

Département de Physique

Filière SMPC : Semestre 2



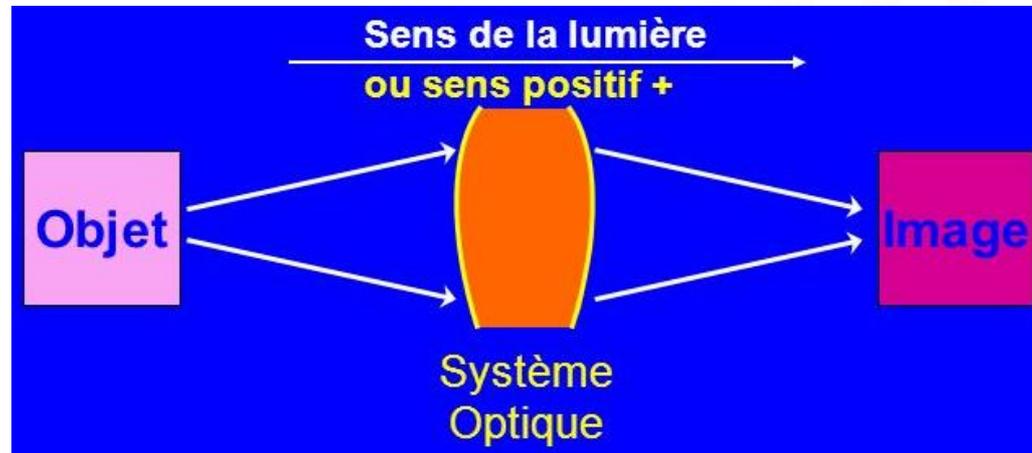
Systemes optiques

Abdelhai Rahmani

Année universitaire 2019-2020

- **Généralités sur les systèmes optiques.**
- **Notions d'image et d'objet.**
- **Stigmatisme et aplanétisme.**
- **Éléments cardinaux : Plans principaux, plans focaux et Foyers, et points nodaux.**
- **Constructions géométriques.**
- **Relations de conjugaison.**

On appelle système optique tout élément capable de modifier la propagation des rayons issus d'un objet. Les systèmes optiques sont des successions de milieux transparents séparés par des dioptries ou par des surfaces réfléchissantes.



Systemes optiques

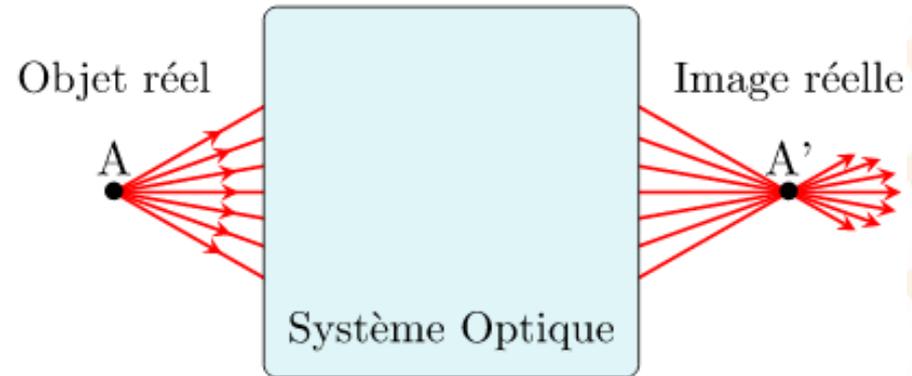
Système dioptrique :
système ne comportant que des dioptries.

Système catadioptrique :
système comportant au moins un miroir.

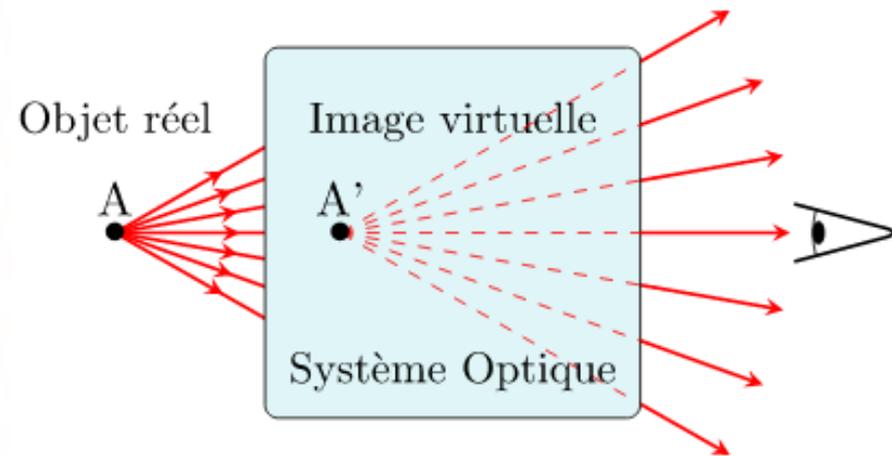
Système optique centré :
système présentant un axe de révolution appelé axe optique du système.

Soit un point objet A émettant des rayons lumineux vers le système optique. Deux cas se présentent :

Les rayons émergent du système optique en convergeant vers un point A' : ce point est point image réel, on peut le recueillir sur un écran.

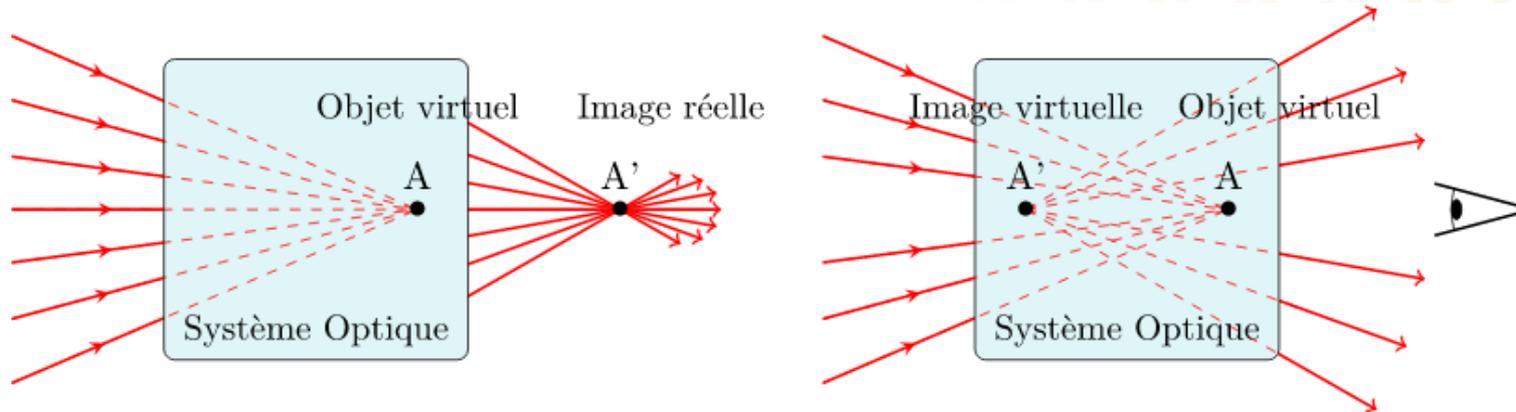


Les rayons émergent du système optique en divergeant mais leurs prolongements se coupent en un point A' : ce point est un point image virtuel, on ne peut pas le recueillir sur un écran, mais il peut être vu à l'œil nu à travers le système.

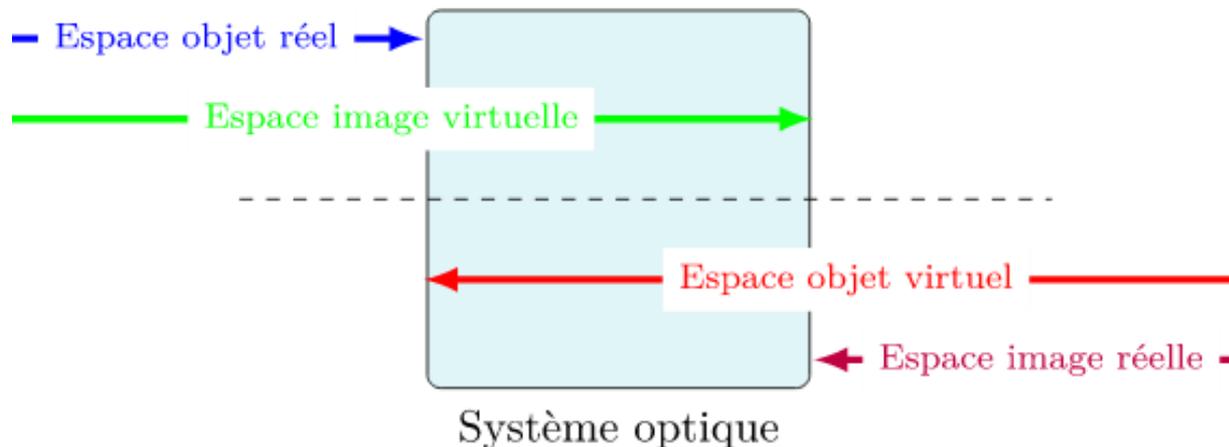


NOTIONS D'IMAGE ET D'OBJET

- ❖ Il est également possible de créer un point objet virtuel en faisant converger les prolongements de rayons incidents au système optique.
- ❖ L'image de ce point objet virtuel pourra être un point image réel ou un point image virtuel selon les mêmes principes énoncés précédemment.

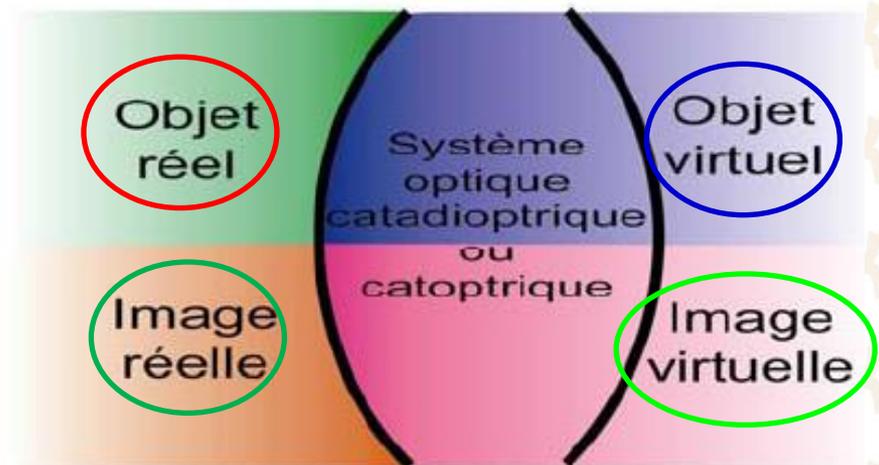
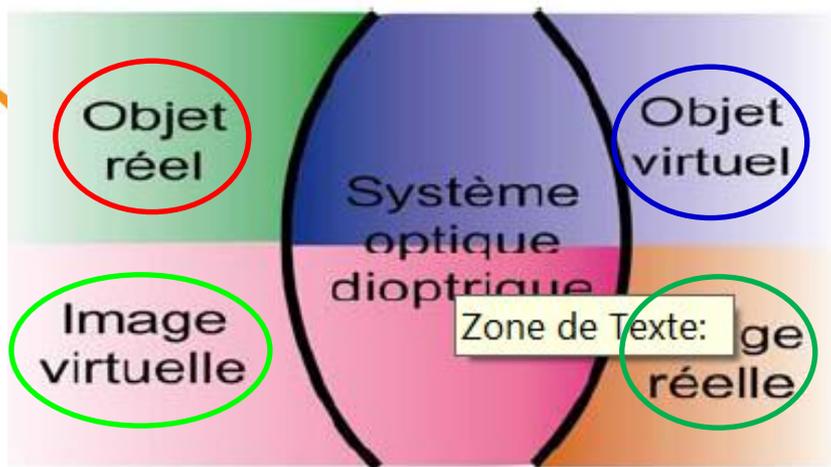


Que le système optique soit dioptrique ou catadioptrique, on peut définir quatre espaces :



NOTIONS D'IMAGE ET D'OBJET

- ❖ **Un objet est réel** s'il existe physiquement. Pour qu'un système optique puisse en donner une image il doit se trouver dans l'espace objet.
- ❖ **Un objet est virtuel** s'il se trouve au-delà du dioptré d'entrée du système. Un tel objet peut-être obtenu lorsque cet objet est une image produite par un autre système optique.
- ❖ **Une image est réelle** s'elle peut-être observée sur un support physique (écran, pellicule, rétine,...) dans l'espace image du système.
- ❖ **Une image est virtuelle** lorsqu'elle se forme avant le dioptré de sortie du système (loupe, lame à faces parallèles).



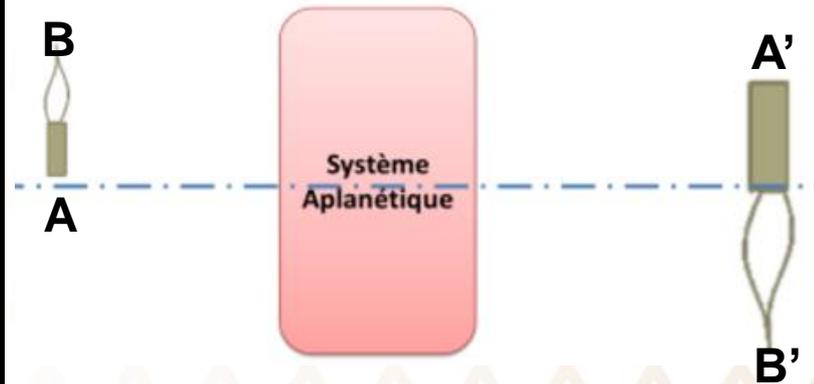
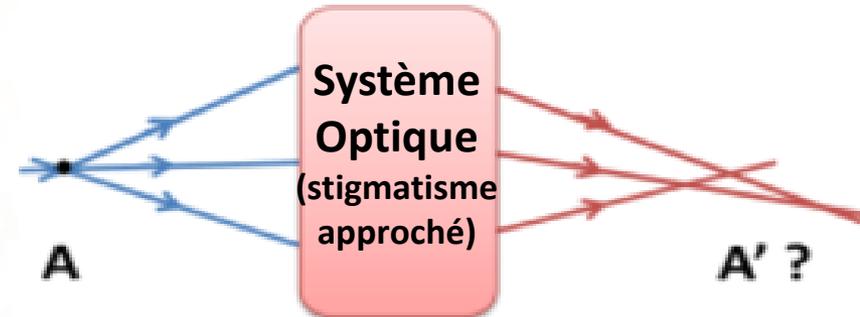
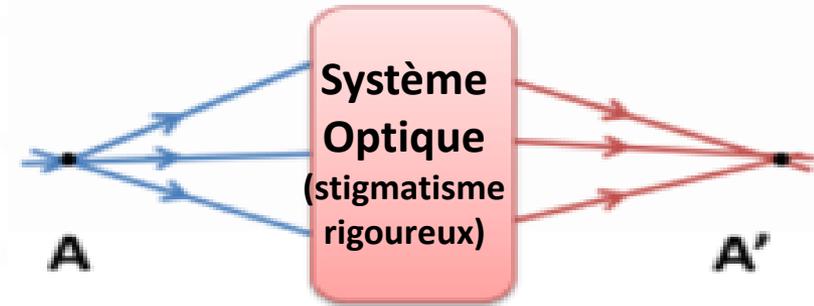
STIGMATISME ET APLANÉTISME

Un système optique est **rigoureusement stigmatique** si tous les rayons émis par (point objet) A convergent en un seul point A' (point image nette), après avoir traversés le système optique. On dit que A et A' sont **conjugés** par le système optique.

Le système S présente un **stigmatisme approché** pour un couple de points A et A' si tous les rayons issus de A passent au voisinage de A' après avoir traversé S (l'image est floue, c'est une "tâche").

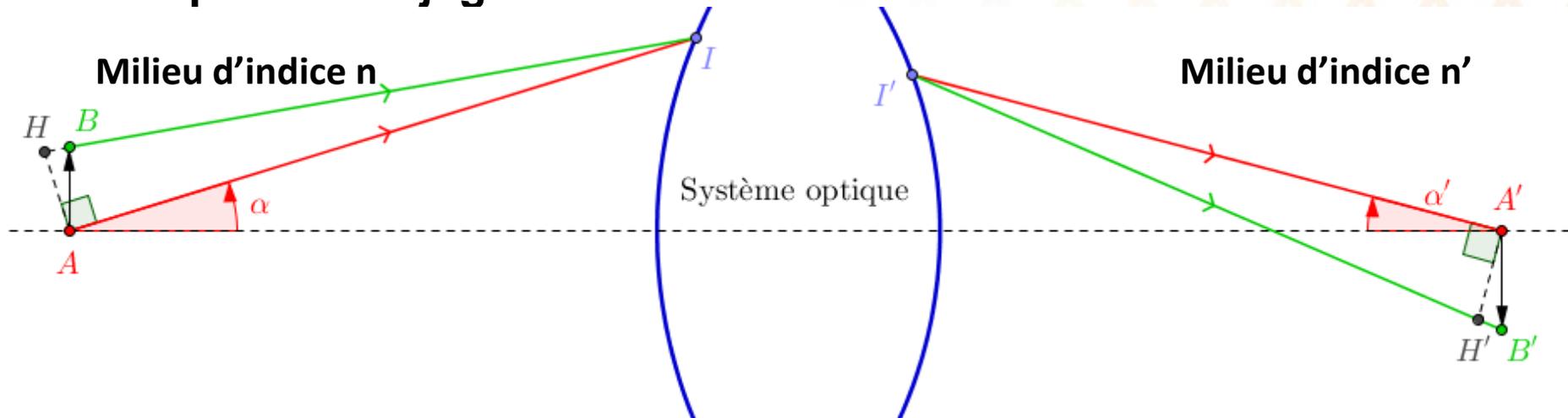
Soient (A;A') et (B;B') deux couples de points conjugués par le système optique. B est situé dans le plan perpendiculaire à l'axe optique en A. Si B' est situé dans le plan perpendiculaire en A', alors le système est **rigoureusement aplanétique**.

Dans un système aplanétique, si l'objet est perpendiculaire à l'axe optique, alors l'image sera aussi perpendiculaire à l'axe optique



APPROXIMATION DE GAUSS

L'approximation de GAUSS consiste à se limiter à des rayons incidents peu inclinés sur l'axe optique et à des objets de petites dimensions, nous admettrons que le stigmatisme est réalisé (au premier ordre) pour tous les points conjugués.



Pour α petit : $n \overline{AB} \sin \alpha = n' \overline{A'B'} \sin \alpha'$ " relation d'Abbe "

Pour des rayons para axiaux, les angles α et α' sont faibles et on peut écrire :

$$n \overline{AB} \alpha = n' \overline{A'B'} \alpha' \quad \text{Relation de Lagrange-Helmholtz}$$

On définit le grandissement transversal par : $\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$

Si $\gamma > 1$, l'image est droite et agrandie, si $0 < \gamma < 1$, l'image est droite et rétrécie, si $-1 < \gamma < 0$, l'image est renversée et rétrécie, si $\gamma < -1$, l'image est renversée et agrandie.

On appelle grandissement angulaire G le rapport algébrique des angles

d'émergence α' et d'incidence α : $G = \frac{\alpha'}{\alpha}$

Relation entre γ et G :

Un système centré aplanétique et utilisé dans les conditions de stigmatisme approché de Gauss, vérifie la relation de Lagrange-Helmholtz $n \overline{AB} \alpha = n' \overline{A'B'} \alpha'$, qui peut encore s'écrire :

$$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{n \alpha}{n' \alpha'} = \frac{n}{n'} \frac{1}{G} = \gamma$$

soit :

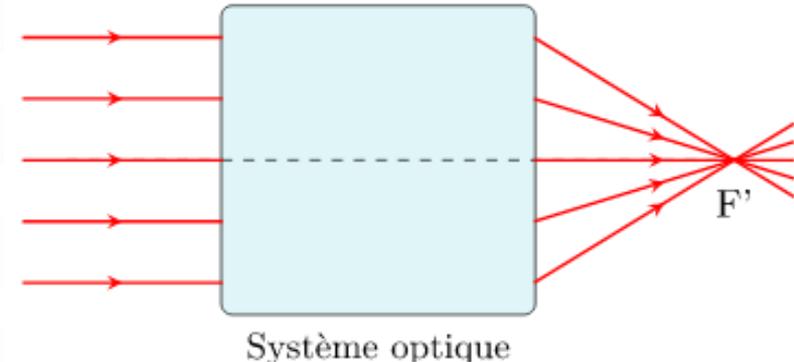
$$\gamma G = \frac{n}{n'}$$

- 1. Linéarisation des relations de Snell:**
 $n_1 i_1 = n_2 i_2$ i en radian loi de Kepler .
- 2. L'image d'un point A est un point A':**
Deux rayons suffisent pour déterminer l'image d'un point.
- 3. Le système est aplanétique:**
L'image d'un objet plan perpendiculaire à l'axe optique donne une image plane perpendiculaire à l'axe optique.
- 4. Existence d'une relation de conjugaison.**
Relation qui lie la position de l'image à la position de l'objet.

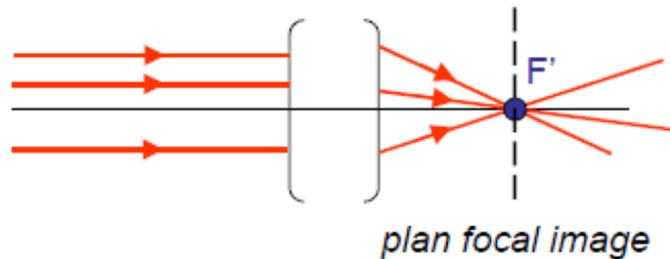
Ces conséquences nous donnent les informations nécessaires pour déterminer l'image A'B' d'un objet AB à travers un système optique centré.

Les foyers d'un système optique sont des points particuliers définis comme suit :

Le **foyer principal image** F' est le point image d'un objet situé à l'infini, dont les rayons arrivent parallèles sur le système optique et parallèlement à son axe optique. Le plan passant par F' et perpendiculaire à l'axe optique du système est appelé **plan focal image (PFI)**.



Tout rayon incident parallèle à l'axe optique émerge du système en passant par le foyer principal image

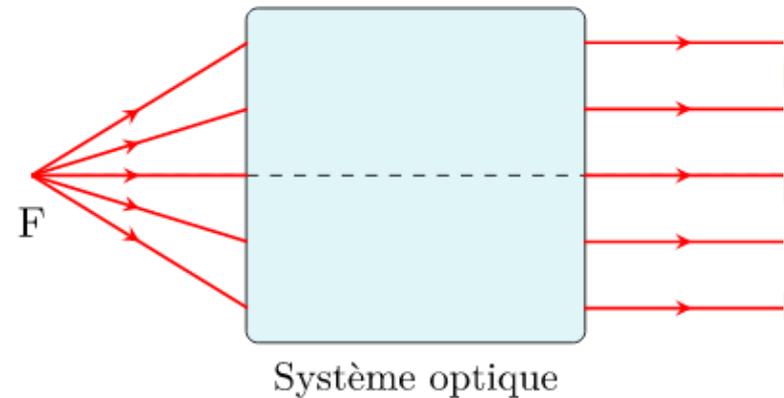


Le plan perpendiculaire à l'axe optique et passant par F' est le plan focal image. Les points de ce plan autres que F' sont les foyers secondaires image

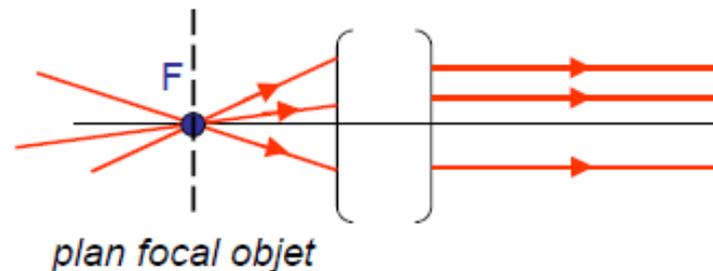
Les foyers images sont réels s'ils se situent après la face de sortie du système sinon ils sont virtuels

ELÉMENTS CARDINAUX : PLANS FOCaux ET FOYERS

Le **foyer principal objet F** est le point objet d'une image située à l'infini, les rayons émergent du système optique parallèles entre eux et parallèles à l'axe optique. Le plan passant par F et perpendiculaire à l'axe optique du système est appelé **plan focal objet (PFO)**.



Tout rayon incident passant par le foyer principal objet ressort du système parallèlement à l'axe optique

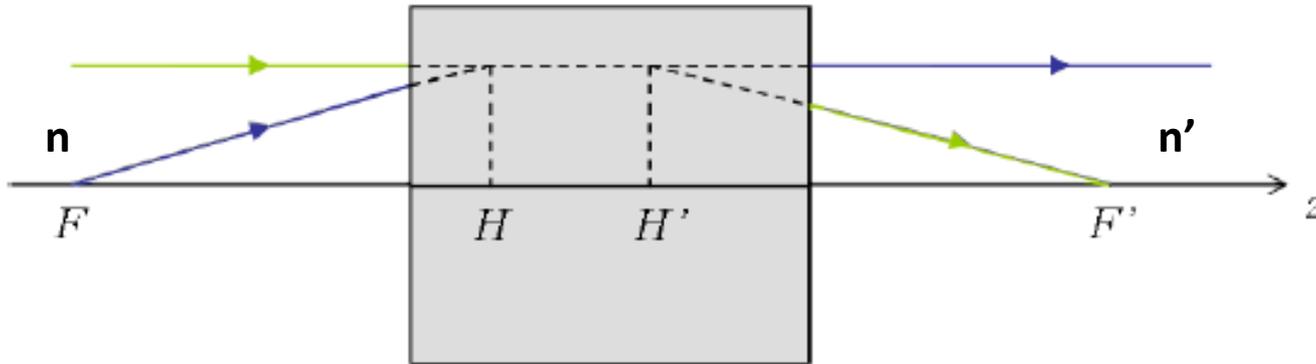


Le plan perpendiculaire à l'axe optique et passant par F est le **plan focal objet**. Les points de ce plan autres que F sont les **foyers secondaires objet**

Les foyers objet sont réels s'ils se situent avant la face d'entrée du système sinon ils sont virtuels

ÉLÉMENTS CARDINAUX : PLANS FOCaux ET FOYERS

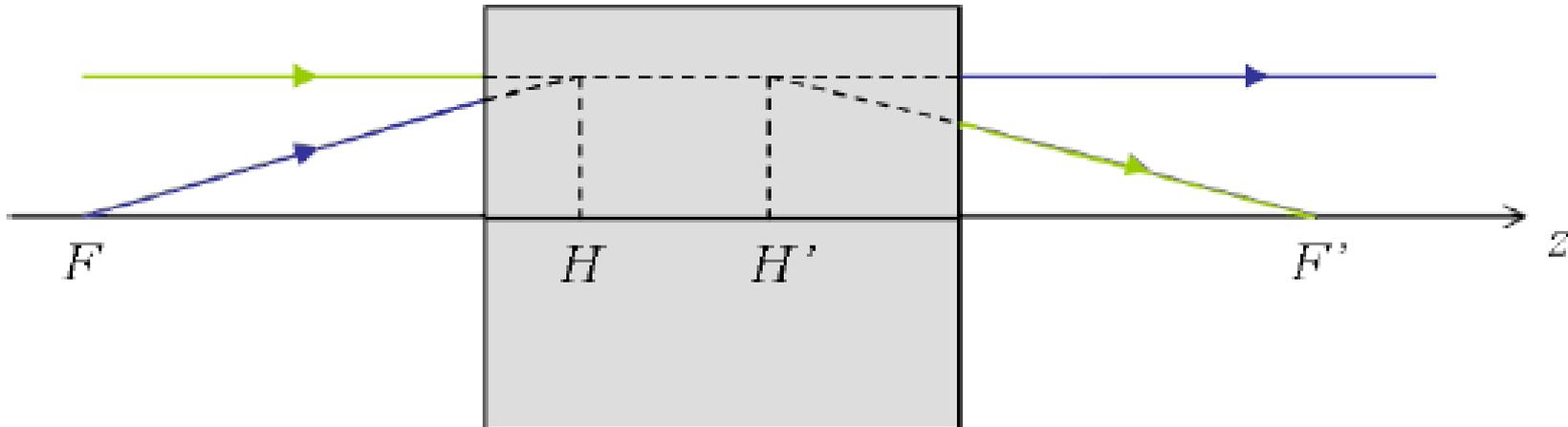
On définit les distances focales image f' et objet f comme étant les quantités algébriques suivantes :



$$f = -\frac{n}{V}$$
$$f' = \frac{n'}{V}$$

où n et n' sont les indices des milieux situés avant et après le système et V est la vergence du système centrée, elle caractérise les propriétés de focalisation du système et elle s'exprime en dioptries (δ).

- Si les deux milieux sont identiques, les distances focales sont opposées. $f' = -f$
- Si $V > 0$, on a $f' > 0$ et $f < 0$, le système est convergent. Un rayon arrivant parallèlement à l'axe optique émerge en se rapprochant de l'axe, pourvu qu'il émerge du même côté de l'axe optique que le rayon incident.
- Si $V < 0$, on a $f' < 0$ et $f > 0$. le système est divergent. Un rayon arrivant parallèlement à l'axe optique émerge en s'éloignant de l'axe, pourvu qu'il émerge du même côté de l'axe optique que le rayon incident.
- Si $V = 0$, le système est afocal. Un rayon arrivant parallèlement à l'axe optique émerge toujours parallèle à l'axe.

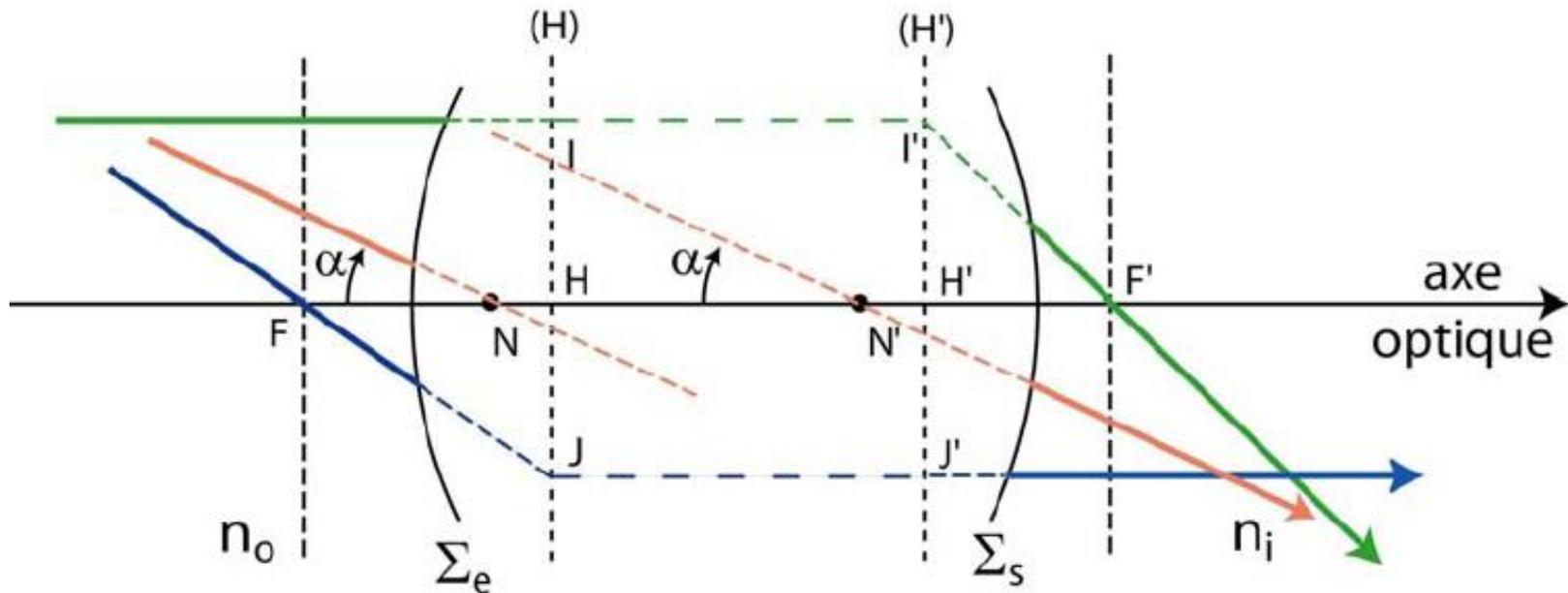


- ❖ **Les plans principaux ou unitaires** sont des plans conjugués tels que le grandissement transversal est égal à l'unité.
- ❖ **Le plan principal image (PPI)** est défini comme l'ensemble des points où se croisent les rayons incidents parallèles à l'axe avec les rayons émergents correspondants..
- ❖ **Le plan principal objet (PPO)** est défini comme l'ensemble des points où se croisent les rayons émergents parallèles à l'axe avec les rayons incidents correspondants.

Les intersections de ces plans avec l'axe optique sont notées H et H' et obéissent aux relations suivantes : $f' = \overline{H'F'}$ et $f = \overline{HF}$

ELÉMENTS CARDINAUX : POINTS NODAUX

Il s'agit de deux points conjugués sur l'axe optique, N et N', tel qu'un rayon incident passant par N émerge de N' parallèlement à sa direction initiale.



- La position de ces points nodaux est donnée par rapport au points principaux par les relations suivantes : $\overline{HN} = \overline{H'N'} = f + f'$
- Si les espaces objet et image sont de même indice alors $\overline{HN} = \overline{H'N'} = 0$.
- En conséquence N est confondu avec H et N' est confondu avec H'. Ce qui est le cas pour la plupart des systèmes optiques centrés usuels.

Tout rayon incident parallèle à l'axe optique émerge du système en passant par le foyer principal image

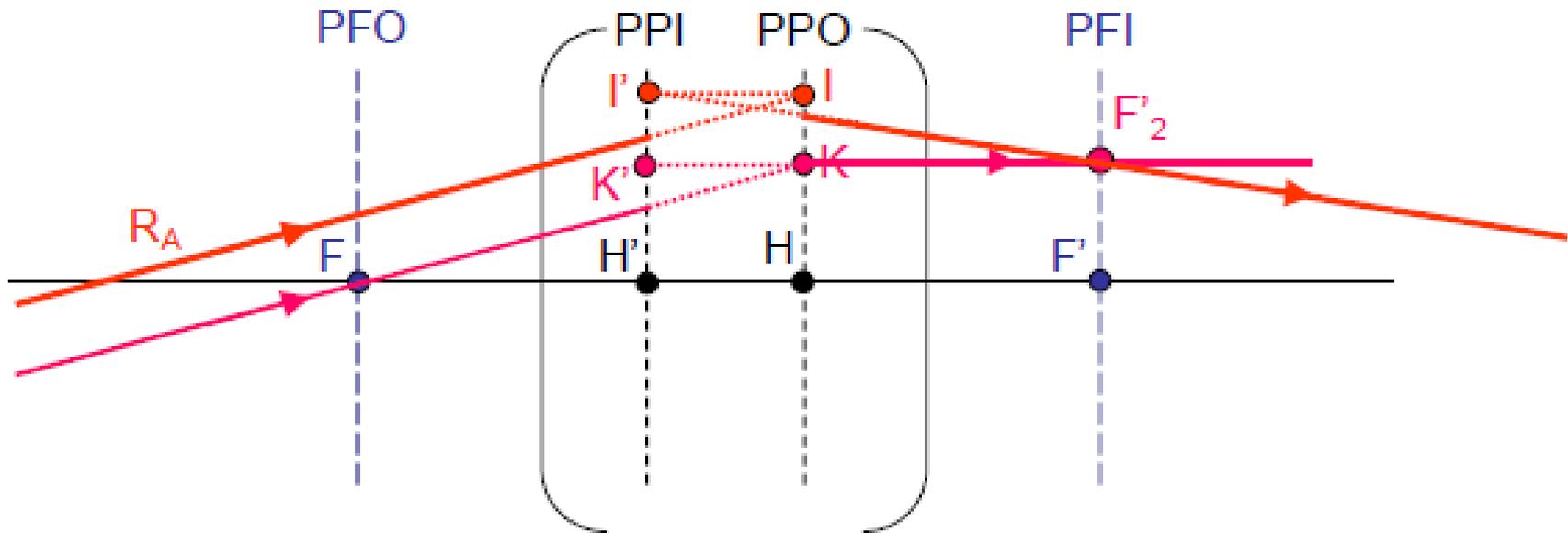
Tout rayon incident passant par le foyer principal objet ressort du système parallèlement à l'axe optique

Tout rayon passant par un point I du PPO ressort en un point I' du PPI tel que $\overline{HI} = \overline{H'I'}$

Tout faisceau parallèle entrant dans le système converge vers un foyer image secondaire unique.

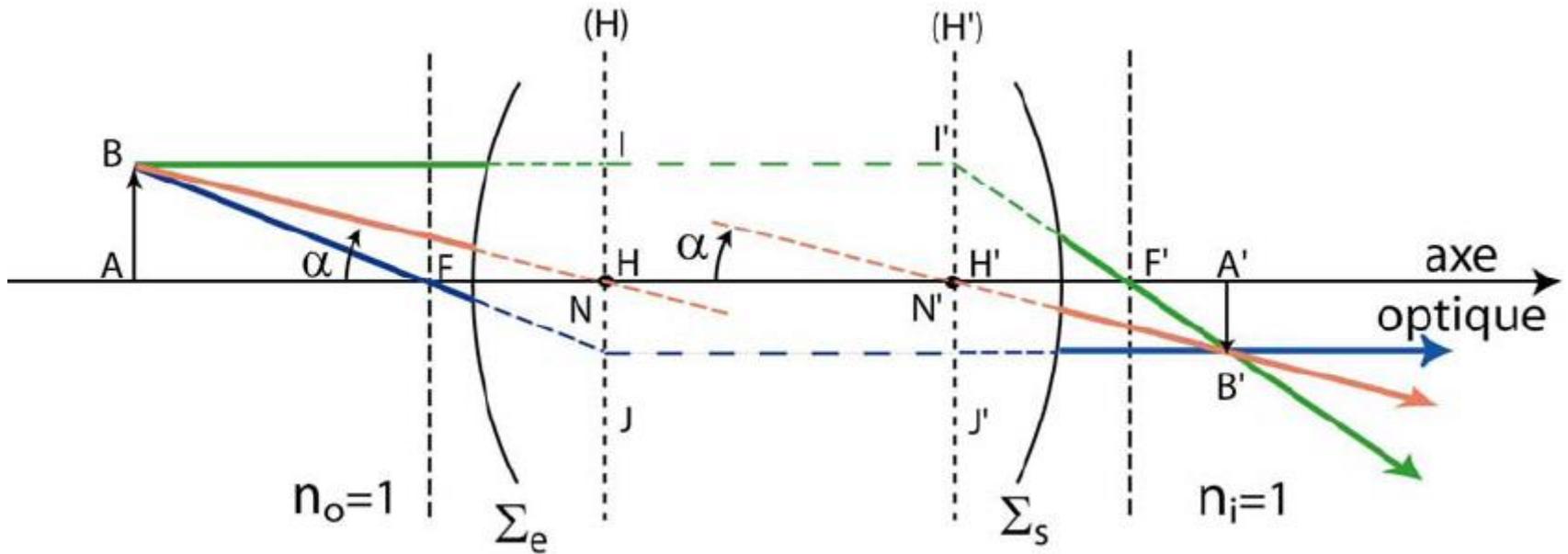
Tout faisceau parallèle sortant du système provient de rayons passant tous par un foyer objet secondaire unique.

Trajet d'un rayon lumineux quelconque



- ❖ On trace un rayon parallèle à R_A et passant par F .
- ❖ Ce rayon coupe le PPO en K .
- ❖ Le rayon émergent est parallèle à l'axe optique et coupe le PFI en F'_2 .
- ❖ le rayon émergent de R_A passera par I' et F'_2 .

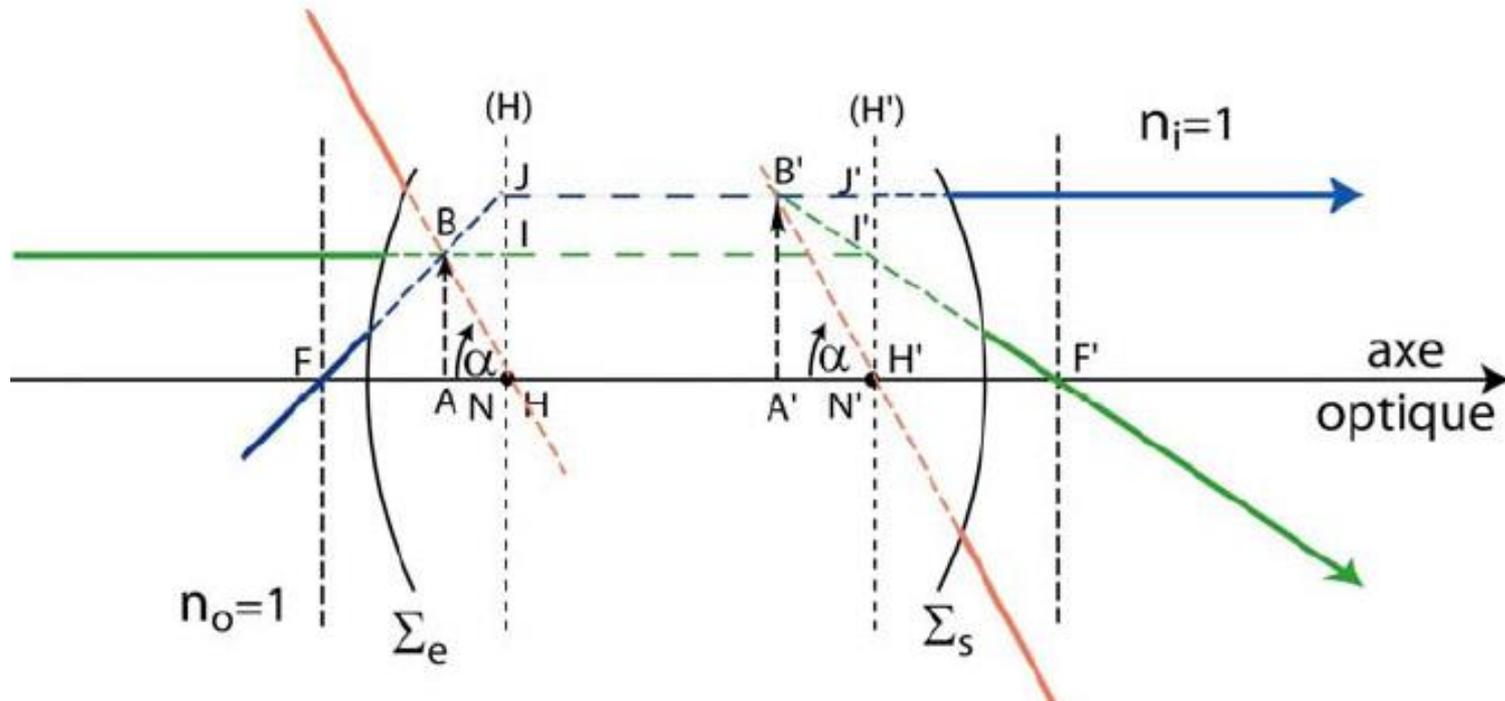
Construction de l'image d'un objet plan



- ❖ Le rayon passant par B et parallèle à l'axe optique qui émergera en passant par F' .
- ❖ Le rayon passant par B et par F qui émergera parallèle à l'axe optique.
- ❖ L'intersection des deux rayons donne la position de B' .
- ❖ Puisqu'il y a aplanétisme on peut placer A' .

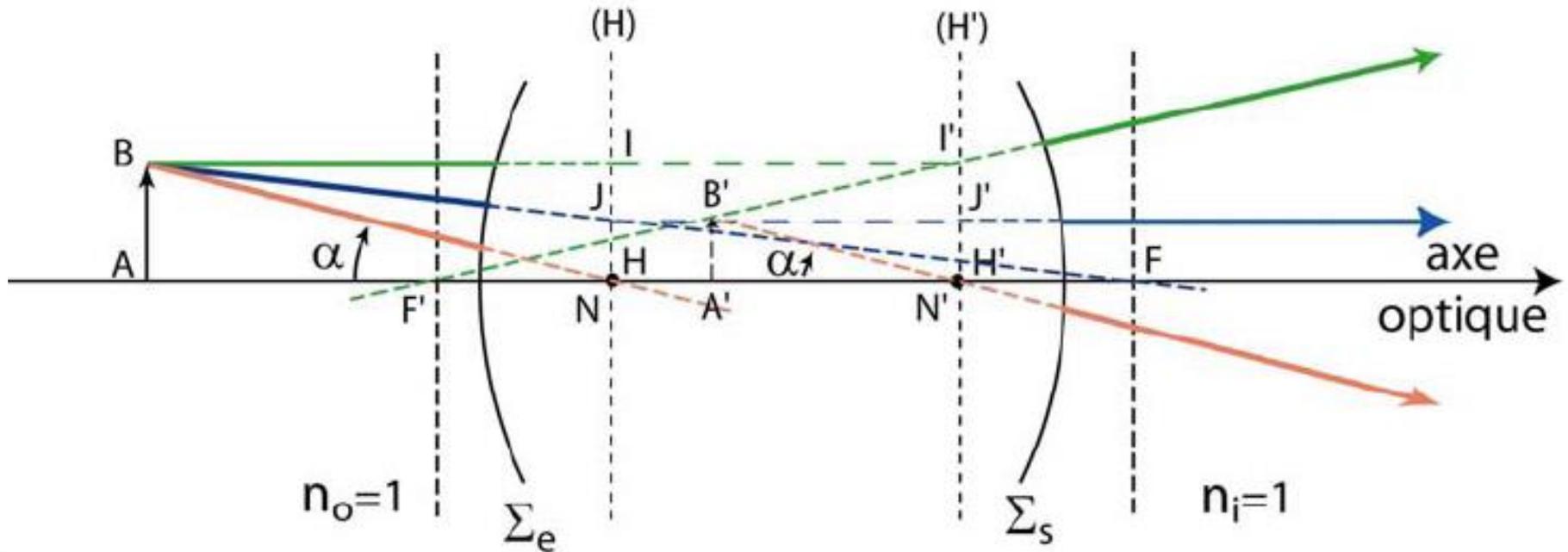
CONSTRUCTIONS GÉOMÉTRIQUES : EXEMPLES

Systeme convergent, objet virtuel,



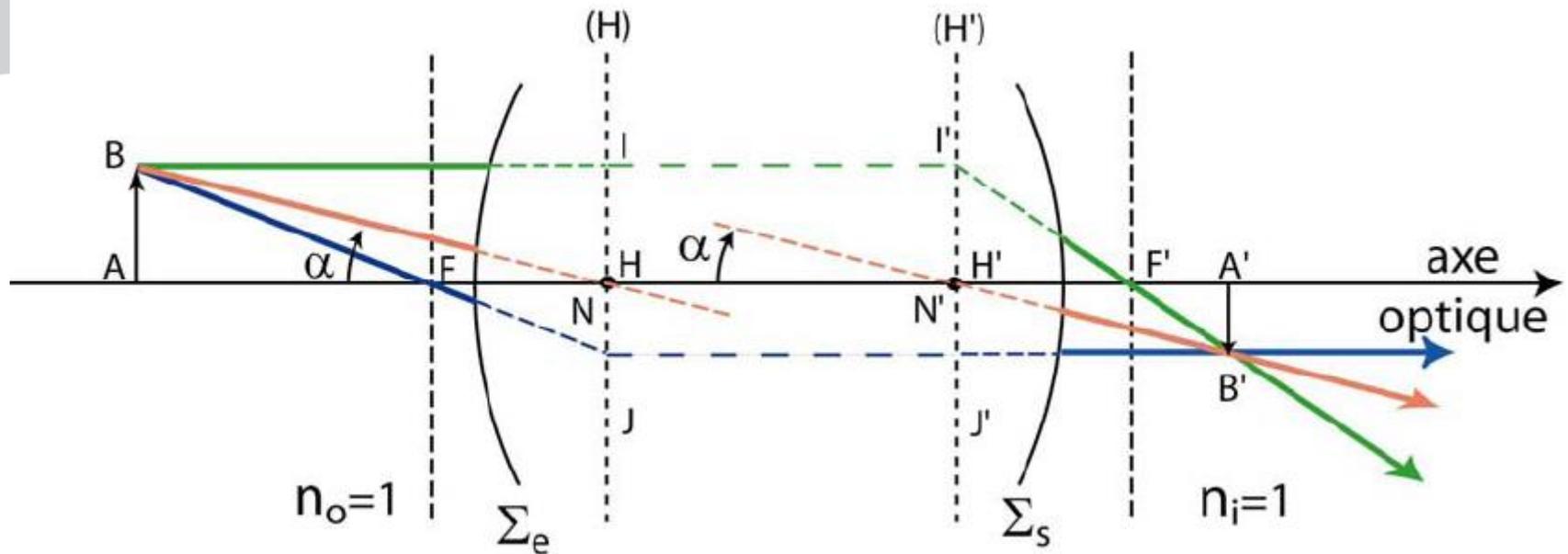
- ❖ Le rayon passant par B et parallèle à l'axe optique qui émergera en passant par F' .
- ❖ Le rayon passant par B et par F qui émergera parallèle à l'axe optique.
- ❖ un rayon incident passant par N émerge de N' parallèlement à sa direction initiale.

Systeme divergent, objet réel.



- ❖ Le rayon passant par B et parallèle à l'axe optique qui émergera en passant par F' .
- ❖ Le rayon passant par B et par F qui émergera parallèle à l'axe optique.
- ❖ un rayon incident passant par N émerge de N' parallèlement à sa direction initiale.

RELATIONS DE CONJUGAISON



Formules avec origine aux foyers (dites de Newton)

Le théorème de Thalès appliqué aux triangles **BAF** et **FHJ** donne l'agrandissement défini par rapport à la **position de l'objet** :

Dans les triangles **B'A'F'** et **F'I'H'**, l'agrandissement par rapport à la **position de l'image** est :

La combinaison de ces deux relations donne la formule de conjugaisons selon Newton :

$$\frac{\overline{FA}}{\overline{FH}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{HJ}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}}$$

$$\frac{\overline{F'A'}}{\overline{F'H'}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{H'I'}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$$

$$\overline{FA} \cdot \overline{F'A'} = \overline{FH} \cdot \overline{F'H'} = ff' = -f'^2$$

Relation de Newton

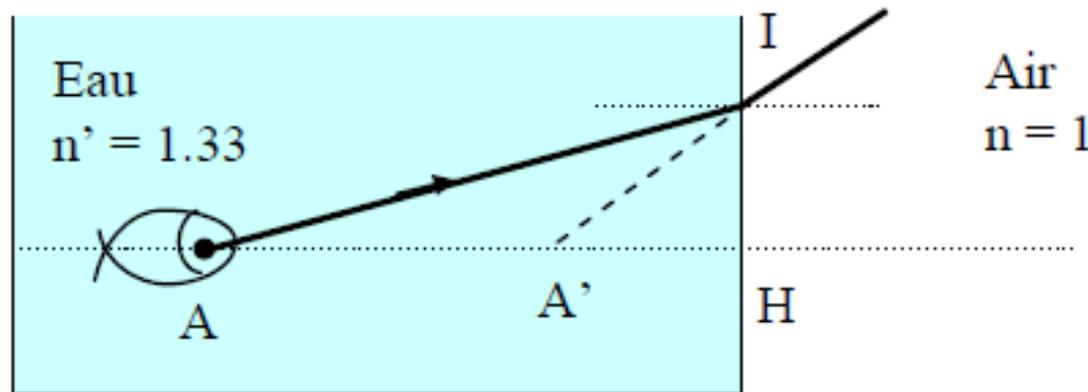
EXERCICES D'APPLICATION

On observe un poisson A nageant dans un bocal rempli d'eau ($n' = 1.33$)

Un rayon lumineux provenant de A arrive en I sur la paroi verticale du bocal avec un angle d'incidence i et émerge dans l'air ($n = 1$) avec un angle de réfraction i' , semblant provenir d'un point A' . Soit H la projection orthogonale de A sur la paroi qui constitue la surface de séparation du dioptre..

1. Montrer qu'on a la relation
$$\frac{\overline{HA}}{\overline{HA'}} = \frac{n \cos i}{n' \cos i'}$$
.

2. En considérant que i et i' sont petits, trouver la nouvelle relation entre \overline{HA} et $\overline{HA'}$. Expliquer pourquoi, dans ce cas, il y a un stigmatisme approché.



Solution

$$1. \text{ On a : } \operatorname{tg} i = \frac{HI}{\overline{AH}} \text{ et } \operatorname{tg} i' = \frac{HI}{\overline{A'H}} \text{ d'où } \frac{\overline{AH}}{\overline{A'H}} = \frac{\operatorname{tg} i'}{\operatorname{tg} i}$$

Par ailleurs, on a : $n \sin i = n' \sin i'$.

$$\text{Par suite, on a/} \quad \frac{\overline{AH}}{\overline{A'H}} = \frac{n \cos i}{n' \cos i'}$$

$$2. \text{ Au premier ordre en } i, \text{ on a } \cos i \cong 1 \quad \text{d'où : } \frac{\overline{AH}}{\overline{A'H}} = \frac{n}{n'}$$

Dans ce cas, la position de A' ne dépend pas de I donc tous les rayons issus de A ayant une faible incidence émergeront en semblant provenir du point A' . Il y a donc un stigmatisme approché.