

Licence fondamentale en Sciences Économiques et Gestion
Module échantillonnage et estimation/Semestre 3

Chapitre IV

Tests d'hypothèses paramétriques et non paramétriques

Professeur **Mohamed AIT HOU**

Année universitaire 2023/2024

Plan

- Introduction

I

- Le principe d'un test statistique (d'hypothèse)

II

- Tests statistiques sur les moyennes

III

- Tests statistiques sur les proportions

IV

- Test du khi-deux d'indépendance

Objectif

- Comprendre la logique des tests d'hypothèses et maîtriser les étapes de leur construction;**
- Construire des tests d'hypothèses paramétriques (moyennes et variances);**
- Savoir appliquer les résultats concernant les moyennes à des proportions;**
- Réaliser des tests relatifs à l'indépendance de deux variables statistiques;**

1. Choisir le test approprié
2. Formuler les hypothèses H_0 et H_1 sur la population
3. Fixer le risque de 1^{er} espèce α
4. Spécifier la statistique du test et calculer sa valeur sur l'échantillon
5. Prendre une décision

a. Méthode de la valeur critique

Déterminer la zone de rejet en fonction du risque de 1^{er} espèce

La valeur de la statistique du test appartient-elle à la zone de rejet?

Oui

Non

Rejet de H_0 avec le risque de 1^{er} espèce α

Pas de raison de rejeter H_0 au risque de 1^{er} espèce α

b. Méthode de la probabilité critique

Déterminer la probabilité associée à la statistique (*p-value*)

La *p-value* est-elle inférieure au risque de 1^{er} espèce?

Oui

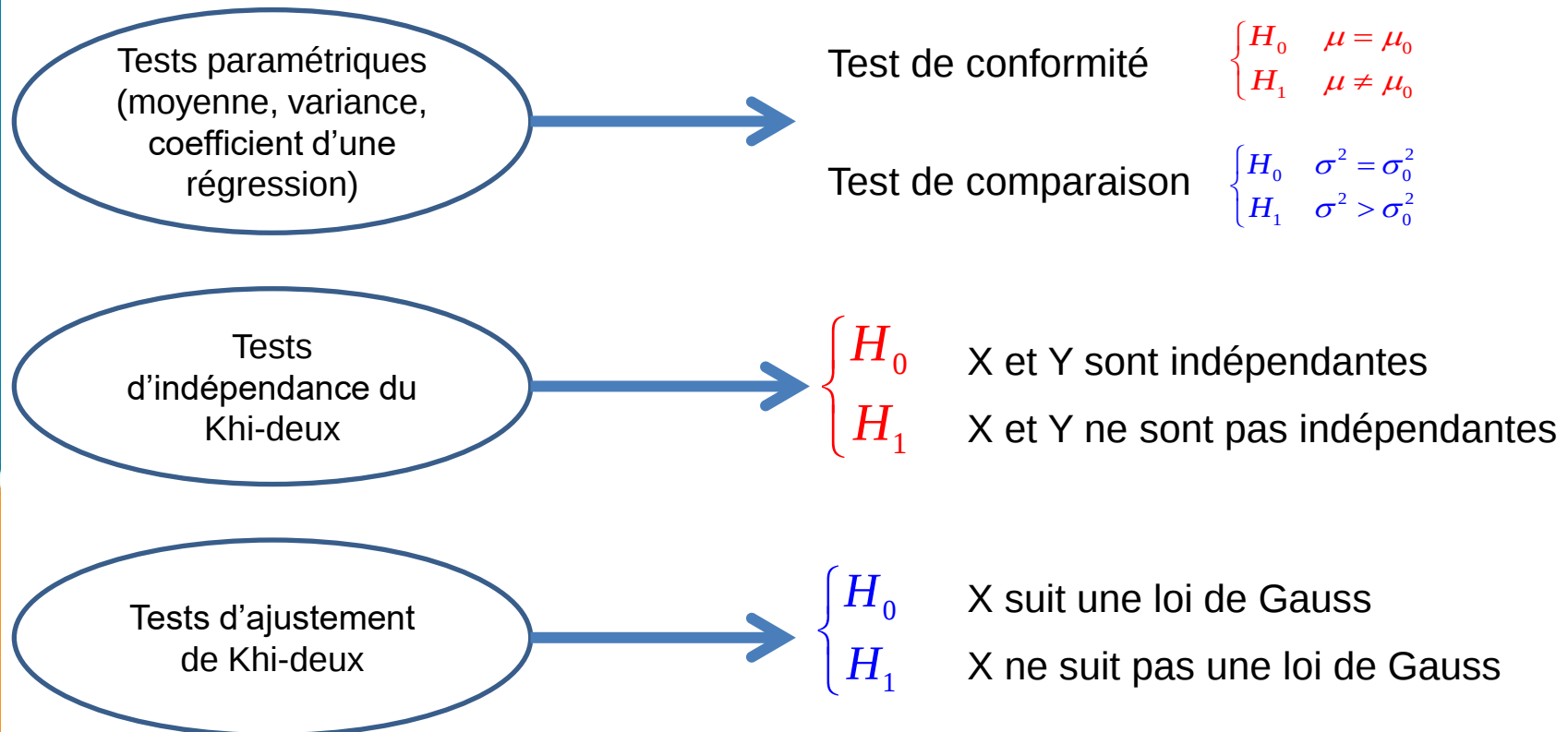
Non

Rejeter H_0 avec un risque de 1^{er} espèce $< \alpha$

Pas de raison de rejeter H_0 au risque de 1^{er} espèce $> \alpha$

6. Présenter les résultats et prendre une décision managériale

Les tests statistiques (tests d'hypothèses) sont un ensemble de méthodes statistiques qui permettent de prendre une décision à partir des informations fournies par un échantillon.



1. Tests paramétriques portent sur la valeur d'un paramètre de la variable statistique.

Les tests paramétriques sont de deux types:

➤ **Tests de conformité** à une norme sur un seul paramètre. Ils sont construits sur la base d'une valeur connue que doit ou devrait avoir ce paramètre. On test par, exemple, si la durée de grossesse est égale à 41 semaines.

➤ **Tests de comparaison** (ou d'homogénéité) tranchent entre deux hypothèses concernant le même paramètre mesuré dans deux population. Ils se rapportent ainsi à des questions du type: la dispersion des salaires des femmes est-elle supérieure à celle des hommes?

2. Le test d'indépendance du Khi-deux dont le rôle est de déterminer l'indépendance, ou non, de deux variables statistiques, comme par exemple l'âge et la consommation de café.

3. Le test d'ajustement du Khi-deux d'une distribution observée par une distribution théorique.

I. Le principe d'un test statistique (d'hypothèse)

Dans cette partie on va montrer en quoi deux hypothèses d'un test sont asymétriques.

L'hypothèse H_0 est l'hypothèse de **statu quo** ou de stabilité ou encore **hypothèse nulle**.

L'**hypothèse alternative** H_1 est l'hypothèse de recherche ou d'évolution.

Hypothèse: proposition formulée sur la population est testée des données de l'échantillon.

Tests statistiques: méthodes statistiques qui permettent d'accepter ou de rejeter une hypothèse concernant la population d'où est tiré l'échantillon.

Chaque test est associé à une statistique, une variable aléatoire permettant de décider si l'hypothèse nulle est rejetée ou il n'existe pas de raison de rejeter l'hypothèse nulle.

Erreur de 1^{re} espèce et de 2^e espèce:

Erreur de 1^{re} espèce: rejeter l'hypothèse nulle au vu des données de l'échantillon, alors qu'elle est vraie dans la population.

Erreur de 2^e espèce: accepter l'hypothèse nulle au vu des données de l'échantillon, alors qu'elle fausse dans la population.

I. Le principe d'un test statistique (d'hypothèse)

1.1- Erreurs et risques associés à un test

À l'issue d'un test, l'une des deux décisions suivantes est prise:

- D_0 : à non-rejet de H_0
- D_1 : rejet de H_0

La prise de décision est liée au caractère aléatoire des échantillons susceptibles d'être retenus. Les erreurs possibles, inhérentes à tous les tests, sont définies ci-après:

1. L'erreur de première espèce est la décision de rejeter H_0 alors que H_0 est vraie. La probabilité de commettre cette erreur, notée α , s'appelle le risque de 1^{re} espèce ou le seuil du test. Notation: $\alpha = p(D_1/H_0)$
2. L'erreur de deuxième espèce est la décision d'accepter H_0 alors que H_1 est vraie. La probabilité de commettre cette erreur, notée β s'appelle le risque de 2e espèce. $\beta = p(D_0/H_1)$
3. la puissance d'un test, notée γ , est la probabilité de rejeter H_0 quand cette hypothèse est fausse. Notation: $\gamma = p(D_1/H_1)$

I. Le principe d'un test statistique (d'hypothèse)

1.1- Erreurs et risques associés à un test

Récapitulatif des erreurs et risques possibles

		Réalité inconnue	
		H_0 est vraie	H_1 est vraie
Décisions possibles	D_0 : décider de non- rejet de H_0	$1 - \alpha$ Niveau de confiance	β Erreur de 2 ^e espèce
	D_1 : décider du rejeter H_0	α erreur de 1 ^{re} espèce	$\gamma = 1 - \beta$ Puissance du test

I. Le principe d'un test statistique (d'hypothèse)

1.2- Hypothèses simples et composites

Les hypothèses d'un test statistique sont simples ou composites selon que les tests sont paramétriques ou non.

Tests paramétriques

Pour les tests de conformité, le paramètre testé est noté θ et la norme qui sert de référence est notée θ_0 .

Pour les tests paramétriques de comparaison, les valeurs du paramètre testé sont notées θ_A et θ_B .

Une hypothèse simple s'exprime sous la forme d'une égalité, soit:

- test de conformité: $\theta = \theta_0$
- test de comparaison: $\theta_A = \theta_B$

Une hypothèse composite se traduit par une ou plusieurs inégalités:

- test de conformité: $\theta > \theta_0$ ou $\theta < \theta_0$ ou $\theta \neq \theta_0$
- test de comparaison: $\theta_A \neq \theta_B$

I. Le principe d'un test statistique (d'hypothèse)

1.2- Hypothèses simples et composites

L'hypothèse nulle d'un test statistique paramétrique peut toujours être ramenée à une hypothèse simple $H_0: \theta = \theta_0$ (ou bien $H_0: \theta_A = \theta_B$).

L'hypothèse alternative d'un test peut être simple ou prendre les trois formes composites ci-dessus. Il y a donc:

- quatre manières de formuler un test de conformité:

$$1. \begin{cases} H_0 & \theta = \theta_0 \\ H_1 & \theta = \theta_1 \end{cases} \quad \text{ou} \quad 2. \begin{cases} H_0 & \theta = \theta_0 \\ H_1 & \theta > \theta_0 \end{cases}, \text{ ou } 3. \begin{cases} H_0 & \theta = \theta_0 \\ H_1 & \theta < \theta_0 \end{cases}, \quad \text{ou} \quad 4. \begin{cases} H_0 & \theta = \theta_0 \\ H_1 & \theta \neq \theta_0 \end{cases}$$

- trois manières de formuler un test de comparaison (le dernier est bilatéral).

$$1. \begin{cases} H_0 & \theta_A = \theta_B \\ H_1 & \theta_A > \theta_B \end{cases}, \quad \text{ou} \quad 2. \begin{cases} H_0 & \theta_A = \theta_B \\ H_1 & \theta_A < \theta_B \end{cases}, \quad \text{ou} \quad 3. \begin{cases} H_0 & \theta_A = \theta_B \\ H_1 & \theta_A \neq \theta_B \end{cases}$$

La difficulté principale d'un test réside dans le choix de la formulation des hypothèses.

I. Le principe d'un test statistique (d'hypothèse)

1.2- Hypothèses simples et composites

Tests d'indépendance du khi-deux

Dans ces tests d'indépendance, les expressions « hypothèse simple » ou « hypothèse composite » ne sont plus utilisées puisque la formulation du test est toujours la même:

$$\begin{cases} H_0 : X \text{ et } Y \text{ sont indépendantes} \\ H_1 : X \text{ et } Y \text{ ne sont pas indépendantes} \end{cases}$$

Tests d'ajustement du khi-deux

Pour ces tests, une hypothèse est simple lorsqu'elle spécifie complètement la loi de probabilité, elle est composite dans le cas contraire.

I. Le principe d'un test statistique (d'hypothèse)

1.3- Etapes d'un test d'hypothèse (voir page x)

Définition

1. La variable de décision est la statistique d'échantillon T_n utilisée pour trancher entre les deux hypothèses d'un test.
2. La région critique C_r d'un test est l'ensemble des réalisations t_n de la variable de décision qui ont une probabilité inférieure à ou égale au seuil α d'être compatibles avec l'hypothèse nulle H_0 .
3. La règle de décision d'un test consiste à décider systématiquement que si T_n prend une réalisation t_n (notée également t_{obs}) appartenant à la région critique, alors l'hypothèse nulle est rejetée; dans le cas contraire l'hypothèse nulle est conservée.

II. Tests statistiques sur les moyennes

2.1- Test de conformité d'une moyenne à une norme

La connaissance de la loi de probabilité de la variable de décision est indispensable pour mener un test à son terme. De ce fait, les test de conformité sur une moyenne imposent de distinguer les cas suivants:

Échantillon gaussien de taille quelconque,

Échantillon non gaussien de grande taille

Pour la même raison, deux sous-situations doivent être prises en compte:

Variance connue,

Variance inconnue.

Exemple: tension de rupture moyenne avec variance inconnue

Un fabricant de cordes prétend que la tension de rupture de sa corde haut de gamme est de 2800 kg. Un institut spécialisé achète 41 corde pour vérifier les spécifications du produit.

Les tensions de rupture des 41 cordes sont consignées dans le tableau suivant:

II. Tests statistiques sur les moyennes

2.1- Test de conformité d'une moyenne à une norme

2793	2802	2796	2799	2806	2801	2800	2793	2800	2795
2795	2796	2801	2799	2797	2800	2800	2800	2796	2802
2800	2799	2804	2804	2800	2802	2800	2798	2797	2802
2805	2802	2802	2800	2802	2804	2801	2801	2802	2796
2802									

Il s'agit de tester au seuil $\alpha = 10\%$ l'affirmation du fournisseur de cordes sachant qu'il est avéré que la tension de rupture suit une loi de Gauss.

Modélisation

1. Population mère

P est la population constituée de toutes les cordes produites par le fabricant sa taille est de plusieurs milliers.

II. Tests statistiques sur les moyennes

2.1- Test de conformité d'une moyenne à une norme

Il s'agit de tester au seuil $\alpha = 10\%$ l'affirmation du fournisseur de cordes sachant qu'il est avéré que la tension de rupture suit une loi de Gauss.

Modélisation

1. Population mère

P est la population constituée de toutes les cordes produites par le fabricant sa taille est de plusieurs milliers.

2. Variable statistique parente

La variable statistique parente X_s associe à chaque corde de P sa tension de rupture. La tension moyenne m est le paramètre à tester. L'écart type e de la tension est inconnu.

3. Variable aléatoire parente

ε est l'expérience aléatoire qui consiste à choisir au hasard une corde P (corde achetées qui se présentent au hasard). La variable aléatoire parente X associe à la corde choisie sa tension de rupture.

II. Tests statistiques sur les moyennes

2.1- Test de conformité d'une moyenne à une norme

L'espérance de X notée μ ($\mu = m$) est l'écart type σ ($\sigma = e$) de X est inconnu. D'après l'énoncé, $X \rightarrow N(\mu; \sigma)$.

4. Échantillon aléatoire simple

L'expérience ε est répétée 41 fois.

X_i (i varie de 1 à 41) est la variable aléatoire qui associe à la i^{e} corde choisie sa tension de rupture.

- Par construction, les 41 X_i suivent la même loi gaussienne que X .
- L'expérience est répétée sans remise, mais le taux de sondage $1/\text{plusieurs milliers} \ll$ à 10%. Les variables aléatoires qui constitue l'échantillon sont ainsi considérées comme indépendantes. D'après ces deux points, le vecteur aléatoire $(X_1, X_2, \dots, X_n)$ est un 41 – EAS gaussien.

II. Tests statistiques sur les moyennes

2.1- Test de conformité d'une moyenne à une norme

5. Du problème concret au modèle-énoncé

Pour des raisons de sécurité envers les utilisateurs, il est important de vérifier que la tension de rupture n'est pas inférieure à 2800 kg.

L'hypothèse de recherche H_1 doit donc être $\mu < 2800$. Le test à résoudre s'écrit:

$$\begin{cases} H_0 : \mu = 2800 \\ H_1 : \mu < 2800 \end{cases}$$

Le risque de 1^{re} espèce α est fixé à une valeur relativement élevée (10%), car il est primordial ici de diminuer le risque β de ne pas rejeter l'hypothèse nulle alors qu'en réalité la tension de rupture est inférieure à 2800 kg.

II. Tests statistiques sur les moyennes

2.1- Test de conformité d'une moyenne à une norme

Simulation

1. Variable de décision et sa loi de probabilité

Le test porte sur l'espérance de la variable aléatoire parente, la moyenne empirique $\bar{X}_n$ servira donc pour décider entre les deux hypothèses. La loi de probabilité de $\bar{X}_n$ dépend de l'écart type σ de X ; comme cet écart type est inconnu, la variable de décision adaptée est:

$$T_n = \frac{\bar{X}_n - 2800}{S_{C_n} / \sqrt{n}}, \text{ en effet, l'échantillon étant gaussien, il a été démontré au chapitre précédent}$$

que T_n suit une loi de Student à $(n - 1)$ degrés de liberté.

Variable de décision et sa loi de probabilité

L'idée est de rejeter l'hypothèse nulle $\mu = 2800$ si la moyenne empirique prend une valeur qui s'éloigne « trop », par valeur inférieure, de 2800 kg. Autrement dit, le rejet de H_0 intervient si la différence $\bar{X}_n - 2800$ devient « trop » négative. Au seuil de 10%, le rejet de H_0 a donc lieu si

II. Tests statistiques sur les moyennes

2.1- Test de conformité d'une moyenne à une norme

$$T_{41} = \frac{\bar{X}_{41} - 2800}{S_{C_{41}} / \sqrt{41}} \leq t_{0,10} \quad \text{où } t_{0,10} \text{ est le quantile d'ordre 10\% de la loi de Student à 40 ddl.}$$

La région critique est ainsi de la forme: $C_r =]-\infty; t_{0,10}]$

D'après Excel, la valeur critique $t_{0,10} = LOI.STUDENT.INVERSE.N(0,1;40)$ soit $-1,303$.

La région critique est donc $C_r =]-\infty; -1,303]$

3. Calcul de la réalisation de la variable de décision

D'après les données du tableau ci-dessus, $\bar{X}_{41} = 2799,85$ et $S_{C_{41}} = 3,10$ d'où,

$$t_{obs} = \frac{2799,85 - 2800}{\frac{3,10}{\sqrt{41}}} = -0,310$$

II. Tests statistiques sur les moyennes

2.1- Test de conformité d'une moyenne à une norme

La réalisation de la variable de décision n'appartient pas à la zone de rejet de l'hypothèse nulle, cette hypothèse ne peut donc pas être rejetée.

Traduction

L'affirmation du fabricant selon laquelle la tension moyenne de résistance des cordes est de 2800 kg ne peut pas être contestée au seuil de 10%, le problème est qu'il n'est pas possible de déterminer la probabilité que cette décision soit mauvaise. En effet le risque encouru n'est pas le risque de 1^{re} espèce de 10% mais le risque de 2^e espèce β .

Le calcul de la probabilité critique $p_c = p[T_{41} \leq t_{obs} / H_0]$ est éloquent. $p_c = p[T_{41} \leq t_{obs} / H_0]$ avec $T_{41} \rightarrow St_{41}$, soit $p_c = \text{LOI.STUDENT.N}(-0,31;40;\text{VRAI}) = 0,379$. autrement dit, pour pouvoir rejeter H_0 il faudrait choisir un seuil du test de presque 40%.

II. Tests statistiques sur les moyennes

2.2- Test de comparaison de deux moyennes sur échantillons indépendants

Un test de comparaison de deux moyennes consiste à déterminer si une moyenne dans une première population, notée μ_1 , est égale, supérieure ou inférieure à une moyenne dans une autre population μ_2 .

Mise en œuvre du test:

1. Test de comparaison de deux moyennes – échantillon indépendants, ($n_1 > 30$ et $n_2 > 30$)

2. Formulation des hypothèses sur la population

Test unilatéral à gauche

$$1. \begin{cases} H_0 & \mu_1 = \mu_2 \\ H_1 & \mu_1 < \mu_2 \end{cases}$$

Test unilatéral à droite

$$2. \begin{cases} H_0 & \mu_1 = \mu_2 \\ H_1 & \mu_1 > \mu_2 \end{cases}$$

Test bilatéral

$$3. \begin{cases} H_0 & \mu_1 = \mu_2 \\ H_1 & \mu_1 \neq \mu_2 \end{cases}$$

3. Choix du risque de 1^{re} espèce α

II. Tests statistiques sur les moyennes

2.2- Test de comparaison de deux moyennes sur échantillons indépendants

4. Spécification de la statistique du test sous H_0

Sous H_0 , $Z = \frac{\bar{X}_{n_1} - \bar{X}_{n_2}}{\sqrt{\frac{S_{C_{n_1}}^2}{n_1} + \frac{S_{C_{n_2}}^2}{n_2}}}$ suit approximativement une loi normal centrée réduite

5. Décision

5-1. Méthode de la valeur critique

Rejeter H_0 au risque de la 1^{re} espèce α si

$$(1) \quad Z < -z_{\alpha} \quad (2) \quad Z > z_{\alpha} \quad (3) \quad |Z| > z_{\alpha/2}$$

5-2. Méthode de la probabilité critique

Rejeter H_0 au risque de 1^{re} espèce α si P-valeur $< \alpha$

6. Présentation des résultats et implications managériales

II. Tests statistiques sur les moyennes

2.3- Test de comparaison de deux moyennes sur échantillons appariés

Le test de comparaison de moyennes sur échantillons appariés consiste à comparer, sur la population, les moyennes des variables X_1 et X_2 et vérifier si la différence, notée μ_D , est nulle ou pas sur la population.

Mise en œuvre du test:

1. Test de comparaison de moyennes sur échantillons appariés, ($n > 30$)
2. Formulation des hypothèses sur la population

Test unilatéral à gauche

$$1. \begin{cases} H_0 & \mu_D = 0 \\ H_1 & \mu_D < 0 \end{cases}$$

Test unilatéral à droite

$$2. \begin{cases} H_0 & \mu_D = 0 \\ H_1 & \mu_D > 0 \end{cases}$$

Test bilatéral

$$3. \begin{cases} H_0 & \mu_D = 0 \\ H_1 & \mu_D \neq 0 \end{cases}$$

3. Choix du risque de 1^{re} espèce α

II. Tests statistiques sur les moyennes

2.3- Test de comparaison de deux moyennes sur échantillons appariés

4. Spécification de la statistique du test sous H_0

Sous H_0 , $Z = \frac{D_{n_D}}{S_{C_n}/\sqrt{n}}$ suit approximativement une loi normal centrée réduite

5. Décision

5-1. Méthode de la valeur critique

Rejeter H_0 au risque de la 1^{re} espèce α si

$$(1) \quad Z < -z_\alpha \quad (2) \quad Z > z_\alpha \quad (3) \quad |Z| > z_{\alpha/2}$$

5-2. Méthode de la probabilité critique

Rejeter H_0 au risque de 1^{re} espèce α si P-valeur $< \alpha$

6. Présentation des résultats et implications managériales

III. Tests statistiques sur les proportions

3.1- Test de comparaison d'une proportion à une norme

Dans le test de comparaison d'une proportion à une norme, la question est de déterminer si une proportion dans une population, notée π_x , est égale, supérieure ou inférieure à une norme, notée π_0 .

Mise en œuvre du test:

1. Test de comparaison d'une proportion à une norme (échantillon de grande taille, $n > 30$ et $n \cdot \pi_0(1 - \pi_0) > 5$)

2. Formulation des hypothèses sur la population

Test unilatéral à gauche

$$1. \begin{cases} H_0 & \pi_x = \pi_0 \\ H_1 & \pi_x < \pi_0 \end{cases}$$

Test unilatéral à droite

$$2. \begin{cases} H_0 & \pi_x = \pi_0 \\ H_1 & \pi_x > \pi_0 \end{cases}$$

Test bilatéral

$$3. \begin{cases} H_0 & \pi_x = \pi_0 \\ H_1 & \pi_x \neq \pi_0 \end{cases}$$

3. Choix du risque de 1^{re} espèce α

III. Tests statistiques sur les proportions

3.1- Test de comparaison d'une proportion à une norme

4. Spécification de la statistique du test sous H_0

Sous H_0 , $Z = \frac{p_X - \pi_0}{\sqrt{\frac{\pi_0(1-\pi_0)}{n}}}$ suit approximativement une loi normal centrée réduite

5. Décision

5-1. Méthode de la valeur critique

Rejeter H_0 au risque de la 1^{re} espèce α si

$$(1) \quad Z < -z_{\alpha} \quad (2) \quad Z > z_{\alpha} \quad (3) \quad |Z| > z_{\alpha/2}$$

5-2. Méthode de la probabilité critique

Rejeter H_0 au risque de 1^{re} espèce α si P-valeur $< \alpha$

6. Présentation des résultats et implications managériales

III. Tests statistiques sur les proportions

3.2- Test de comparaison de deux proportions sur échantillons indépendants

Dans le test de comparaison de proportions dans deux échantillons indépendants vise à comparer une proportion dans une population, notée π_1 , à une proportion dans une autre population, notée π_2 .

Mise en œuvre du test:

1. Test de comparaison de deux proportions sur échantillons indépendants ($n_1 > 30$, $n_2 > 30$, $n_1 \cdot p_1(1 - p_1) > 5$ et $n_2 \cdot p_2(1 - p_2) > 5$)
2. Formulation des hypothèses sur la population

Test unilatéral à gauche

$$1. \begin{cases} H_0 & \pi_1 = \pi_2 \\ H_1 & \pi_1 < \pi_2 \end{cases}$$

Test unilatéral à droite

$$2. \begin{cases} H_0 & \pi_1 = \pi_2 \\ H_1 & \pi_1 > \pi_2 \end{cases}$$

Test bilatéral

$$3. \begin{cases} H_0 & \pi_1 = \pi_2 \\ H_1 & \pi_1 \neq \pi_2 \end{cases}$$

3. Choix du risque de 1^{re} espèce α

III. Tests statistiques sur les proportions

3.2- Test de comparaison de deux proportions sur échantillons indépendants

4. Spécification de la statistique du test sous H_0

Sous H_0 , $Z = \frac{p_1 - p_2}{\sqrt{p(1-p)\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}}$ suit approximativement une loi normale centrée réduite, où :

$$p = \frac{n_1 p_1 + n_2 p_2}{n_1 + n_2}$$

5. Décision

5-1. Méthode de la valeur critique

Rejeter H_0 au risque de la 1^{re} espèce α si

$$(1) \quad Z < -z_{\alpha} \quad (2) \quad Z > z_{\alpha} \quad (3) \quad |Z| > z_{\alpha/2}$$

5-2. Méthode de la probabilité critique

Rejeter H_0 au risque de 1^{re} espèce α si P-valeur $< \alpha$

6. Présentation des résultats et implications managériales

IV. Test du khi-deux d'indépendance

4.1- Test de comparaison de deux proportions sur échantillons indépendants

Dans le test khi-deux échantillons indépendants permet de décider si deux variables qualitatives sont indépendantes sur la population ou, au contraire, liées.

Mise en œuvre du test:

1. Test du khi-deux d'indépendance (moins de 20% des effectifs théoriques inférieurs à 5)
2. Formulation des hypothèses sur la population
$$\begin{cases} H_0 & : \text{ X et Y sont indépendantes sur la population} \\ H_1 & : \text{ X et Y sont liées sur la population} \end{cases}$$
3. Choix du risque de 1^{re} espèce α

IV. Test du khi-deux d'indépendance

3.2- Test de comparaison de deux proportions sur échantillons indépendants

4. Spécification de la statistique du test sous H_0

Sous H_0 , $D = \sum \frac{(n_{ij} - t_{ij})^2}{t_{ij}}$ suit une loi du khi-deux à $(i - 1) \cdot (j - 1)$ degrés de libertés, avec

$$D \rightarrow \chi^2_{(i-1)(j-1)}$$

5. Décision

5-1. Méthode de la valeur critique

Rejeter H_0 au risque de la 1^{re} espèce α si $\chi^2_{x,y}$ est supérieur à la valeur critique.

5-2. Méthode de la probabilité critique

Rejeter H_0 au risque de 1^{re} espèce α si P-valeur $< \alpha$

6. Présentation des résultats et implications managériales