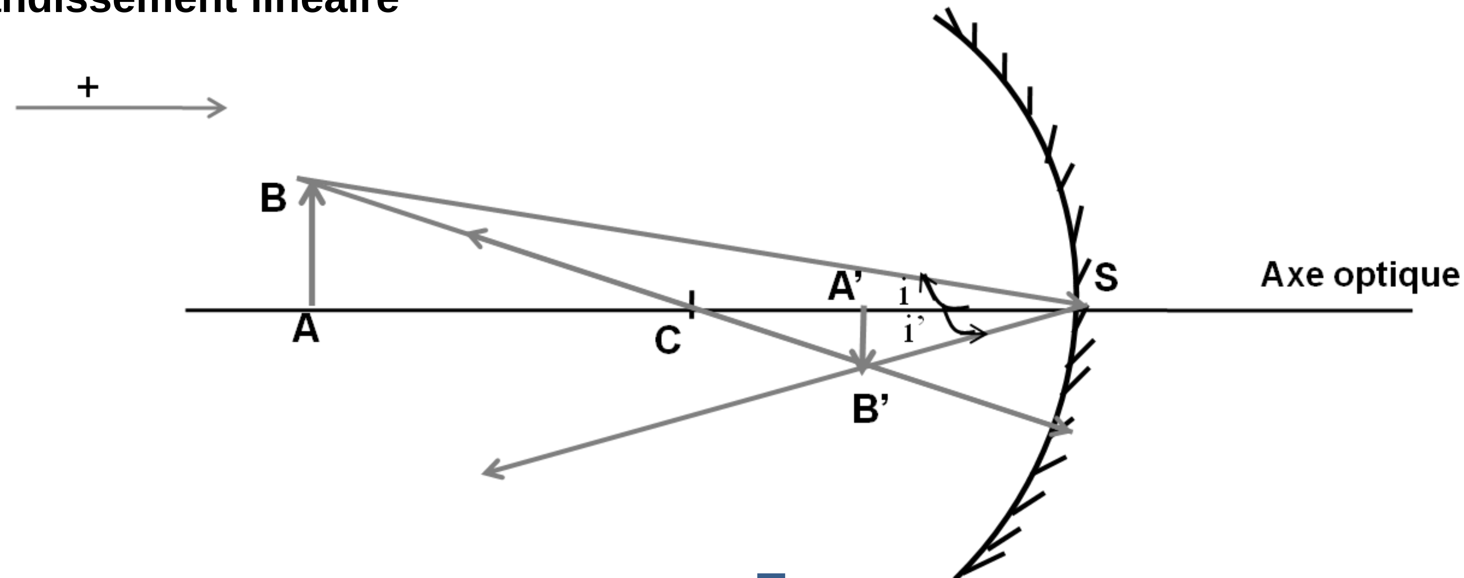
Le miroir sphérique n'est pas rigoureusement stigmatique, mais il réalise un stigmatisme approché dans les conditions de Gauss.



Comme dans le cas du dioptre sphérique, on peut établir une relation de conjugaison d'un miroir sphérique avec origine au sommet S :

$$\frac{1}{\overline{SA}} + \frac{1}{\overline{SA'}} = \frac{2}{\overline{SC}}$$

V.1.2. Grandissement linéaire



$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = -\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}}$$

V.1.3. Relation de conjugaison avec origine au centre

La relation de conjugaison d'un miroir sphérique avec origine au centre C est donnée par :

$$\frac{1}{\overline{CA}} + \frac{1}{\overline{CA'}} = \frac{2}{\overline{CS}}$$

V.1.4. Grandissement linéaire

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{CA'}}{\overline{CA}}$$

V.1.5. Relation de conjugaison avec origine foyers

*Foyers principaux et distances focales

- **Foyer principal objet F**

$\overline{SA'} = p' \to \infty \Rightarrow$ A=F

On a donc :

$$\frac{1}{\overline{\overline{SA}}} + \frac{1}{\infty} = \frac{2}{\overline{\overline{SC}}} \Rightarrow \boxed{\overline{SF} = f = \frac{\overline{SC}}{2}}$$

- **Foyer principal image F'**

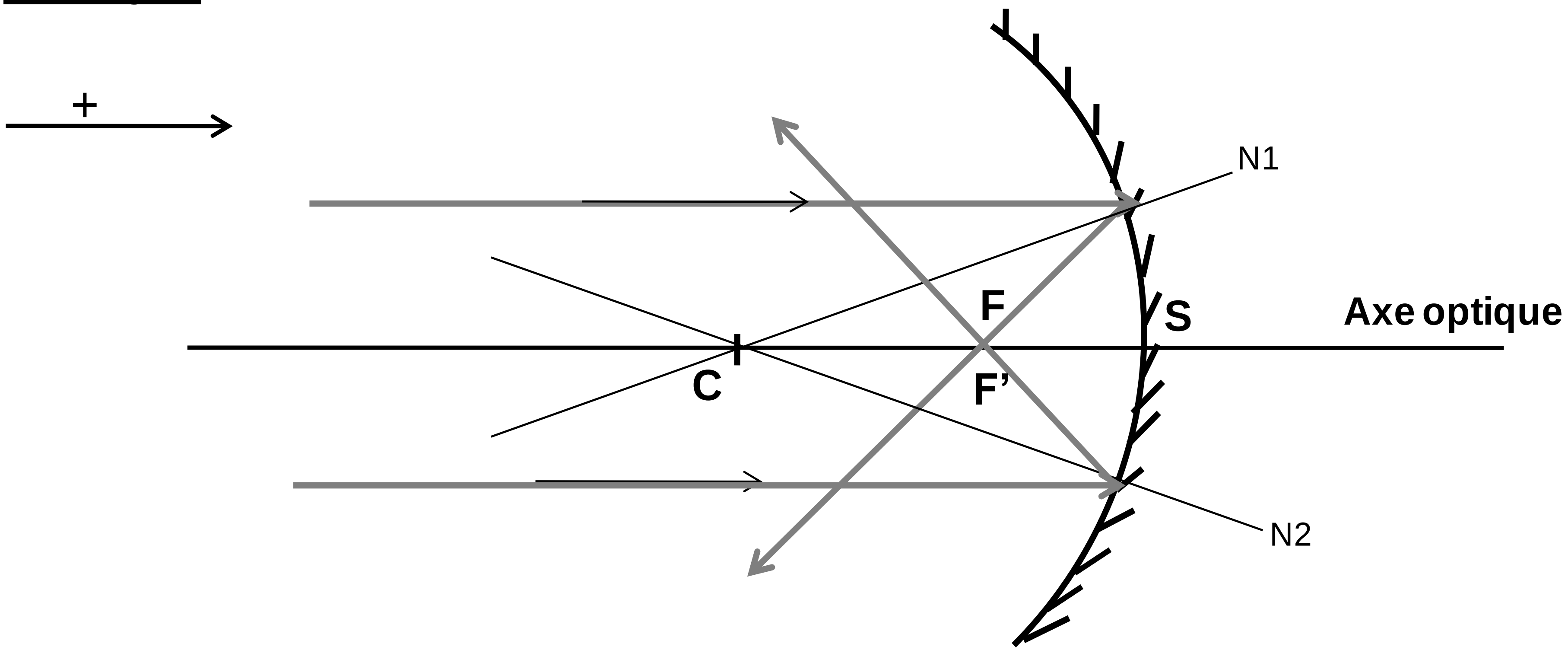
$\overline{SA} = p \to \infty \Rightarrow$ A'=F'

On a donc :

$$\frac{1}{\infty} + \frac{1}{\overline{\overline{SA}}} = \frac{2}{\overline{\overline{SC}}} \Rightarrow \boxed{\overline{SF'} = f' = \frac{\overline{SC}}{2}}$$

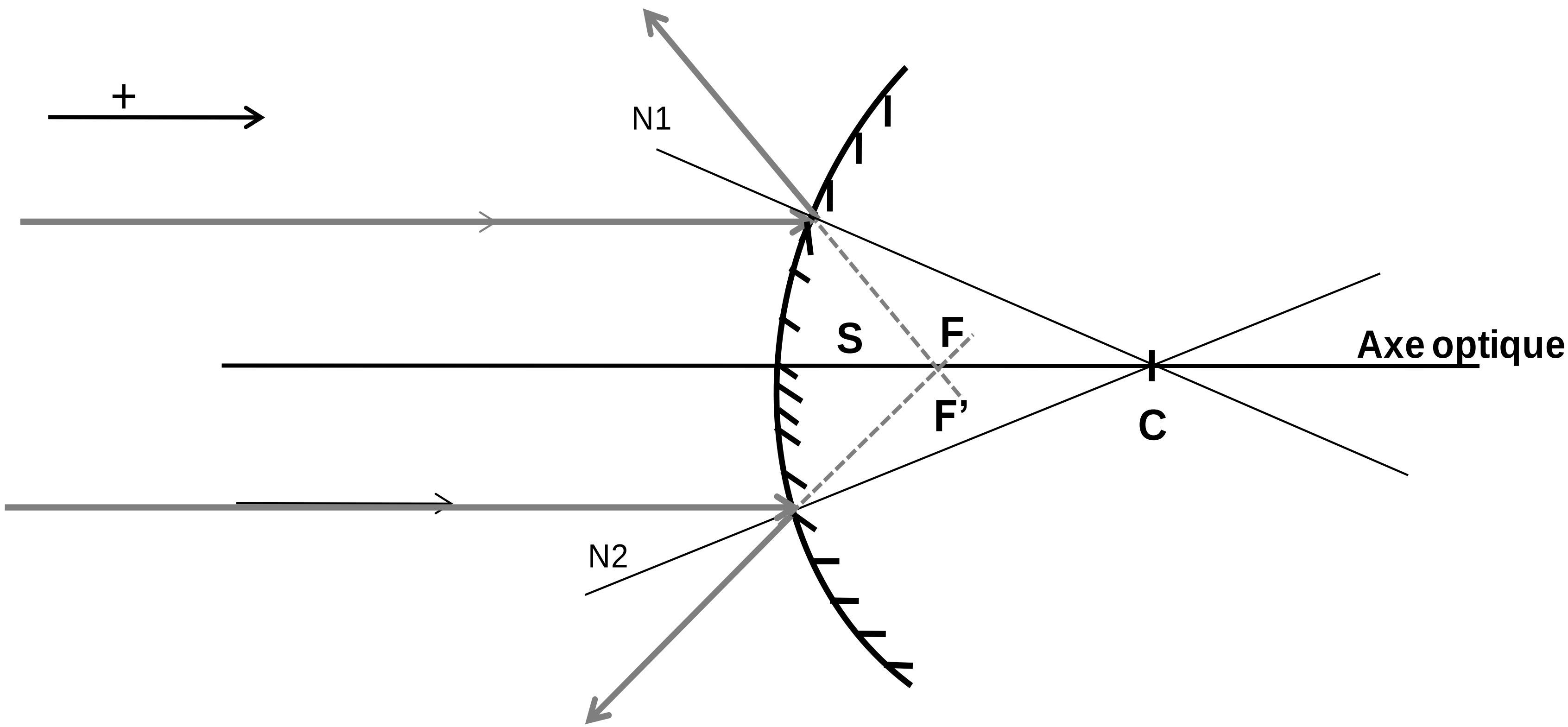
Les foyers principaux F et F' sont confondus.

Pour un miroir concave $\overline{SF}$ et $\overline{SF'}$ sont négatifs, les foyers sont réels. Le miroir est dit **convergent**.



Miroir sphérique concave.

Pour un miroir sphérique convexe, $\overline{SF} > 0$ et $\overline{SF'} > 0$, les foyers sont virtuels. Le miroir est dit **divergent.**



Miroir sphérique convexe.

- **Vergence**

La vergence d'un miroir sphérique est égale à :

$$V = \frac{1}{\overline{SF}} = \frac{1}{\overline{SF'}} = \frac{2}{\overline{SC}}$$

La relation de conjugaison s'écrit :

$$\frac{1}{\overline{SA}} + \frac{1}{\overline{SA'}} = V$$

V< 0 pour un miroir concave.
V> 0 pour un miroir convexe.

- Origine aux foyers (Formule de Newton)

$$\overline{FA}.\overline{FA'} = \overline{FS}^2 \text{ avec } \overline{FS} = \frac{\overline{SC}}{2}$$

Pour un miroir sphérique, les foyers objet et images sont confondus; F=F'.

Le grandissement linéaire est généralement donné par :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = -\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}} = \frac{\overline{CA'}}{\overline{CA}} = \frac{\overline{FS}}{\overline{FA}} = \frac{\overline{FA'}}{\overline{FS}}$$

VI. Constructions géométriques :

Comme dans le cas du dioptre sphérique, on utilise généralement trois principaux rayons lumineux pour construire l'image A'B' d'un objet AB à travers un miroir sphérique (figure ci-après).

Application :

1- Faire les constructions géométriques dans les cas suivants :

•Miroir concave : Objet réel

•Miroir convexe : Objet réel

•Miroir concave plan : Objet réel

2- Soit un miroir concave de centre C et de rayon R=6 cm.

a- On place un objet réel à 9 cm de son sommet S. Construire son image et calculer sa position dans l'approximation de Gauss, en déduire sa nature. Calculer le grandissement linéaire. S'agit-il d'une image droite ou renversée ?

b- On désire obtenir à l'aide du même miroir une image droite, deux fois plus grande que l'objet. Où faut-il placer l'objet ? En déduire la position et la nature de l'image.

Constructions géométriques

cas 1: Miroir concave

cas 2 : Miroir convexe

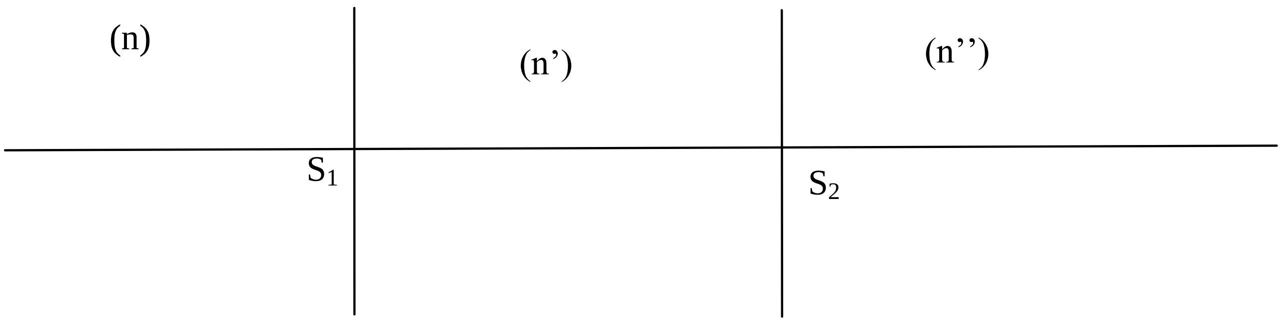
cas 3: Miroir plan

VII - Association de deux dioptres (lentille épaisse) :

Considérons deux dioptres :

– Σ_1 de sommet S_1 de centre C_1 séparant un milieu d'indice n (espace objet) d'un milieu d'indice n' (espace image) et de foyers objet F_1 et image F'_1.

– Σ_2 de sommet S_2 de centre C_2 séparant un milieu d'indice n' d'un milieu d'indice n'' et de foyers objet F_2 et image F'_2.



Ce système constitue une lentille épaisse (épaisseur S_1S_2) d'indice n' séparant deux milieux, respectivement d'indice n et n''et dont les foyers sont F et F'. Il est possible de le schématiser comme suit :

$$
\begin{array}{ccccc}
 & \boldsymbol{\Sigma_1(S_1,C_1)} & & \boldsymbol{\Sigma_2(S_2,C_2)} & \\
\textbf{(n)} & & \textbf{(n')} & & \textbf{(n'')} \\
A & \longrightarrow & A' & \longrightarrow & A'' \\
\infty & \longrightarrow & F'_1 & \longrightarrow & F' \\
F & \longrightarrow & F_2 & \longrightarrow & \infty
\end{array}
$$

Pour le dioptre Σ_1 la relation de conjugaison est : $\dfrac{n'}{\overline{S_1A'}} - \dfrac{n}{\overline{S_1A}} = \dfrac{n'-n}{\overline{S_1C_1}} = \dfrac{n'}{\overline{S_1F'_1}}$

Pour le dioptre Σ_2 la relation de conjugaison est : $\dfrac{n''}{\overline{S_2A''}} - \dfrac{n'}{\overline{S_2A'}} = \dfrac{n''-n'}{\overline{S_2C_2}} = \dfrac{n''}{\overline{S_2F'_2}}$

On trouvera la position du foyer image en écrivant pour Σ_2 : $\dfrac{n''}{\overline{S_2F'}} - \dfrac{n'}{\overline{S_2F'_1}} = \dfrac{n''-n'}{\overline{S_2C_2}} = \dfrac{n''}{\overline{S_2F'_2}}$

On trouvera la position du foyer objet en écrivant pour Σ_1 : $\dfrac{n'}{\overline{S_1F_2}} - \dfrac{n}{\overline{S_1F}} = \dfrac{n'-n}{\overline{S_1C_1}} = \dfrac{n'}{\overline{S_1F'_1}}$

Remarque : Dans le cas d'une lentille mince dans l'air $\mathbf{S_1S_2=0,\ n=n''=1}$

Les formules de conjugaisons s'écrivent :

S1=S2=S

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{n'}{\overline{SA'}} - \dfrac{1}{\overline{SA}} = \dfrac{n'-1}{\overline{SC_1}} \quad (1) \\[3em] \dfrac{1}{\overline{SA''}} - \dfrac{n'}{\overline{SA'}} = \dfrac{1-n'}{\overline{SC_2}} \quad (2) \end{array}\right\} \quad (1) + (2)$$

$$\boxed{\dfrac{1}{\overline{SA''}} - \dfrac{1}{\overline{SA}} = \dfrac{1}{\overline{SF'}} = (n'-1)\left(\dfrac{1}{\overline{SC_1}} - \dfrac{1}{\overline{SC_2}}\right) = V_1 + V_2}$$

Formule des opticiens

Lentilles Minces

I. Description des différents types de lentilles

Une lentille est une pièce en matériau transparent (parfois en verre, bien souvent en matière plastique) comportant deux faces sphériques (une face plane si le rayon de courbure est ∞).

La droite qui joint les centres de courbure C_1 et C_2 des faces sphériques Σ_1 et Σ_2 s'appelle l'axe optique : c'est aussi l'axe de symétrie (de révolution) de la lentille.

Une lentille est dite mince lorsque :

$d >> e$ (d : diamètre, $e = S_1S_2$: épaisseur)

ou plutôt $e << d$

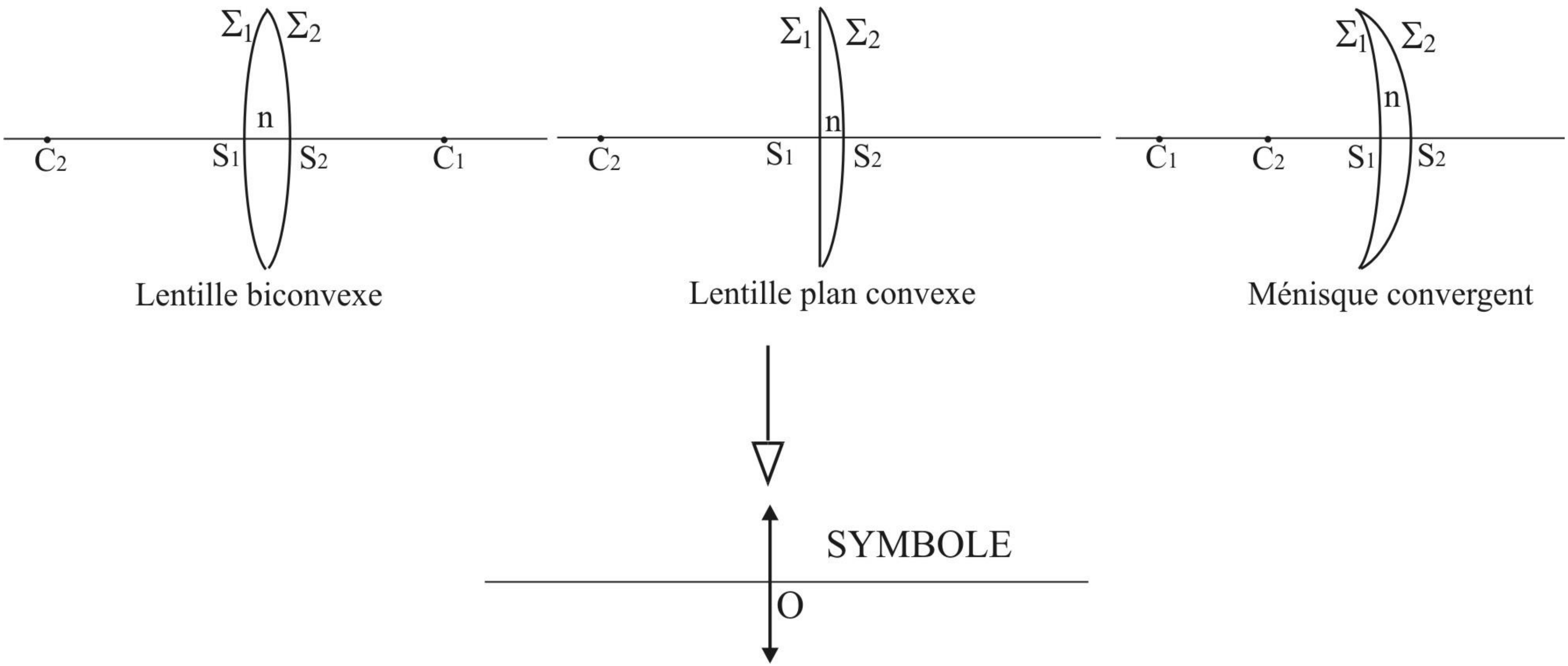
ou encore $e << S_1C_1$ ou S_2C_2

Nous ne nous intéresserons qu'aux lentilles minces, c'est-à-dire à celles qui ont un diamètre d beaucoup plus grand que leur épaisseur (soit : $e << S_1C_1$ et $e << S_2C_2$).

On distingue **2 catégories** de lentilles minces :

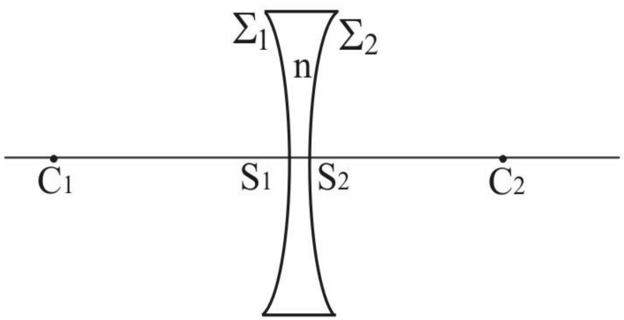
• **<u>Les lentilles convergentes</u>**

pour lesquelles l'épaisseur au centre est plus grande que sur les bords. On les appelle <u>convergentes</u>, car elles concentrent les rayons lumineux vers l'axe optique.

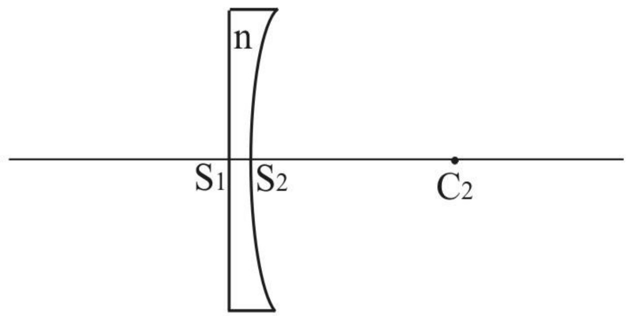


• **Les lentilles divergentes**

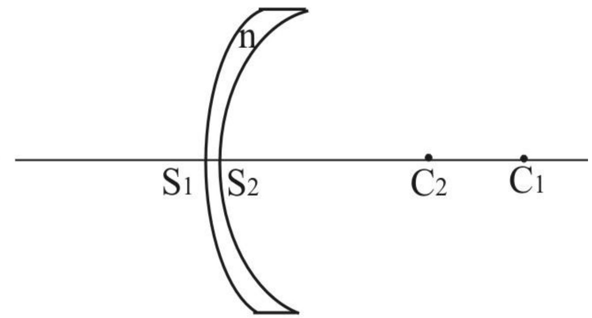
pour lesquelles l’épaisseur au centre est plus petite que sur les bords. On les appelle **divergentes** car elles dévient les rayons lumineux de façon qu’ils s’éloignent de l’axe optique.



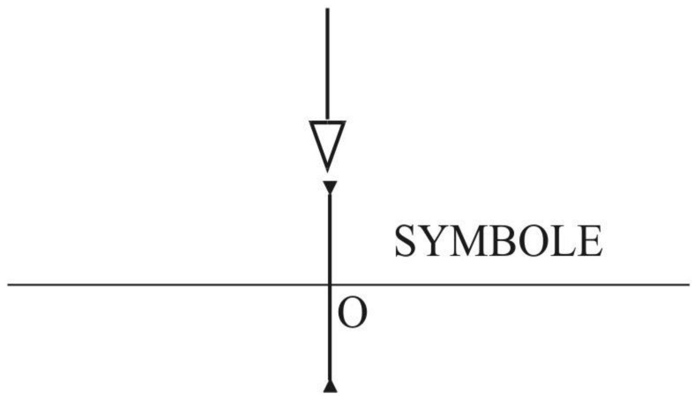
Lentille biconcave



Lentille plan concave



Ménisque divergent

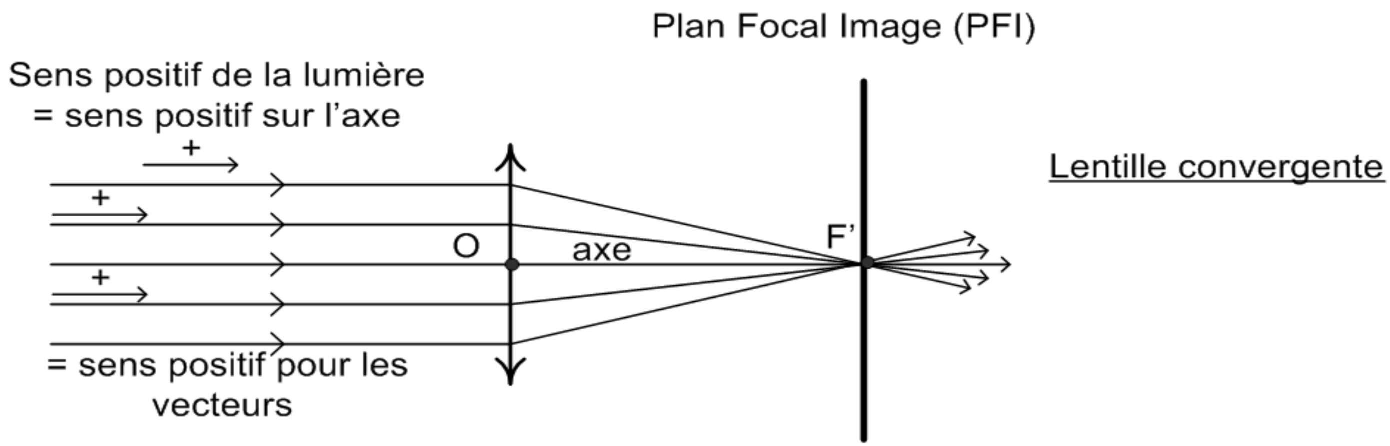


II. Foyers et plans focaux

II.1. Foyer image

II.1.1. Foyer image d'une lentille convergente

Considérons un objet lumineux ponctuel placé à grande distance (~ l'infini) sur l'axe optique d'une lentille convergente. Cet objet envoie de la lumière dans toutes les directions, **mais les seuls rayons qui tombent sur la lentille forment un faisceau** (ensemble de rayons) **pratiquement parallèle, parallèle à l'axe, parce que l'objet est très éloigné**. La lentille convergente les dévie et les rayons sortants (on dit : **réfractés**) vont converger vers un point particulier de l'axe qu'on appelle : **foyer image ≡ F'.**



Pour une lentille convergente, le point F' est en aval de la lentille. Le plan perpendiculaire à l'axe passant par F' s'appelle le Plan Focal Image, **noté PFI**.

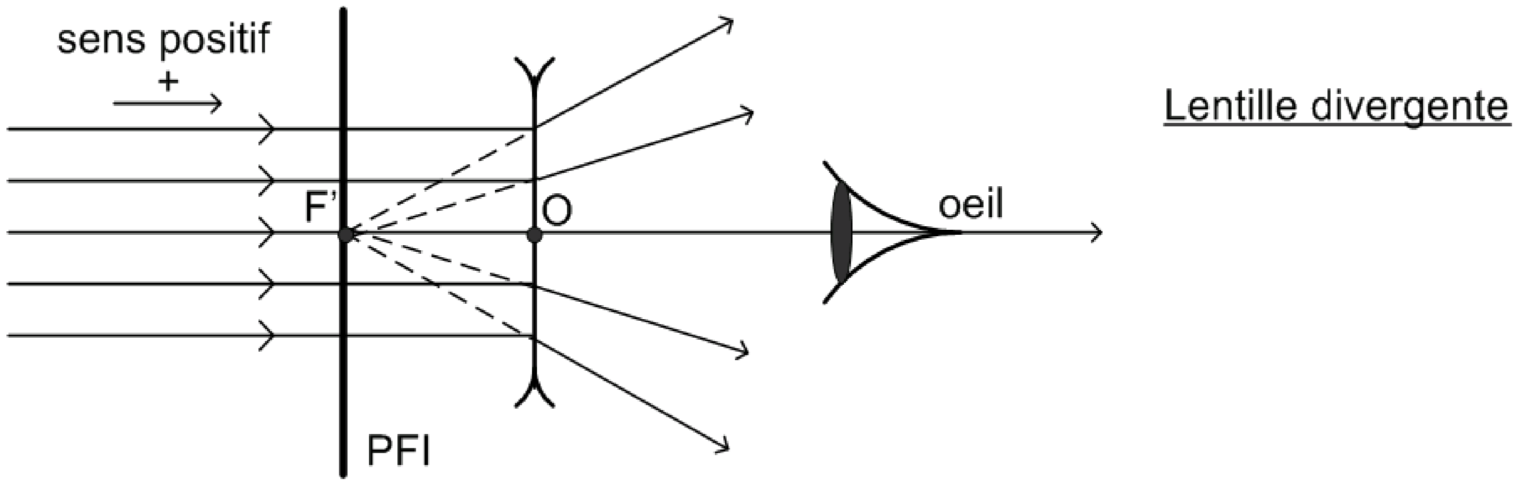
La lentille étant mince, on la symbolise par une flèche sans épaisseur qui coupe l'axe au point O qui s'appelle le centre optique de la lentille.

Propriété du centre optique O : tous les rayons qui passent par O ne sont pas déviés.

La distance focale image f' est positive.

II.1.2. Foyer image d'une lentille divergente

Faisons la même expérience avec une lentille divergente.



Les rayons sont maintenant déviés vers l'extérieur, mais ils semblent provenir d'un point F' situé cette fois **en amont de la lentille.** Les rayons réfractés forment un faisceau divergent après la lentille.

Le point F' s'appelle toujours le foyer image, mais **la distance focale image f ' =** $\overline{OF'}$ **est alors négative.**

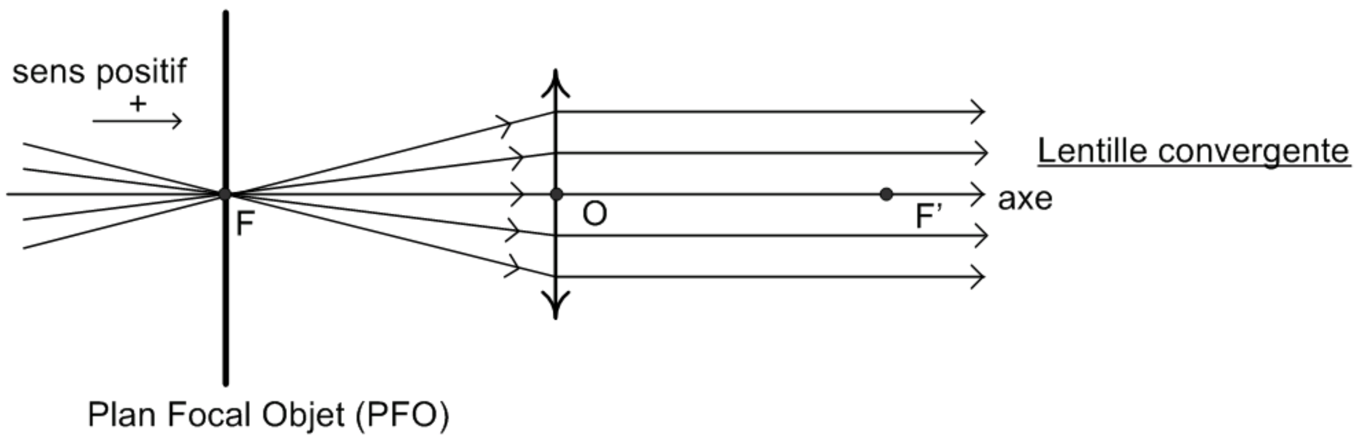
Il n'est pas possible de visualiser F' sur une feuille de papier, car celle-ci empêcherait les rayons incidents de tomber sur la lentille. Pour cette raison, on dit que F' est **virtuel** pour une lentille **divergente**, alors qu'il est **réel** pour une lentille **convergente**.

De même, le plan perpendiculaire à l'axe optique passant par F' s'appelle encore le Plan Focal Image, noté : PFI.

II.2. Foyer objet

On comprend le fonctionnement du **foyer objet** en gardant les mêmes figures que précédemment, mais en changeant le sens des rayons lumineux.

Les rayons lumineux issus de F' et allant **vers la gauche** sont déviés de façon à devenir parallèles à l'axe. Si on dessine cette expérience pour une lentille convergente, avec le sens conventionnel des rayons de la gauche vers la droite, on obtient :



Le point F s'appelle le foyer objet, le plan perpendiculaire à l'axe en F s'appelle le Plan Focal Objet, noté PFO, et $\overline{OF} = f$ = distance focale objet.

Le foyer objet F de la lentille convergente est réel.

Il est évident que $\overline{FO} = \overline{OF'}$

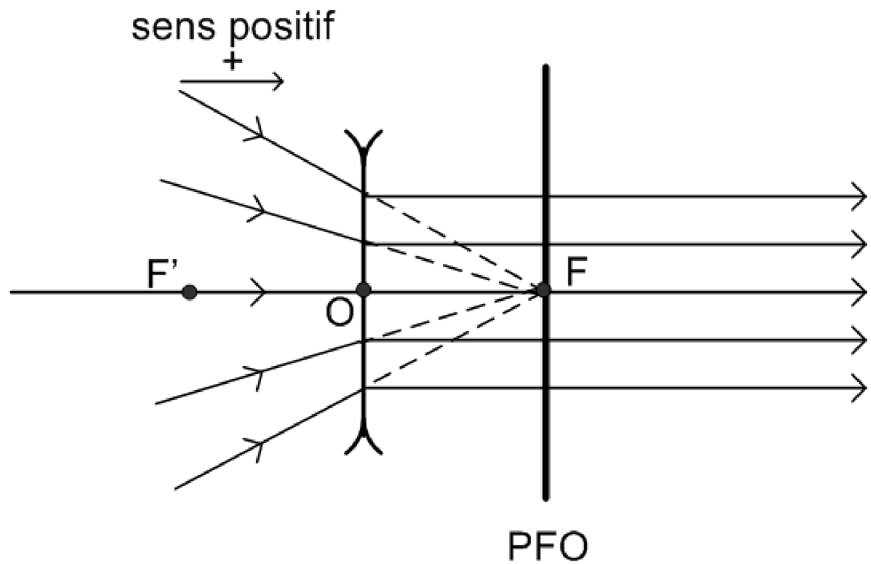
soit $\overline{OF} = -\overline{FO} = -\overline{OF'}$

$f = -f'$

$$\boxed{\textbf{Avec une lentille convergente : } f = -f' \textbf{ et } f' > 0}$$

Le raisonnement est le même pour une lentille divergente.

Les rayons incidents convergeant vers F (foyer objet) sont interceptés par la lentille divergente avant d'atteindre F et ils sont réfractés de manière à former un faisceau parallèle à l'axe.



Lentille divergente

Le foyer objet F de la lentille divergente est **virtuel** : on ne le voit pas sur une feuille de papier placée dans le PFO (on voit un faisceau circulaire). Il n'y a pas de moyen simple pour visualiser ou observer F.

On a encore $\overline{OF'} = -\overline{OF}$, mais cette fois $\overline{OF'} < 0$ *et* $\overline{OF} > 0$

Avec une lentille divergente $\overline{OF'} = -\overline{OF}$ **⇒ f' = - f, mais f' < 0**

II.3. Formule des opticiens

Il existe une relation entre la distance focale image f ' d'une lentille, sa géométrie et la nature du verre qui la constitue, ce lien s'appelle la formule des opticiens.

La géométrie est repérée par les rayons de courbures $R_1 = \overline{S_1C_1}$ et $R_2 = \overline{S_2C_2}$ des surfaces sphériques qui définissent le volume de la lentille. Si l'une des faces est plane, son rayon de courbure est infini.

$\overline{S_1C_1} > 0$

$\overline{S_2C_2} < 0$

Pour une face plane : $\overline{S_1C_1} \to \infty$

$\overline{S_1C_1} < 0$

$\overline{S_2C_2} > 0$

...

Formule des opticiens : $$\boxed{\frac{1}{f'} = (n-1)\left(\frac{1}{\overline{S_1C_1}} - \frac{1}{\overline{S_2C_2}}\right)} = V\ (\delta)$$

V s'appelle la Vergence de la lentille. Elle est positive dans le cas d'une lentille convergente et négative dans le cas d'une lentille divergente. L'unité est la dioptrie notée δ ($1\delta = 1m^{-1}$.)

III. Formation de l’image par une lentille mince

Le problème consiste à tracer l’image A’B’, d’un objet AB perpendiculaire à l’axe optique. On considèrera que A appartient à l’axe optique.

Pour cela on va considérer quelques principes fondamentaux de l’optique géométrique :

- Dans un milieu transparent, homogène, la lumière se propage en ligne droite.
- L’intersection de rayons lumineux issus d’un seul point de l’objet après traversé de la lentille donne la position de l’image de ce point.
- Le trajet suivi par la lumière pour aller d'un point à un autre ne dépend pas du sens de propagation de la lumière.

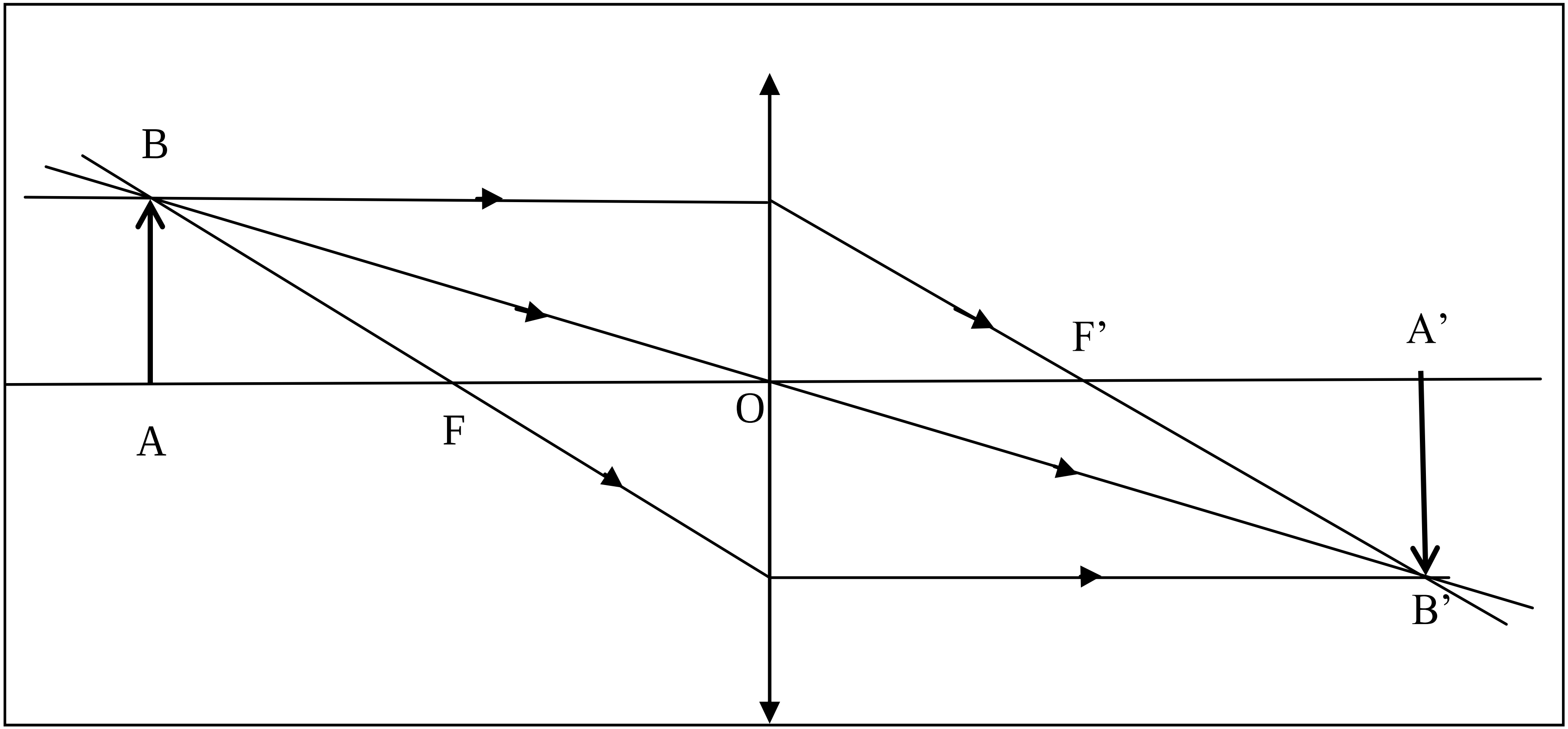
Pour trouver graphiquement la position de l’image on trace des rayons particuliers dont on sait construire le trajet après la traversé de la lentille. Ces rayons sont au nombre de trois :

- Tout rayon passant par le centre optique d’une lentille n’est pas dévié.
- Tout rayon qui arrive parallèlement à l'axe optique, ressort de la lentille en passant par le foyer image.
- Tout rayon passant par le foyer objet avant la lentille est dévié et ressort de la lentille parallèle à l'axe.

On en déduit que l’image de A appartient à l’axe optique et que la détermination de la position de l’image de B donnera l’image de l’objet.

III.1. Objet situé avant le foyer objet d'une lentille convergente

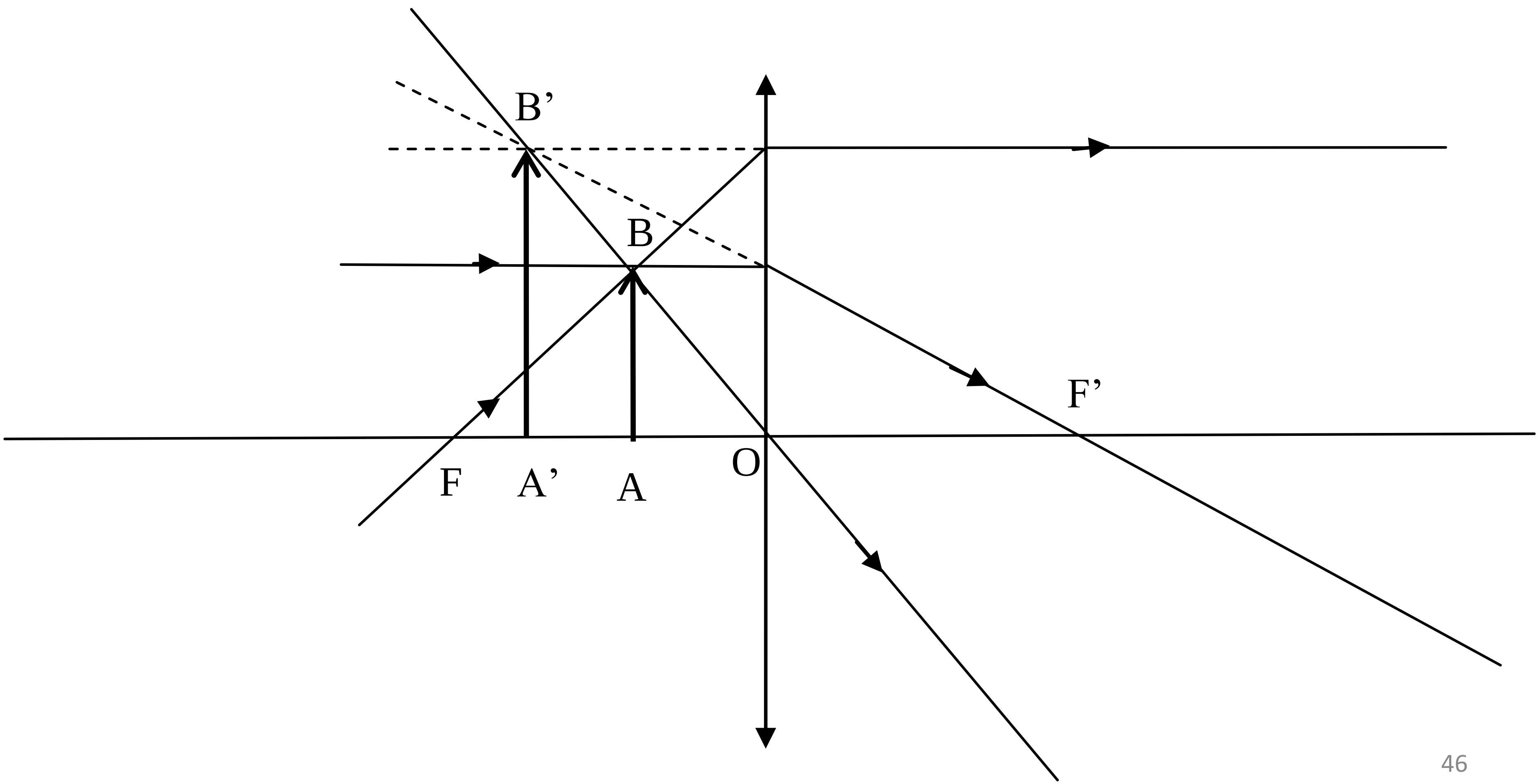
L'objet étant situé avant l'instrument d'optique il peut être matériel on parle d'objet réel.



Dans ce cas l'image se forme après la face de sortie de l'instrument d'optique (dans le sens de parcours de la lumière). Elle peut être visualisée sur un écran, on dit que **l'image est réelle.**

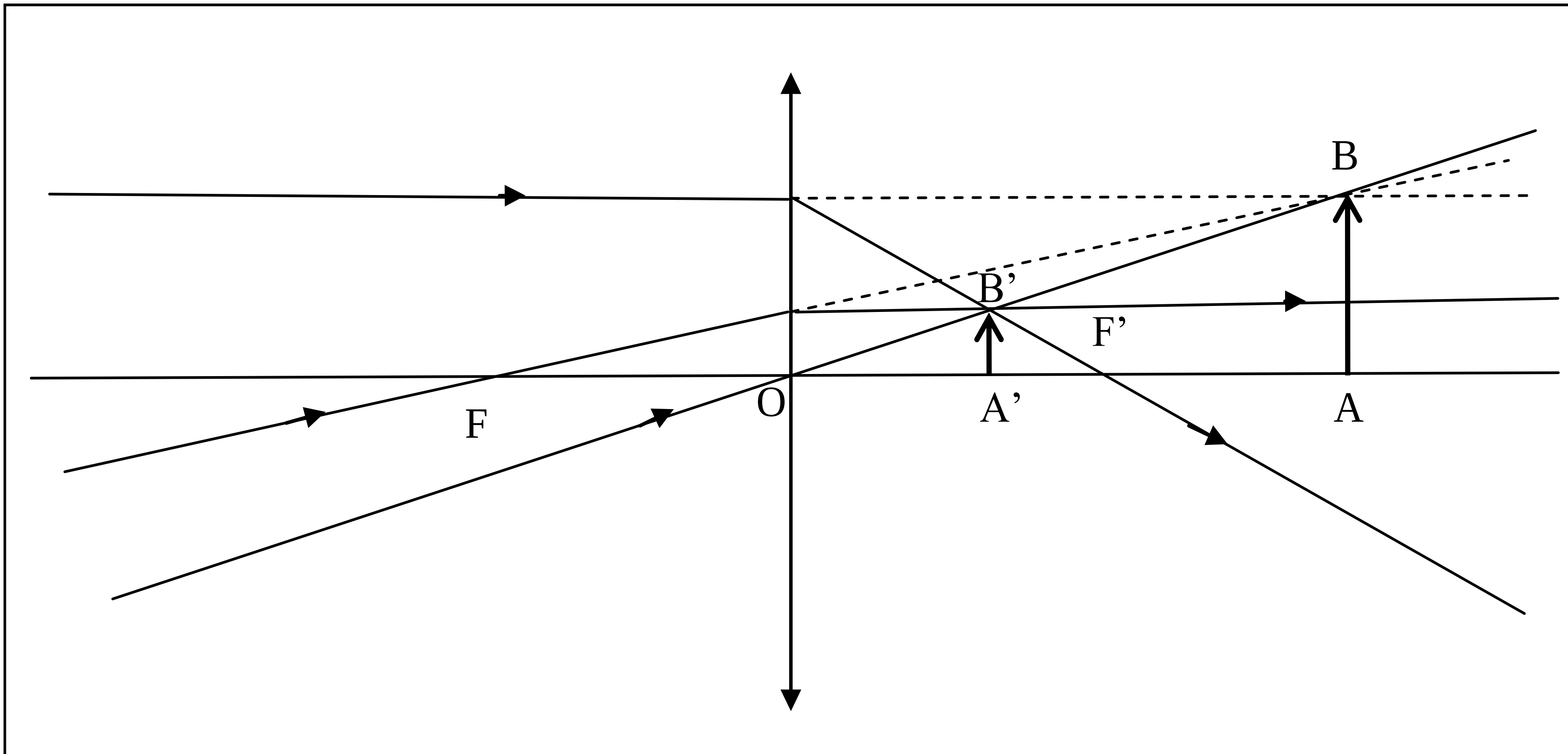
III.2. Objet situé entre le foyer objet et le centre optique d'une lentille convergente

Dans ce cas l'objet est toujours réel mais l'image se forme avant la face de sortie de l'instrument d'optique (dans le sens de parcours de la lumière). Elle ne peut pas être visualisée sur un écran, on dit que **l'image est virtuelle.**



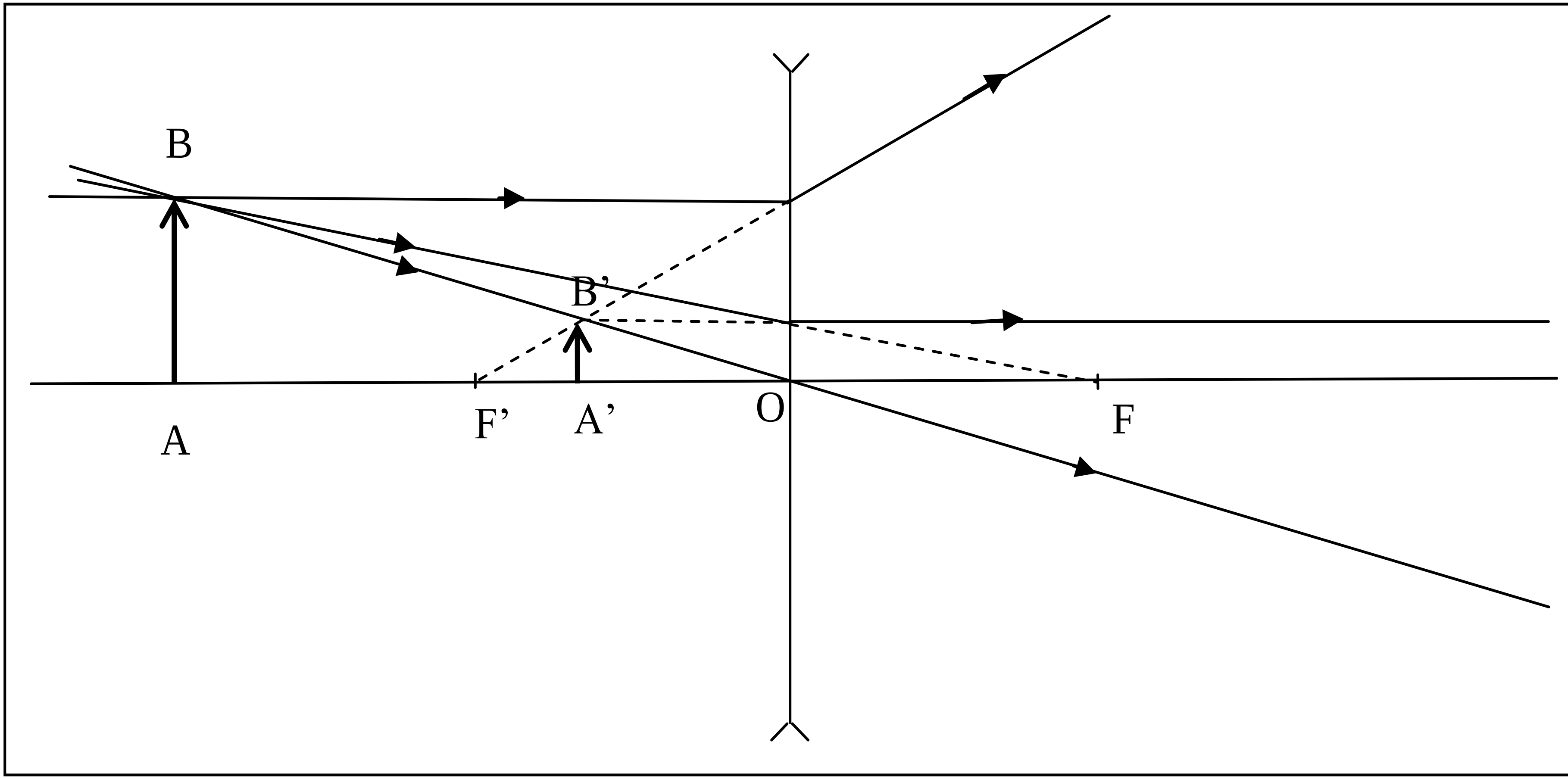
III.3. Objet situé après le foyer image d'une lentille convergente

L'objet ne peut pas exister matériellement avec le sens des rayons lumineux préalablement défini, on parle d'objet virtuel dès qu'il est situé après l'instrument d'optique.



L'image est réelle.

III.4. Objet situé avant le foyer objet d'une lentille divergente



Objet réel, image virtuelle.

Rq: Il ne reste plus que 4 possibilités…

IV. Relation de conjugaison et grandissement transversal

On dit que l'objet AB et l'image A'B' sont conjugués par la lentille. Ainsi les relations qui donnent la position de l'image en fonction de la position de l'objet à partir des caractéristiques de l'instrument d'optique sont appelées des relations de conjugaisons.

Ainsi pour les lentilles et en appliquant **le théorème de Thalès** sur un des schémas précédents on a :

$$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{F'A'}}{\overline{F'O}} = \frac{\overline{FO}}{\overline{FA}}$$

Soit

$$\frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{F'O} + \overline{OA'}}{\overline{F'O}} = 1 + \frac{\overline{OA'}}{\overline{F'O}}$$

En divisant par $\overline{OA'}$ et en posant $\overline{OF'} = f'$

$$\boxed{\frac{1}{\overline{OA'}} = \frac{1}{\overline{OA}} + \frac{1}{f'}}$$

Cette relation constitue une relation de conjugaison pour les lentilles minces. Les positions sont repérées par rapport au centre optique O.

On peut établir une relation avec comme origine les foyers (**relation de Newton**)

$$\frac{\overline{F'A'}}{\overline{F'O}} = \frac{\overline{FO}}{\overline{FA}} \Longrightarrow \boxed{\overline{FA} \cdot \overline{F'A'} = -f'^2}$$

Le rapport $\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$ constitue le grandissement γ, pour les lentilles minces :

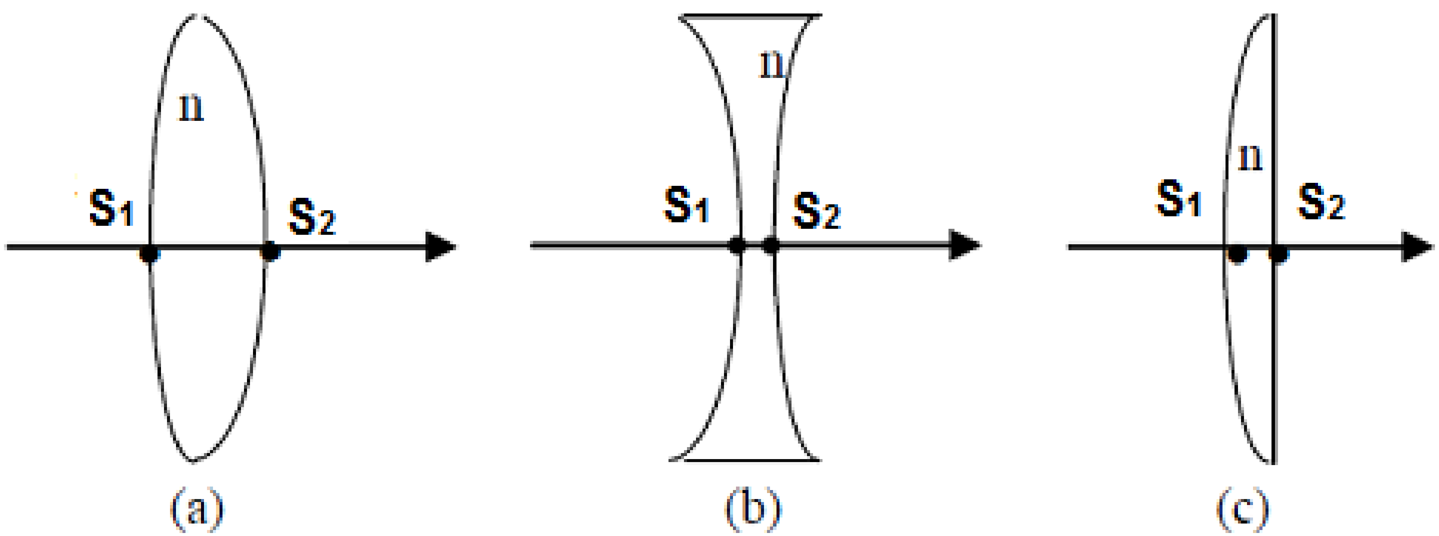
$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = -\frac{\overline{F'A'}}{f'} = -\frac{f}{\overline{FA}}$$

Exemple : **Lentille Mince**

Déterminer, dans les conditions de Gauss, les distances focales et les natures des lentilles minces **a, b, c** représentés ci-dessous :
Ces lentilles sont à base du verre d'indice n=1.5 et sont en principe formés par deux dioptres sphériques de sommets respectifs S_1 e S_2.
On donne :

$R_1 = \left|\overline{S_1C_1}\right|$ =50cm, rayon sphérique du dioptre de sommet S_1.

$R_2 = \left|\overline{S_2C_2}\right|$ =30cm, rayon sphérique du dioptre de sommet S_2.



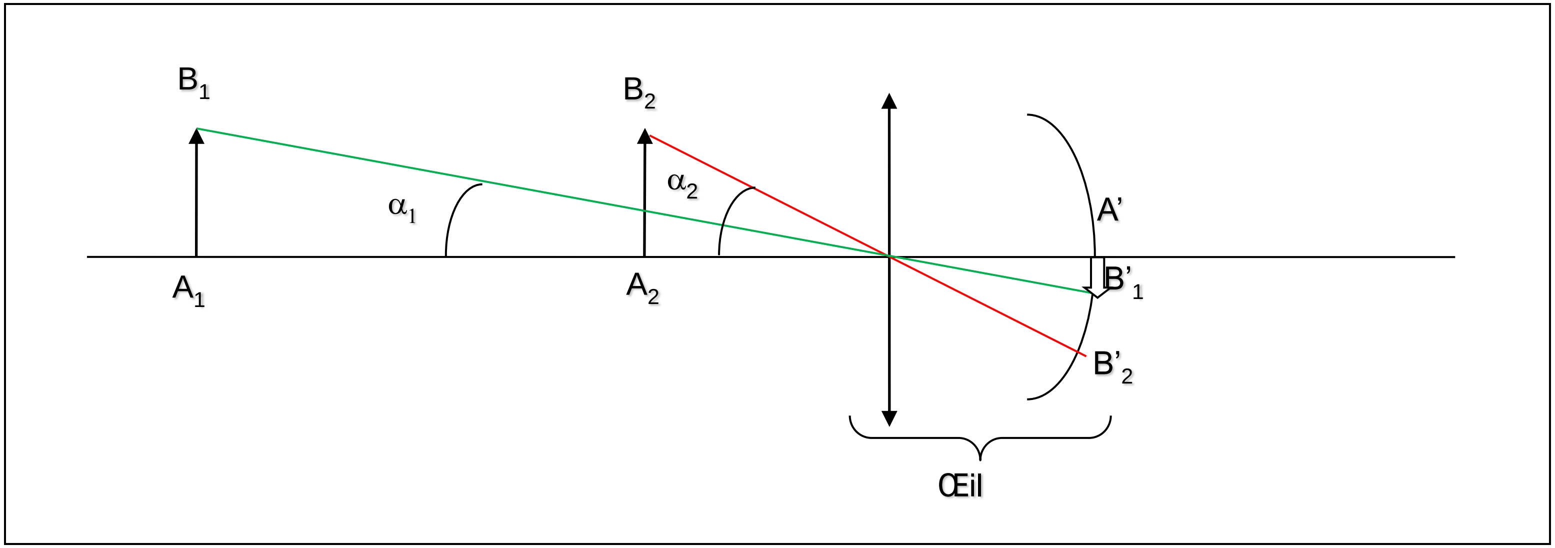
Applications : Loupe, Microscope, Optique de l'œil…

A. La loupe

La loupe est un système optique, composé **d'une ou de plusieurs lentilles** qui est utilisé pour l'observation d'objets réels de petite taille.
C'est un système convergent qui donne de l'objet une image virtuelle ayant même sens que l'objet : c'est elle que l'œil regarde.
Pour que l'œil ne fatigue pas pendant l'observation, il ne doit pas avoir à accommoder : on s'arrange donc pour mettre l'image virtuelle donnée par la loupe à l'infini. Ce qui signifie que l'objet à observer doit être placé dans le plan focal objet de la loupe.

I. Principe de la loupe

I.1. Observation à l'œil nu d'un objet de petite taille

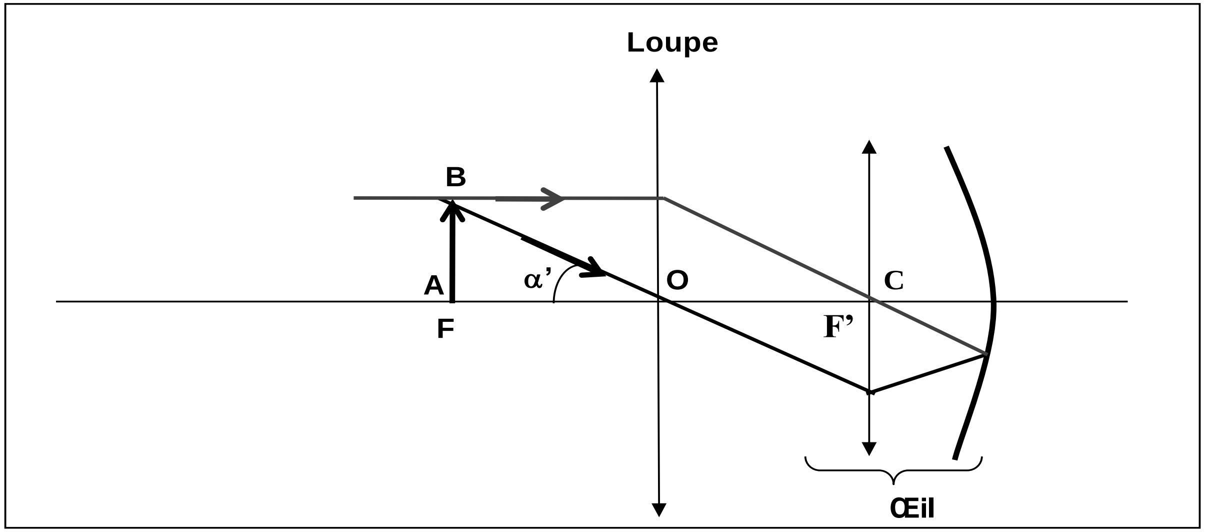


Pour voir correctement les détails d’un objet AB supposé petit, il faut que son image rétinienne A’B’ soit la plus grande possible (ou que l’angle apparent α sous lequel on voit cet objet soit le plus grand possible). Pour cela il faut approcher l’objet AB de l’œil, mais on est limité par le **punctum proximum (Pp)**.

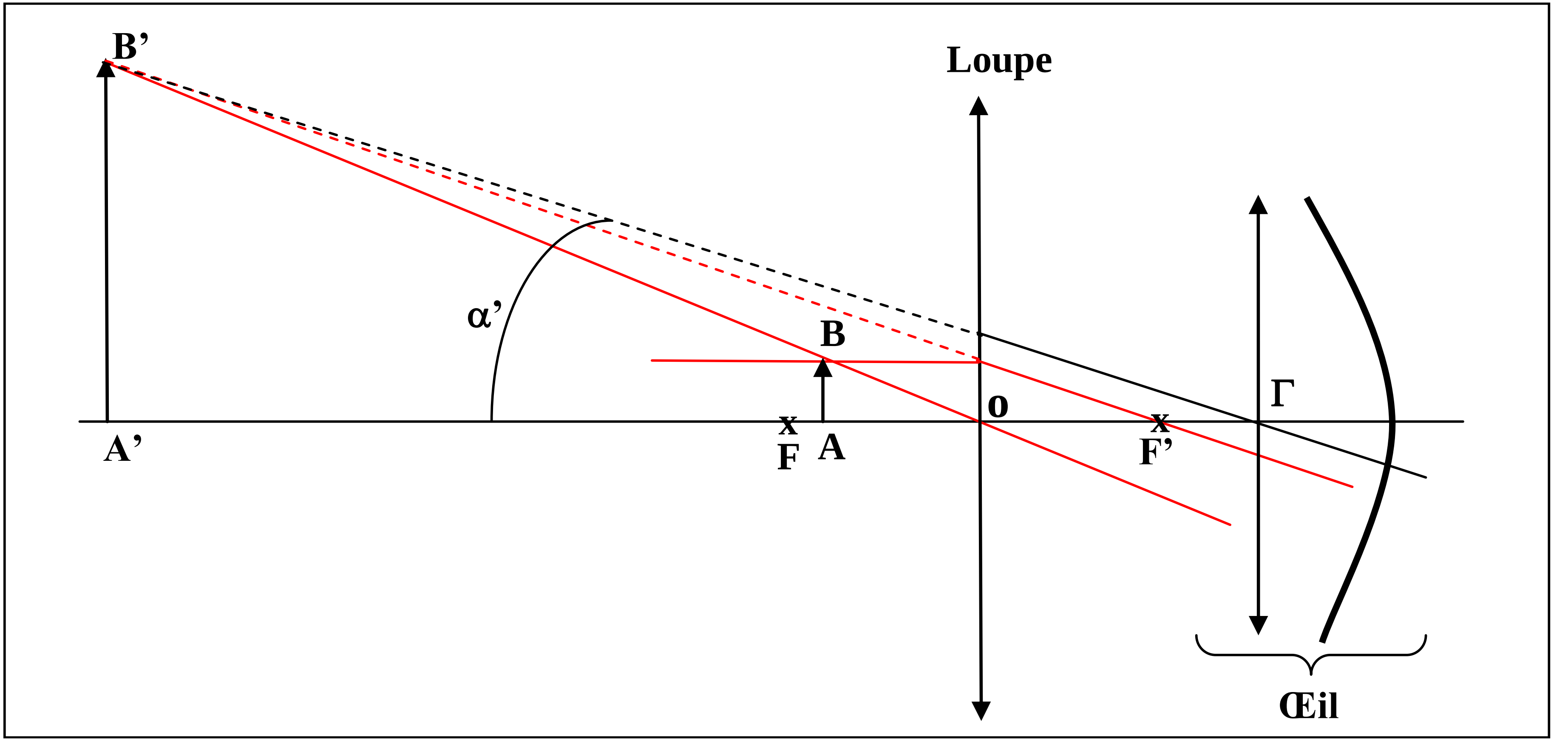
Donc le plus grand angle α sous lequel on peut observer un objet AB est défini par $\tan\alpha = \dfrac{\overline{AB}}{\delta}$ où la valeur de δ est déterminé par la position du punctum proximum. Si on considère la valeur de δ normalisée à **0,25m** alors $\alpha = 4.AB$.

I.2. Observation d’un objet avec une loupe

La loupe est un système convergent que l’on va assimiler (pour simplifier) à une lentille mince convergente de distance focale f’ (typiquement 2 à 10 cm).
On place l'objet dans le plan focal objet (PFO) de la loupe, et l'œil approximativement au plan focal image (PFI) de la loupe. L'objet est alors vu sous **l'angle α'**.



Remarque : Dans le cas général, l'objet est placé au voisinage immédiat du PFO, entre le PFO et la lentille.



L'œil observe l'image A'B' virtuelle, qui est de même sens que l'objet sous l'angle a'.

II. Grossissement « angulaire » de la loupe

II.1. Définition

Pour une loupe le grossissement angulaire (à ne pas confondre avec le grandissement transversal) est la principale caractéristique il est défini dans le cas général par :

$$G = \frac{\textit{angle} \text{ sous lequel est vu l'image à travers l'instrument optique}}{\text{angle sous lequel est vu l'image à l'oeil nu}} = \frac{\alpha'}{\alpha}$$

- C’est un nombre sans dimension
- Les angles sont orientés, le sens d’orientation n’est pas donné par le sens trigonométrique, mais par le sens des objets et des images qui les définissent

$$G = \frac{\delta}{f'} . \frac{\overline{\mathrm{A'}\Gamma} + \overline{\Gamma F'}}{\overline{\overline{\mathrm{A'}\Gamma}}} = \frac{\delta}{f'} \left(1 - \frac{\overline{F'\Gamma}}{\overline{\overline{\mathrm{A'}\Gamma}}} \right)$$

- On remarque que G dépend de :
- La distance focale de la loupe,
- La position de l’œil par rapport à la loupe,
- La position de l’image par rapport à l’œil.

II.3. Grossissement angulaire quand l'objet est dans le PFO

L'image A'B' à l'infini virtuel, c'est-à-dire AB dans le PFO de la loupe alors $\overline{A'\Gamma} \to \infty$. Dans ce cas le grossissement angulaire ne dépend que de la position du punctum proximum et de la focale de la loupe on parle de **grossissement intrinsèque**.

$$G_i = \frac{\delta}{f'}$$

Si δ est normalisé à 0,25m on parle de **grossissement commercial**, c'est le nombre qui est gravé sur la monture des loupes

$$G_c = \frac{0.25}{f'} = \frac{1}{4f'}$$

Exemple : une lentille simple de distance focale image 4cm utilisée comme loupe donne un grossissement commercial $G_c = \dfrac{1}{4.4.10^{-2}} = 6,25x$

Ceci signifie que à travers la loupe, l'objet est vu 6,25 fois plus gros que si on le regardait à l'œil nu placé à 25cm de l'œil.

II. Puissance

Parfois au lieu du grossissement le paramètre utilisé est la puissance définit par :

$$P = \frac{\alpha'}{\overline{\overline{AB}}} = \frac{\textit{angle}\text{ sous lequel est vu l'image à travers l'instrument optique}}{\text{taille de l'objet}}$$

Relation entre P et G :

$$P = \frac{\alpha'}{\overline{\overline{\mathrm{AB}}}} = \frac{\alpha'}{\alpha} \cdot \frac{\alpha}{\overline{\overline{\mathrm{AB}}}} = G.\frac{\alpha}{\overline{\overline{\mathrm{AB}}}} = G.\frac{\tan\alpha}{\overline{\overline{\mathrm{AB}}}} = G.\frac{\frac{\overline{\mathrm{AB}}}{\delta}}{\overline{\overline{\mathrm{AB}}}} = \frac{G}{\delta} = \frac{1}{f'}\left(1 - \frac{\overline{F'\Gamma}}{\overline{\overline{\mathrm{A'\Gamma}}}}\right)$$

Si l'objet est dans le **PFO** : $P_i = \frac{1}{f'} = V(\delta)$ (vergence dans le vide)

Ainsi $$\boxed{G_c = \frac{1}{4f'} = \frac{P_i}{4}}$$

Où f' est la **distance focale image de la loupe.**

Exemple : <u>La Loupe</u>

Pour une loupe de distance focale 2.5cm. Déterminer :

1- Sa puissance intrinsèque.

2- Son grossissement commercial.

3- La plus petite distance de deux points qu'elle permet de distinguer, sachant que l'objet est dans le plan focal objet PFO et l'angle de vision de l'œil α' (aussi appelé pouvoir séparateur) est de 3.10^{-4}rad (1').

B. Le Microscope

I. Description

C'est un instrument d'optique qui permet d'observer des objets réels de petite taille avec un grossissement beaucoup plus important que celui donné par une loupe.

Description du microscope optique :

❶ Oculaire et tube oculaire.

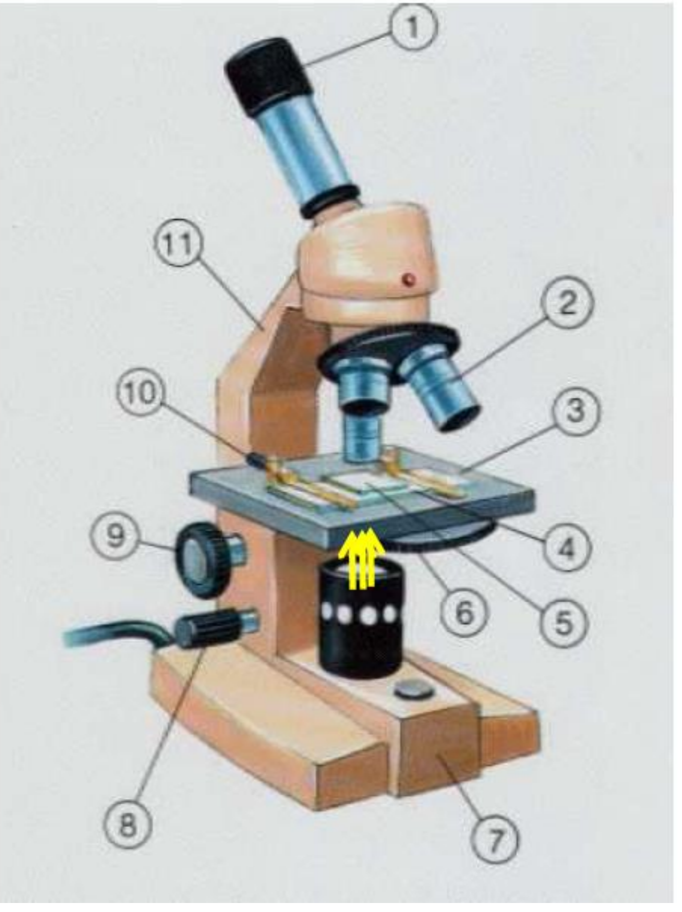
❷ Lentille « objectif » limitée par un diaphragme à l'entrée. Il y en a trois de grossissements différents.

❸ Plateau porte-objet sur lequel on dépose la préparation de l'objet.

❹ Préparation.

❺ Lame couvre –objet.

❻ Diaphragme.



❼ Le pied

❽ Microvis de réglage fin du plateau.

❾ Macrovis de réglage de la hauteur du plateau.

❿ Valets

⓫ Potence

Il est composé d'un objectif convergent interchangeable (constitué de une ou plusieurs lentilles) que l'on assimilera à une lentille simple (O_1, f'_1) et d'un oculaire convergent interchangeable (lui aussi constitué de une ou plusieurs lentilles) que l'on assimilera à une lentille simple convergente (O_2, f'_2) ou à une loupe. L'oculaire présente généralement des grossissements commerciaux de **5x à 50x**.

L'objectif de courte distance focale donne de l'objet AB réel à observer une image réelle inversée agrandie A_1B_1, appelée image intermédiaire. L'oculaire vient à son tour observer cette image intermédiaire pour en donner une image virtuelle agrandie A'B' toujours inversée par rapport à l'objet AB.

On a donc le schéma suivant :

$$\begin{array}{ccccc} \text{Objet réel} & & \text{image réelle inversée} & & \text{image virtuelle définitive} \\ AB & \longrightarrow & A_1B_1 & \longrightarrow & A'B' \end{array}$$

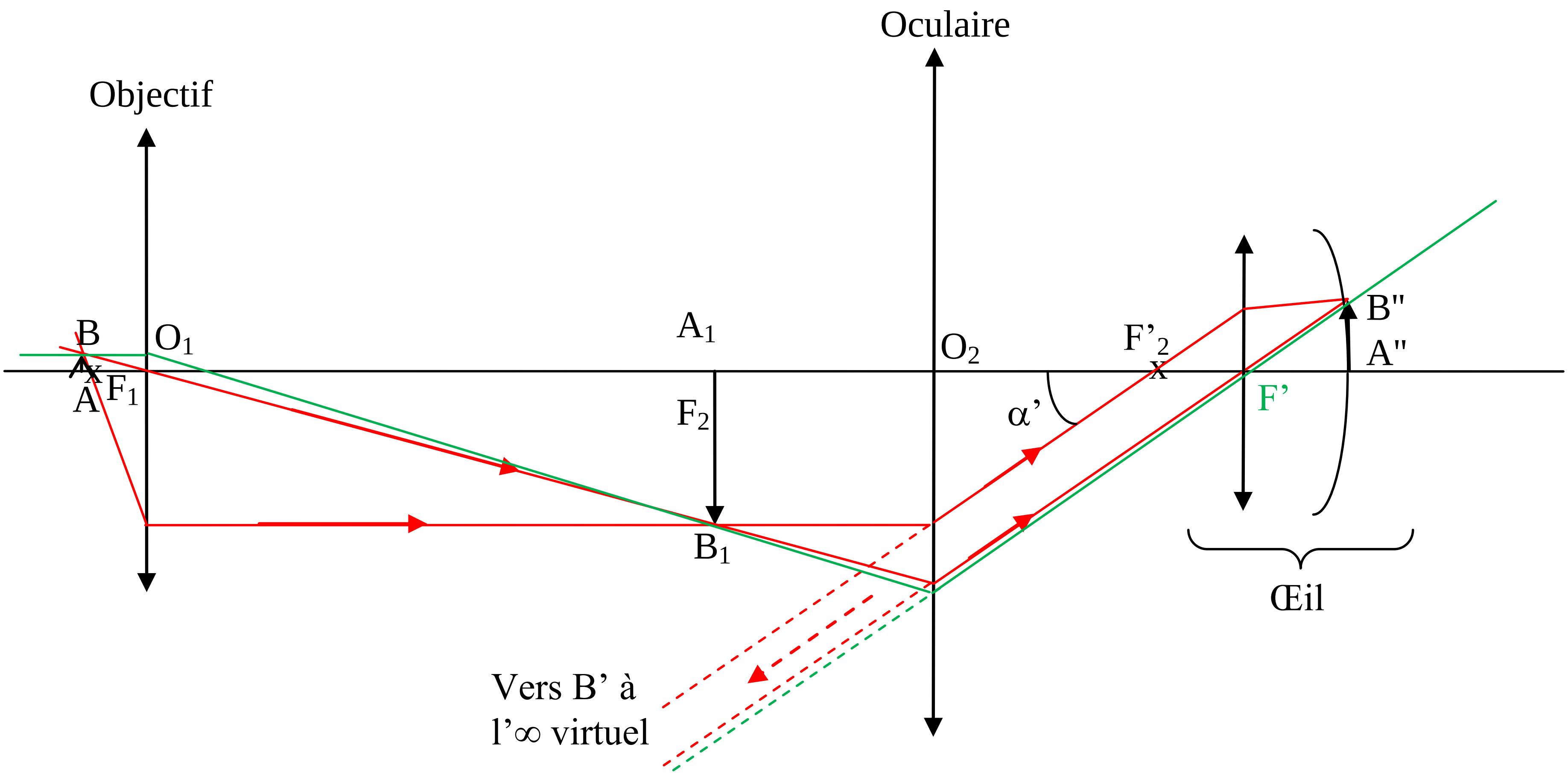
La distance entre l'objectif et l'oculaire est normalisée. On la repère par la distance $\Delta = \overline{F_1^{'}F_2}$ qui s'appelle l'intervalle optique et qui vaut 160mm ou 180mm (selon le type de microscope : classique ou métallographique).

Enfin on s'arrange pour que l'œil regarde l'image A'B' sans avoir besoin d'accommoder. L'image doit être à l'infini virtuelle et pour cela, l'image intermédiaire doit être placée dans le plan focal objet de l'oculaire.

II. Construction optique des rayons lumineux

$$A \xrightarrow{\text{Objectif}} F_2 \xrightarrow{\text{oculaire}} \infty$$

Il est recommandé de faire la construction optique en partant de l'image intermédiaire dans le plan focal objet de l'oculaire.



III. Grossissement angulaire et puissance du microscope

L'image A'B' est vu sous l'angle α', alors qu'a l'œil nu, l'objet placé au minimum de vision distincte δ, serait vu sous l'angle α.

Comme A'B' est à l'infini, ainsi le grossissement intrinsèque est donné par :

$$G_{mic\ i} = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{\tan\alpha'}{\tan\alpha} = \frac{\overline{A_1B_1}}{f_2^{'}} \cdot \frac{\delta}{\overline{AB}} = \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}} \cdot \frac{0.25}{f_2^{'}} = \gamma_{objectif} . G_{occulaire\ i}$$

Finalement, le grossissement intrinsèque du microscope est égal au produit de grandissement transversal de l'objectif, quand l'image est placée dans le PFO de l'oculaire, par le grossissement angulaire intrinsèque de l'objectif. Avec δ=0.25m on obtient le grossissement commercial du microscope.

Le grossissement est lié à la puissance par la relation ci-après :

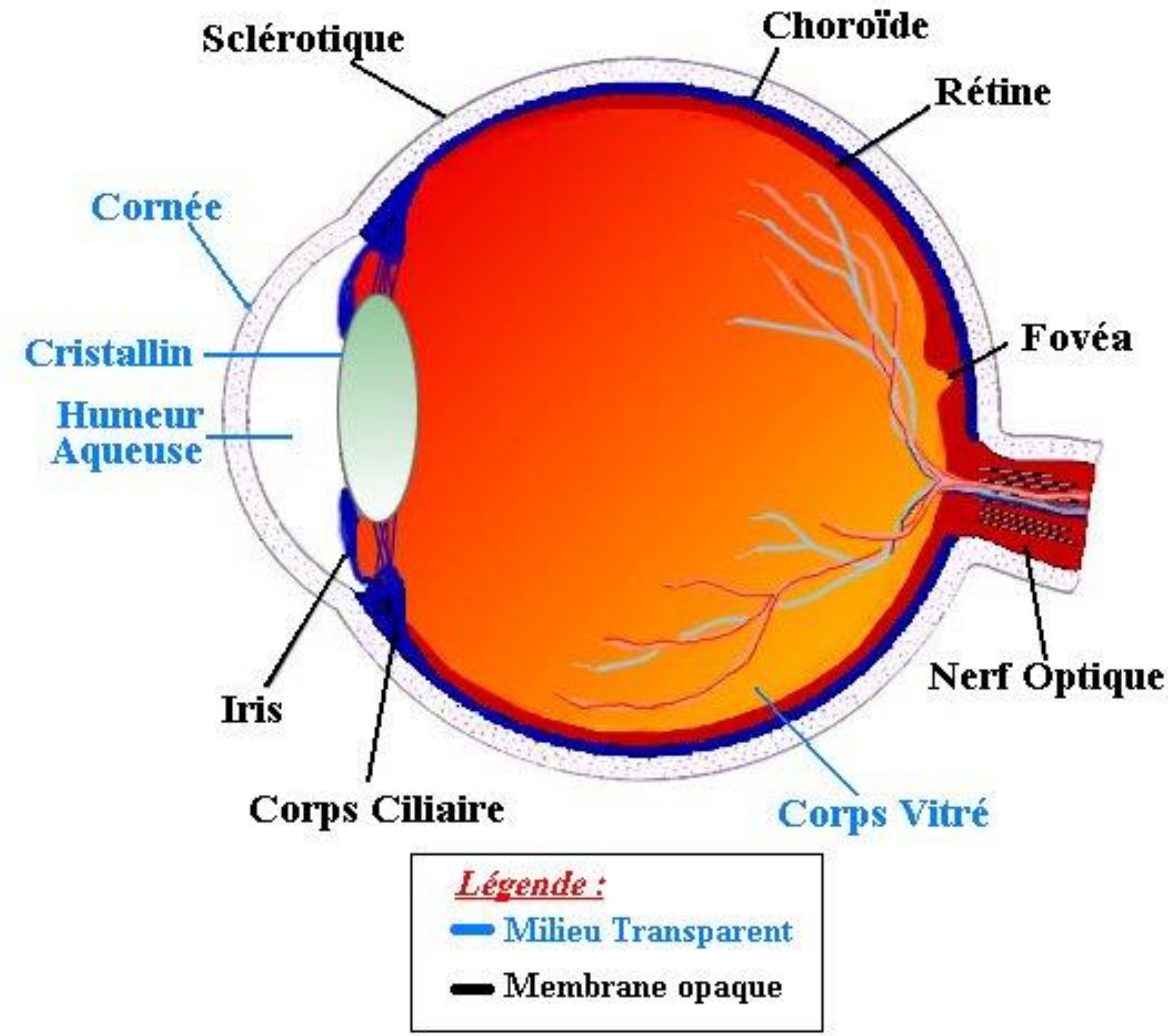
$$G_{mic} = \frac{P_i}{4} = \frac{\Delta}{4 f_1^{'} f_2^{'}}$$

$\Delta = \overline{F_1^{'} F_2}$ est l'intervalle optique, et f'$_1$ et f'$_2$ ce sont respectivement les distances focales images **de l'objectif et l'oculaire**.

C. Optique de l’œil

Nous présenterons ici essentiellement l’œil humain ou celui des mammifères doué d’une faculté d’accommodation par modification de la distance focale du système optique.

I. Description de l’œil



La sclérotique ou sclère : membrane blanche (blanc de l'œil) et flexible de #12mm de rayon (enveloppe contenant principalement une substance transparente l'humeur ou corps vitré d'indice n= 1,33)

La choroïde : zone irriguée de sang qui joue le rôle de régulateur thermique. La choroïde est abondamment pigmentée de noir afin d'éliminer les reflets

La Cornée : fenêtre d'entré de l'œil rempli d'une substance transparente **l'humeur aqueuse** d'indice peu différent de 1,336

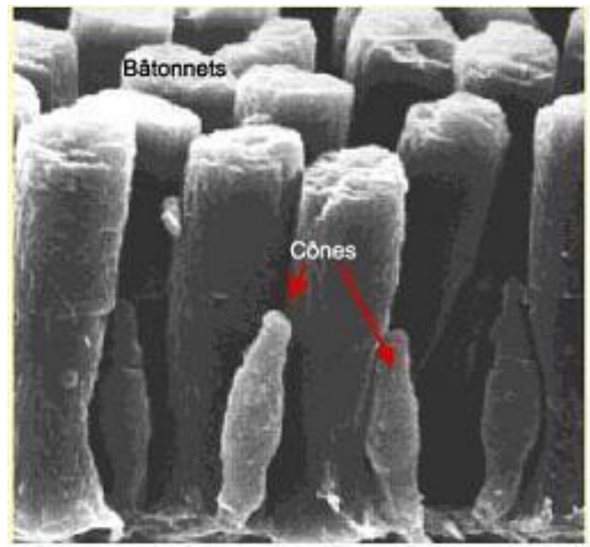
L'iris : membrane contractile percée d'un trou appelé pupille, dont le diamètre est variable (2 à 8 mm) afin de contrôler le flux de lumière entrant dans l'œil. Certains agents chimiques provoquent la contraction ou la dilatation : l'opium la contraction, l'atropine la dilatation.

La rétine : tissus nerveux qui joue le rôle de détecteur lumineux. La lumière modifie la structure de ses cellules nerveuses qui transmettent l'information au cerveau via le nerf optique.

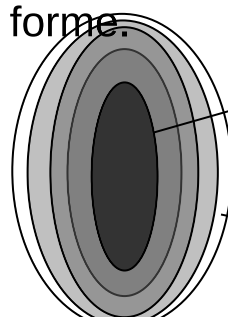
On distingue deux grandes familles de terminaisons nerveuses :

•**Les cônes**, sensibles aux couleurs. Leur fonctionnement nécessite une forte luminosité, ce qui les rend inopérants dans l'obscurité. Ils sont nombreux au centre de la rétine (130 000/mm²). Cette zone appelée fovéa est très petite champ de qq mm². Elle permet de regarder les objets avec précision.

•**Les bâtonnets** insensible aux couleurs : vision nocturne (la nuit tous les chats sont gris).



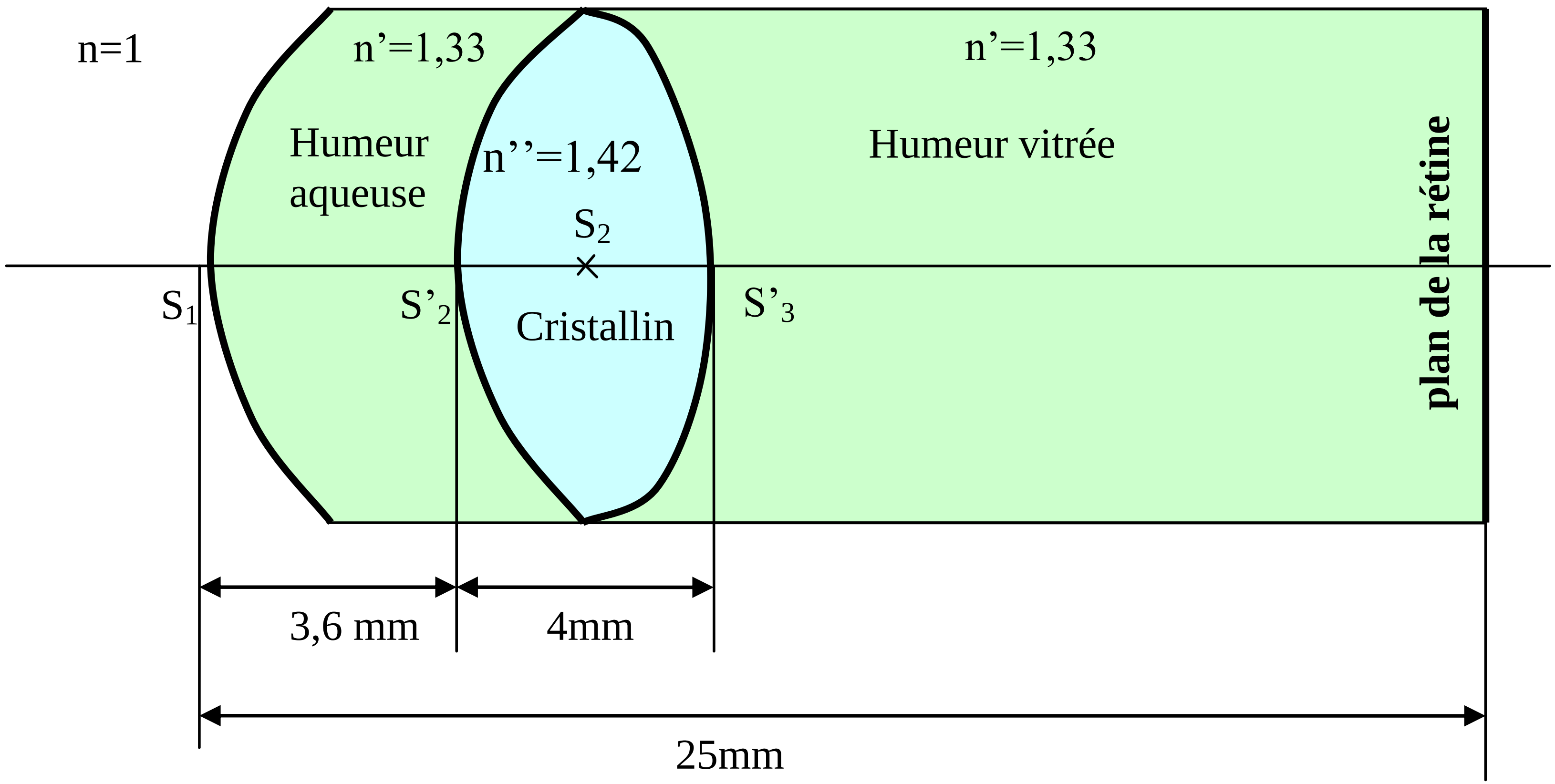
Le cristallin : C'est une lentille de distance focale variable, qui permet dans des conditions normales de placer toutes les images sur le plan de la rétine. On dit que le cristallin est doué d'un pouvoir d'accommodation dû à l'action des muscles auxquels il est attaché. Il est constitué d'un noyau central entouré de cellules géantes disposées en « pelures d'oignon » pouvant glisser les une sur les autres en modifiant sa forme.



II. L'œil normal ou emmétrope

1. Schéma optique de l'œil normal ou emmétrope

L'œil est composé d'un dioptre sphérique d'entrée, d'une lentille à focale variable et d'un détecteur la rétine sur laquelle doit se former les images



Le dioptre sphérique de sommet S_1 est constitué par la cornée et l'humeur aqueuse. Son rayon de courbure est d'environ **8mm** chez l'homme, sa focale image est donc :

$$\overline{S_1F'_1} = \frac{n'\overline{S_1C_1}}{n'-n} = \frac{1,33x8}{1,33-1} = 32,24mm$$

Correspondant à une vergence $V_1 = \frac{n'}{\overline{\overline{S_1F'_1}}} = \frac{1.33}{0,03224} = 41,25\delta$

La vergence du cristallin est variable, il est alors nécessaire de définir deux points particuliers

- Pour la vision éloignée : **punctum remotum noté Pr**, il correspond au point le plus éloigné que peut distinguer un œil au repos
- Pour la vision rapprochée : **punctum proximum notée Pp**, il correspond au point le plus proche que peut distinguer un œil qui accommode au maximum.

2. Accommodation de l'œil emmétrope (œil normal)

Un œil est considéré comme normal s'il est capable de former sur la rétine des images nettes d'objets placés entre **25cm (Pp) et l'infini (Pr)**.

Considérons le cristallin comme une lentille mince de centre optique S_2 (presque vrai si certains veulent s'amuser l'erreur est d'environ 2%). L'œil avec cette condition est constitué de l'association de deux éléments optiques simples : un dioptre sphérique, séparant un milieu objet d'indice 1 d'un milieu image d'indice 1,33, et une lentille mince d'indice « 1,42 » placée dans un milieu d'indice 1,33.

Dioptre (S_1, C_1) Cristallin (S_2, n''= 1,42) Rétine

(1) (1,33) (1,33)

$$A \longrightarrow A_1 \longrightarrow R$$
$$\infty\ (Pr) \longrightarrow F'_1 \longrightarrow R$$
$$Pp \longrightarrow A_2 \longrightarrow R$$

a - Calculons la vergence de l'œil au repos

- Vergence du cristallin œil au repos (F'_2 foyer image du cristallin)

$$\frac{1}{\overline{S_2R}} - \frac{1}{\overline{S_2F'_1}} = \frac{1}{\overline{S_2F'_2}}$$

$$\overline{S_2R} = 25 - 5,6 = 19,4mm \quad ; \quad \overline{S_2F'_1} = \overline{S_2S_1} + \overline{S_1F'_1} = -5,6 + 32,24 = 26,64mm$$

$$\Rightarrow \overline{S_2F'_2} = 71.38mm \quad \text{et} \quad \mathrm{V}_{2\mathrm{Pr}} = \frac{1,33}{0.07138} = 18,63\delta$$

- La vergence totale de l'œil au repos est donc :

$$V_{\mathrm{Pr}} = V_1 + V_{2\mathrm{Pr}} - \overline{S_1S_2}\frac{V_1V_{2pr}}{n'} \quad \text{Formule de Gullstran}$$

$$\mathrm{V}_{\mathrm{Pr}} = 41,25+18,63-5,6.10^{-3}\frac{41,25x18,63}{1,33} = 56,64\delta$$

b- Calculons la vergence de l'oeil au punctum proximum

- Vergence du cristallin au punctum proximum

$$* \quad \frac{1,33}{\overline{\overline{S_1A_2}}} - \frac{1}{\overline{\overline{S_1Pp}}} = V_1 \Rightarrow \frac{1,33}{\overline{\overline{S_1A_2}}} - \frac{1}{-0,25} = 41,25 \Rightarrow \overline{S_1A_2} = 0,035m$$

$$* \quad \overline{S_2A_2} = \overline{S_2S_1} + \overline{S_1A_2} = -0.0056 + 0,035 = 0,030m$$

$$* \quad \frac{1,33}{\overline{\overline{S_2R}}} - \frac{1,33}{\overline{\overline{S_2A_2}}} = \frac{1.33}{\overline{\overline{S_2F'_2}}} = V_{2Pp} \quad \Rightarrow V_{2Pp} = \frac{1,33}{0,0194} - \frac{1,33}{0,03} = 24,37\delta$$

- La vergence totale de l'œil au punctum proximum est

$$V_{Pp} = V_1 + V_{2Pp} - \overline{S_1S_2}\frac{V_1V_{2Pp}}{n'} \quad \text{Formule de Gullstran}$$

$$V_{Pp} = 41,25 + 24,37 - 5,6.10^{-3}\frac{41,25x24,37}{1,33} = 61,4\delta$$

c- Conclusion : un œil emmétrope (normal) doit avoir une accommodation d'au minimum 5 dioptries.

$$\Delta V = V_{Pp} - V_{Pr} = 61,4 - 56,6 \approx 5\delta$$

III. Les défauts de l'œil

Etudions certains défauts et comment les corriger.

1. L'œil presbyte

Avec l'âge, le cristallin durcit, devient moins déformable, ce qui provoque une difficulté d'accommodation et, vers l'âge de 40 ans, l'œil devient presbyte. Son amplitude dioptrique est alors très inférieure à 5 dioptries. Cette amplitude diminue fortement avec l'âge de l'individu pour passer en moyenne de 15δ à 8 ans, 10δ à 20 ans, à 3δ à 50 ans et à 1δ à 60 ans.

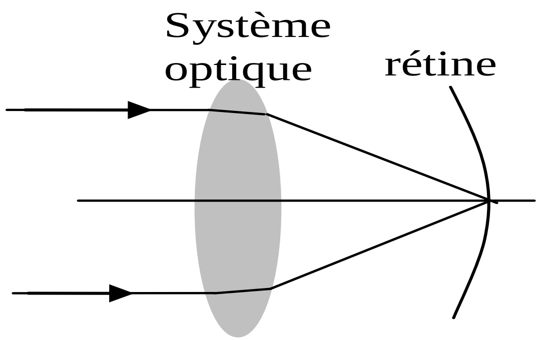
Pour simplifier le raisonnement considérons que la distance $\overline{S_1S_2}$ soit peut différente de zéro dans ce cas les vergences s'additionnent.

Un œil dont l'accommodation est de 1δ aurait comme punctum proximum un point situé à 1m de la cornée.

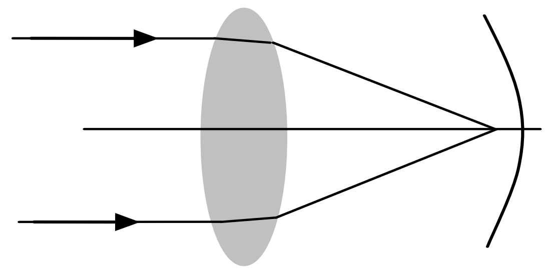
Un tel individu devra porter des lunettes convergentes pour la vision de près.

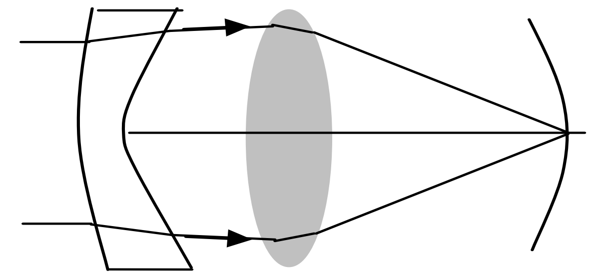
2. L’œil myope

L’œil myope est un œil accommodant correctement mais trop convergent ou trop long : au repos l’image d’un objet à l’infini se forme en avant de la rétine. Pour une vision nette à l’infini il faudra associer à cet œil une lentille divergente



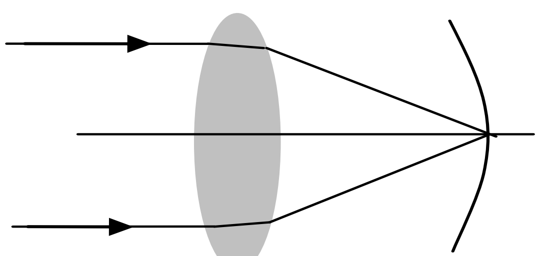
Œil normal

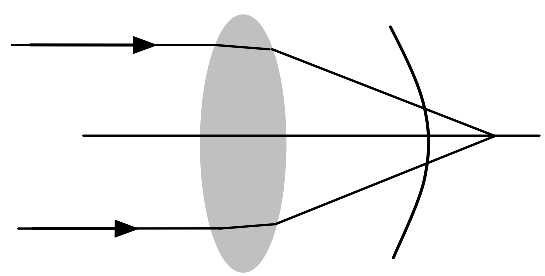

Œil myope

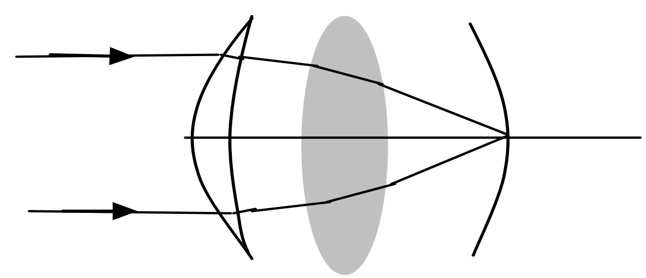

Œil myope corrigé

3. L’œil hypermétrope

La situation est inverse, l’œil hypermétrope n’est pas assez convergent ou trop court, l’image d’un objet situé à l’infini se forme derrière la rétine. Il faudra lui associer une lentille convergente.


Œil normal


Œil hypermétrope


Œil hypermétrope corrigé