

Département de Physique

Filière SMPC : Semestre 2



SYSTÈMES OPTIQUES SIMPLES À FACES SPHÉRIQUES

Abdelhai Rahmani

Année universitaire 2019-2020

PLAN DU COURS

- **Le miroir Sphérique**
- **Le dioptre Sphérique**

Miroir sphérique



miroir demi-sphérique - 60

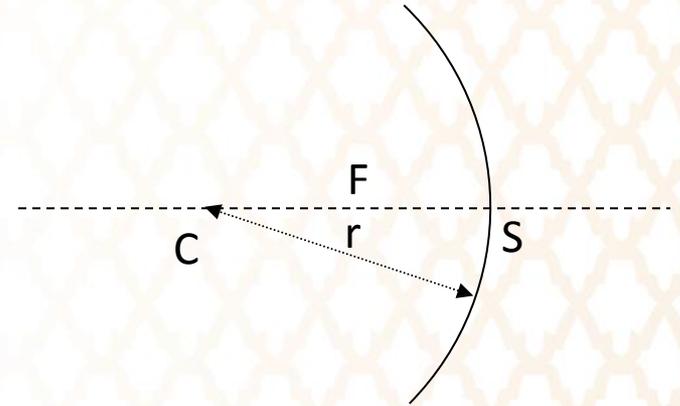
MIROIR SPHÉRIQUE

Définition :

Un miroir sphérique est une calotte sphérique. Il est donc caractérisée par son rayon r

On repère C le centre de courbure

Ainsi que le sommet S de la calotte



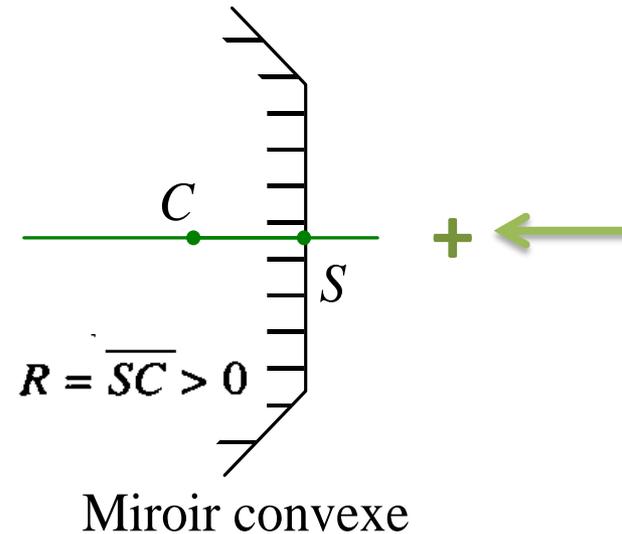
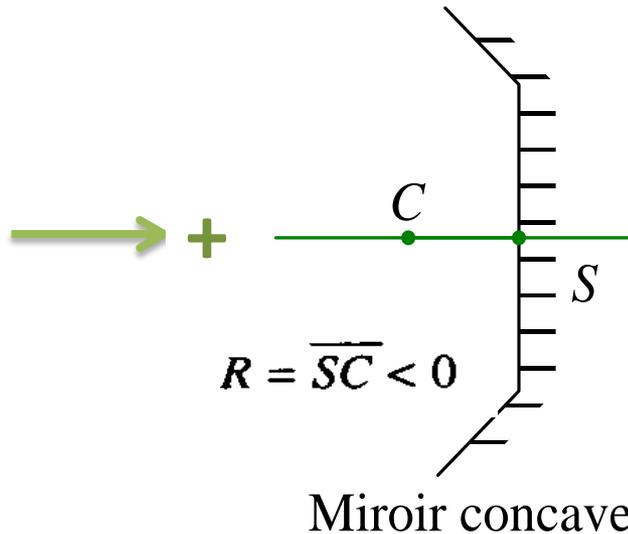
Caractéristiques :

- ❖ Centre C , centre de la surface sphérique : **tout rayon passant par le centre optique se réfléchit identique à lui-même en sens opposé.**
- ❖ Sommet S , intersection de l'axe optique principal et du miroir : **tout rayon frappant miroir au sommet S se réfléchit symétrique par rapport à l'axe optique.**
- ❖ foyer image F : point où se concentrent les rayons lumineux issus d'un point objet situé sur l'axe optique à une distance infinie : **Un faisceau de rayons lumineux parallèles à l'axe optique réfléchi par le miroir converge vers le point F foyer principal image. F est situé à égale distance de C et de S .**
- ❖ foyer objet F : point d'où sont issus les rayons lumineux qui émergent du miroir parallèles à l'axe optique, formant un point image situé sur l'axe optique à une distance infinie. **Ce point coïncide avec le foyer image.**

MIROIR SPHÉRIQUE

Il existe deux types de miroirs sphériques : Si le centre C est dans le milieu de propagation de la lumière, le miroir est concave. Il est convexe dans le cas contraire.

Modélisation:



- ❖ Le foyer F est réel dans le cas d'un miroir **concave**, virtuel dans le cas d'un miroir **convexe**.
- ❖ La distance focale du miroir est définie par $f = \overline{SF} = \overline{SC} / 2$
- ❖ La distance focale est négative pour un miroir **concave**, positive dans le cas d'un miroir **convexe**.
- ❖ On définit la vergence d'un miroir par $V = 1/f$, elle s'exprime en dioptrie (δ) ou m^{-1} .
- ❖ On définit souvent le rayon algébrique du miroir par $R = CS$.

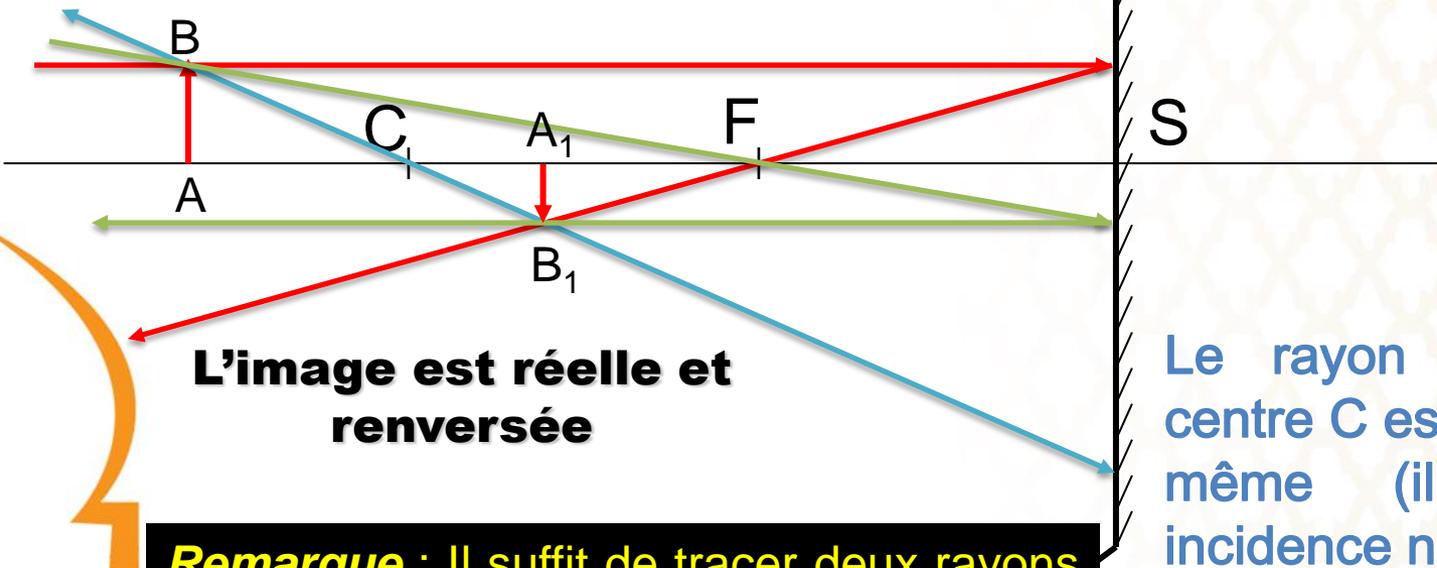
IMAGE D'UN OBJET DANS LE CAS D'UN MIROIR CONCAVE

Construisons l'image d'un objet AB à travers un miroir concave tel que $SA > SC$

Cas n°1 - objet réel avant C

Le rayon parallèle à l'axe principal passe par le foyer principal F après réflexion

Le rayon passant par le foyer F , est réfléchi parallèlement à l'axe principal.



L'image est réelle et renversée

Le rayon passant par le centre C est réfléchi selon lui-même (il tombe sous incidence normale)

Remarque : Il suffit de tracer deux rayons parmi les trois qui sont proposés.

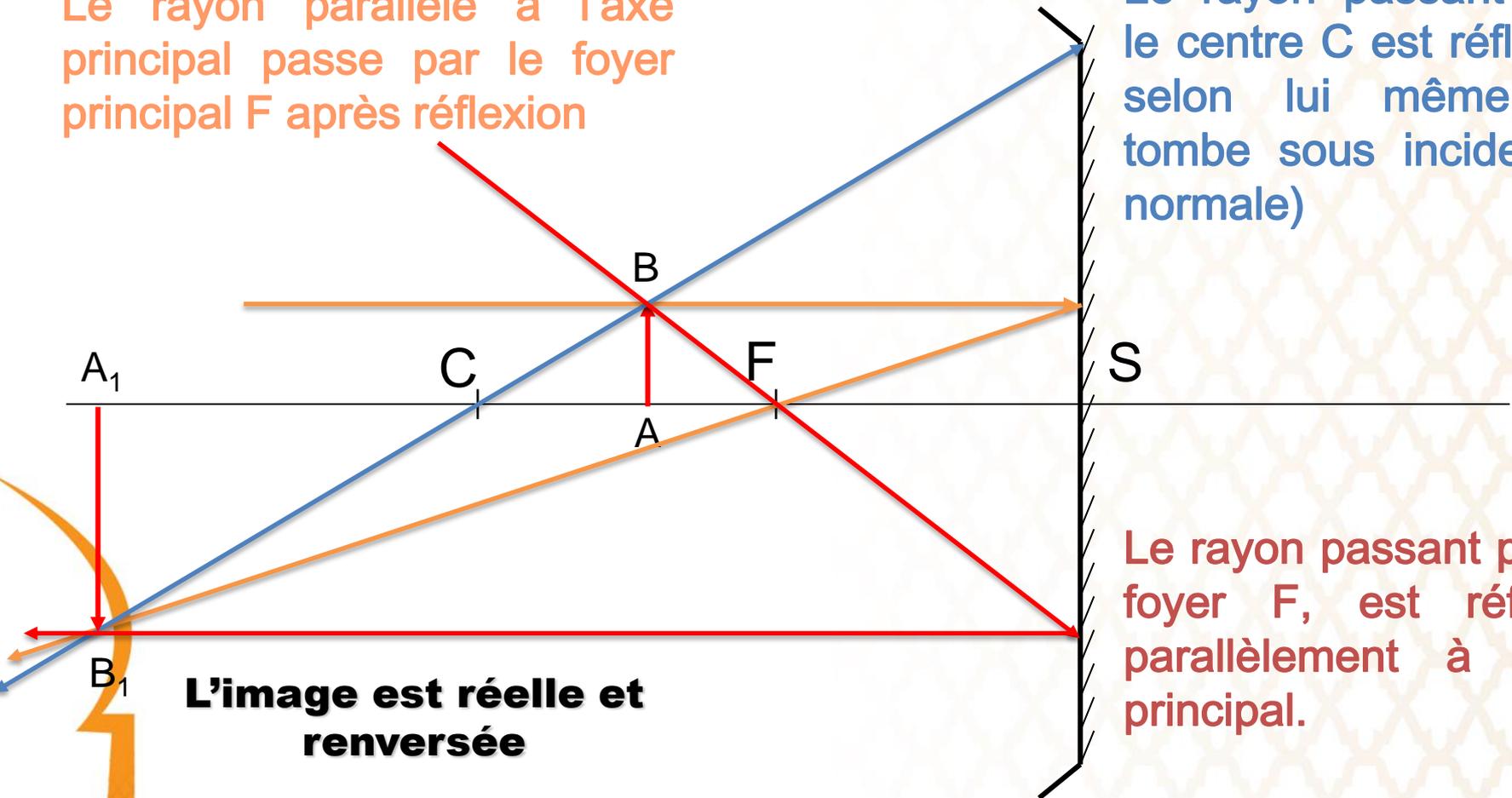
IMAGE D'UN OBJET DANS LE CAS D'UN MIROIR CONCAVE

Construisons l'image d'un objet AB à travers un miroir concave tel que $SA < SC$

Cas n°2 - objet réel entre C et F

Le rayon parallèle à l'axe principal passe par le foyer principal F après réflexion

Le rayon passant par le centre C est réfléchi selon lui même (il tombe sous incidence normale)



Le rayon passant par le foyer F , est réfléchi parallèlement à l'axe principal.

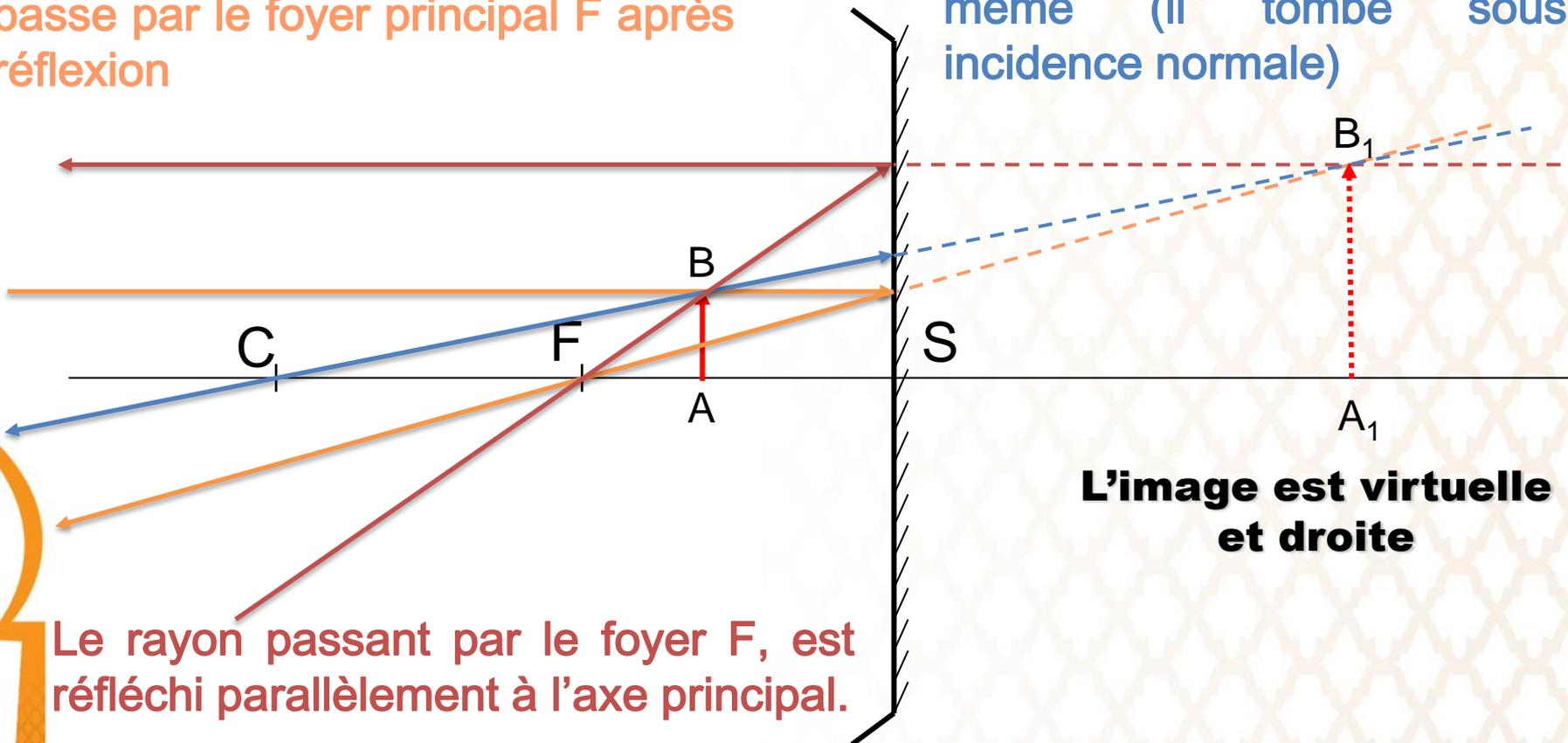
IMAGE D'UN OBJET DANS LE CAS D'UN MIROIR CONCAVE

Construisons l'image d'un objet AB à travers un miroir concave tel que $SA < SC$

Cas n°3 - objet réel entre F et S

Le rayon parallèle à l'axe principal passe par le foyer principal F après réflexion

Le rayon passant par le centre C est réfléchi selon lui même (il tombe sous incidence normale)



Le rayon passant par le foyer F , est réfléchi parallèlement à l'axe principal.

L'image est virtuelle et droite

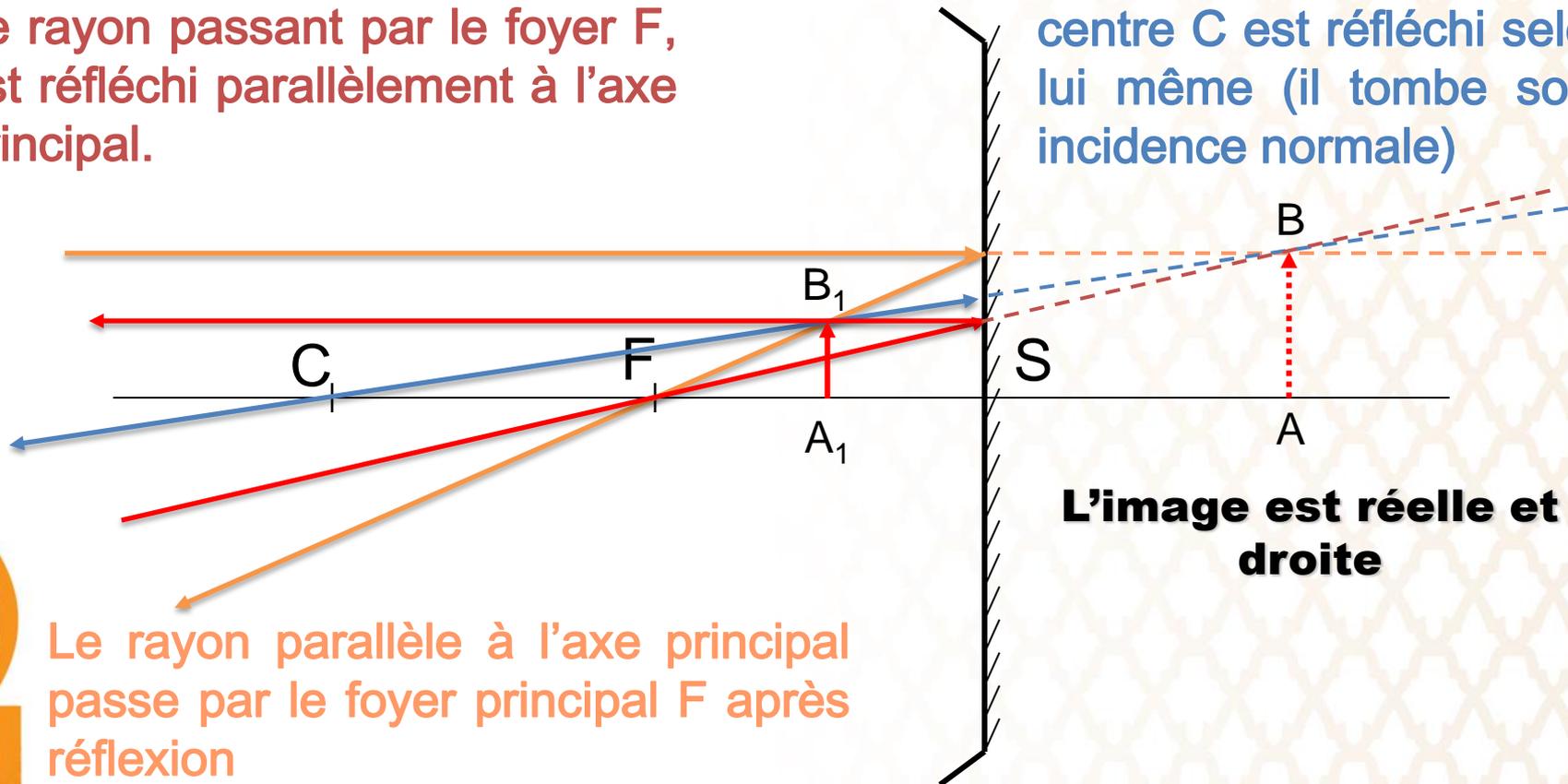
IMAGE D'UN OBJET DANS LE CAS D'UN MIROIR CONCAVE

Construisons l'image d'un objet AB à travers un miroir concave tel que $SA < SC$

Cas n°4 - objet virtuel

Le rayon passant par le foyer F , est réfléchi parallèlement à l'axe principal.

Le rayon passant par le centre C est réfléchi selon lui même (il tombe sous incidence normale)



Le rayon parallèle à l'axe principal passe par le foyer principal F après réflexion

L'image est réelle et droite

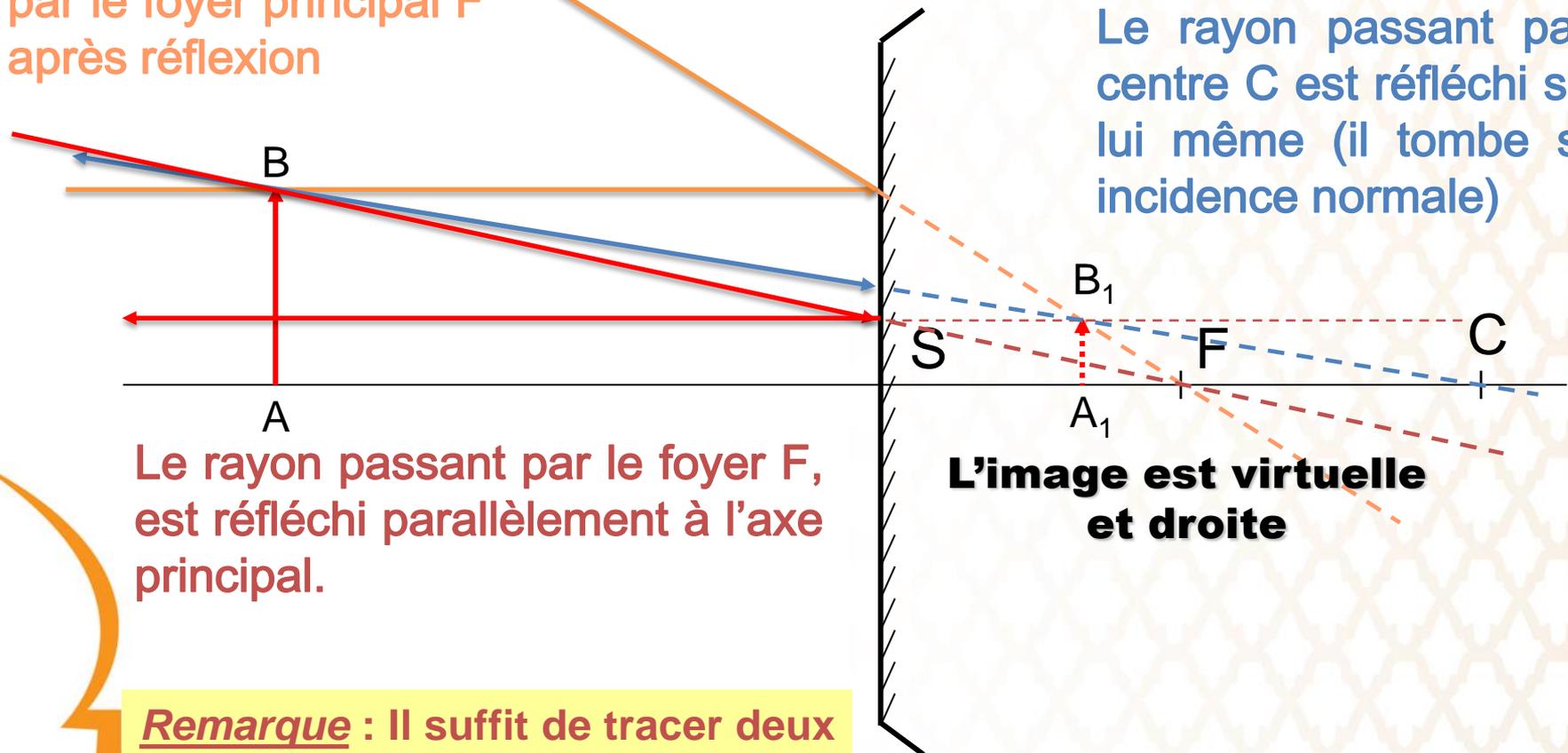
IMAGE D'UN OBJET DANS LE CAS D'UN MIROIR CONVEXE

Construisons l'image d'un objet AB à travers un miroir convexe

Cas n°1 - objet réel

Le rayon parallèle à l'axe principal passe par le foyer principal F après réflexion

Le rayon passant par le centre C est réfléchi selon lui même (il tombe sous incidence normale)



Le rayon passant par le foyer F, est réfléchi parallèlement à l'axe principal.

L'image est virtuelle et droite

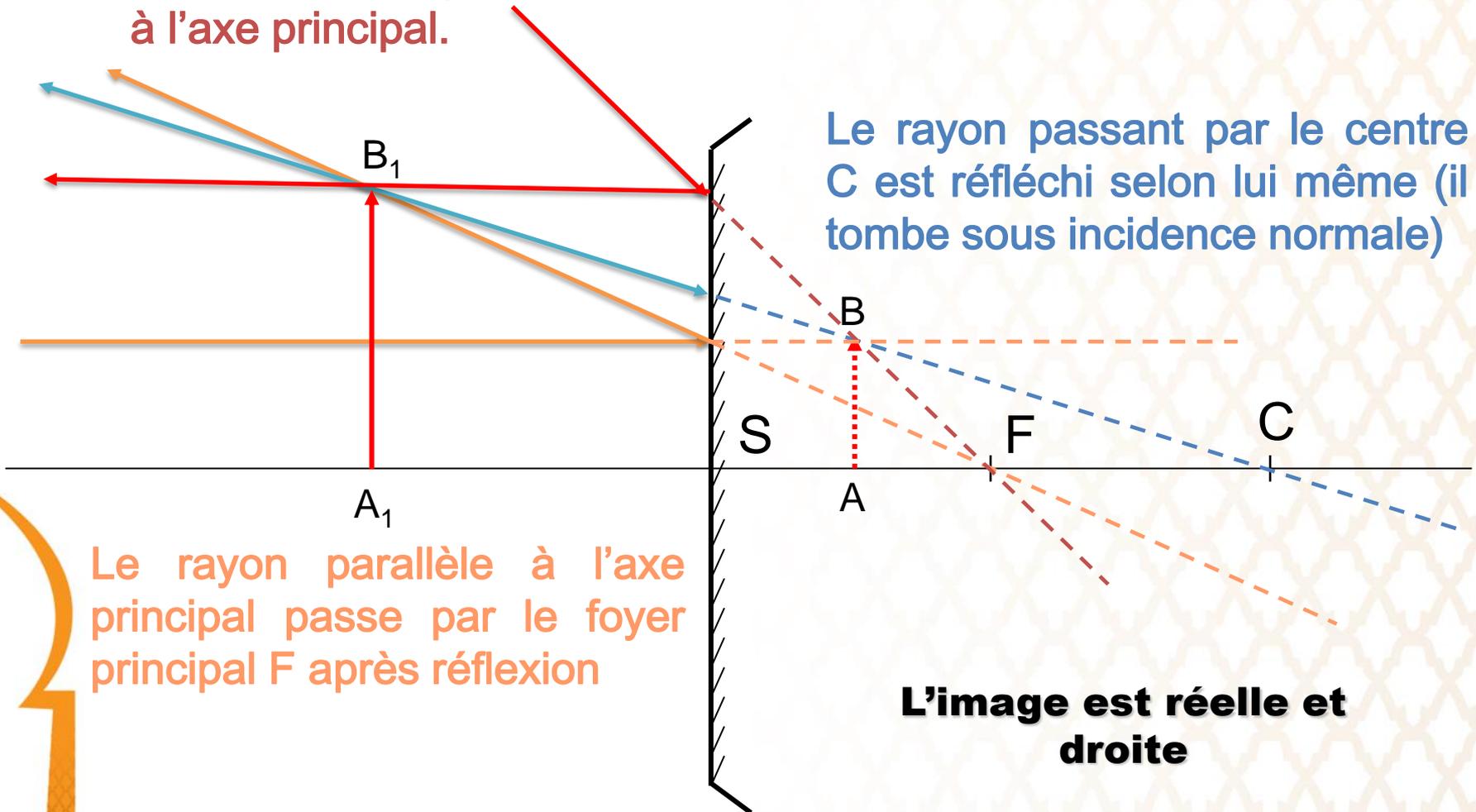
Remarque : Il suffit de tracer deux rayons parmi les trois qui sont proposés.

retour Menu

Cas n°2 - objet virtuel entre S et F

Le rayon passant par le foyer F, est réfléchi parallèlement à l'axe principal.

Le rayon passant par le centre C est réfléchi selon lui même (il tombe sous incidence normale)



Le rayon parallèle à l'axe principal passe par le foyer principal F après réflexion

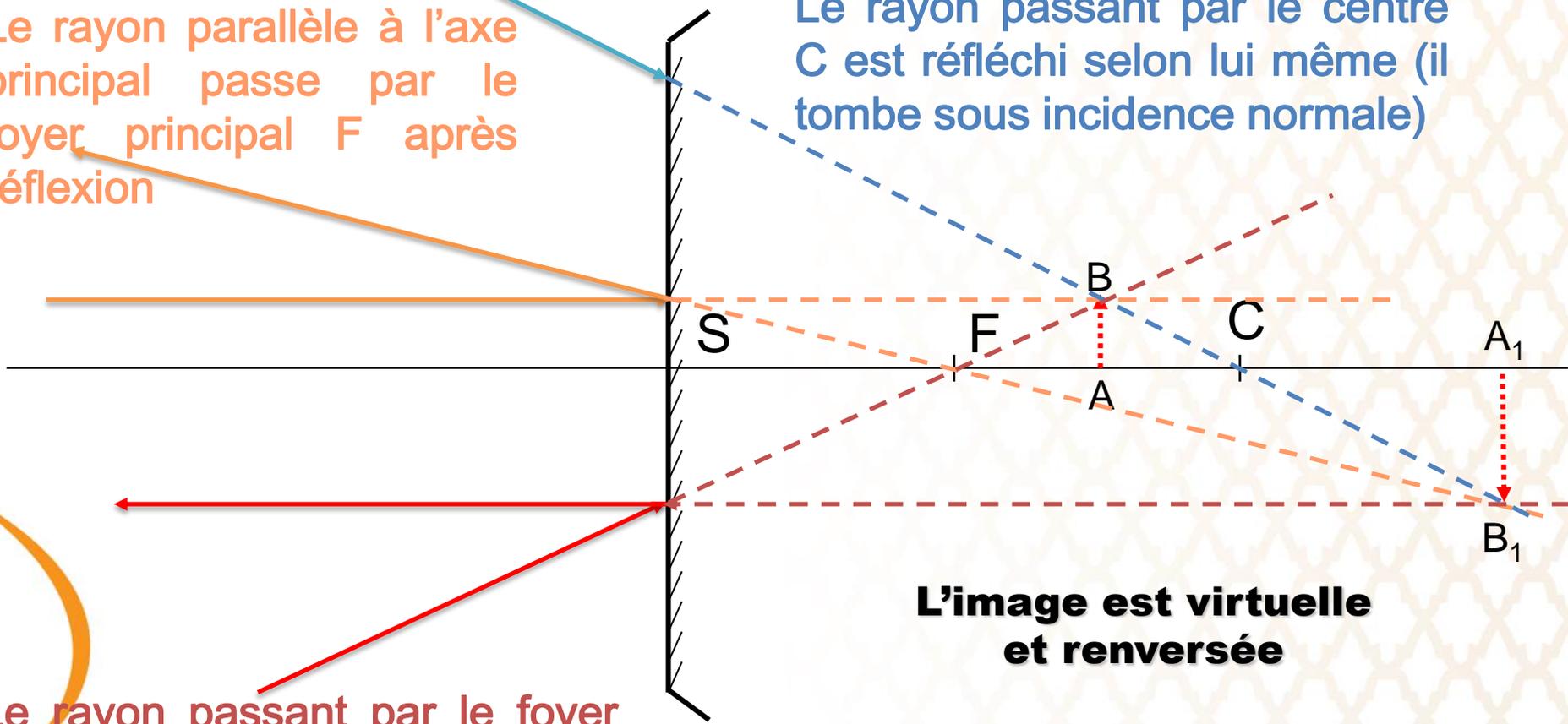
L'image est réelle et droite

IMAGE D'UN OBJET DANS LE CAS D'UN MIROIR CONVEXE

Cas n°3 - objet virtuel entre F et C

Le rayon parallèle à l'axe principal passe par le foyer principal F après réflexion

Le rayon passant par le centre C est réfléchi selon lui même (il tombe sous incidence normale)



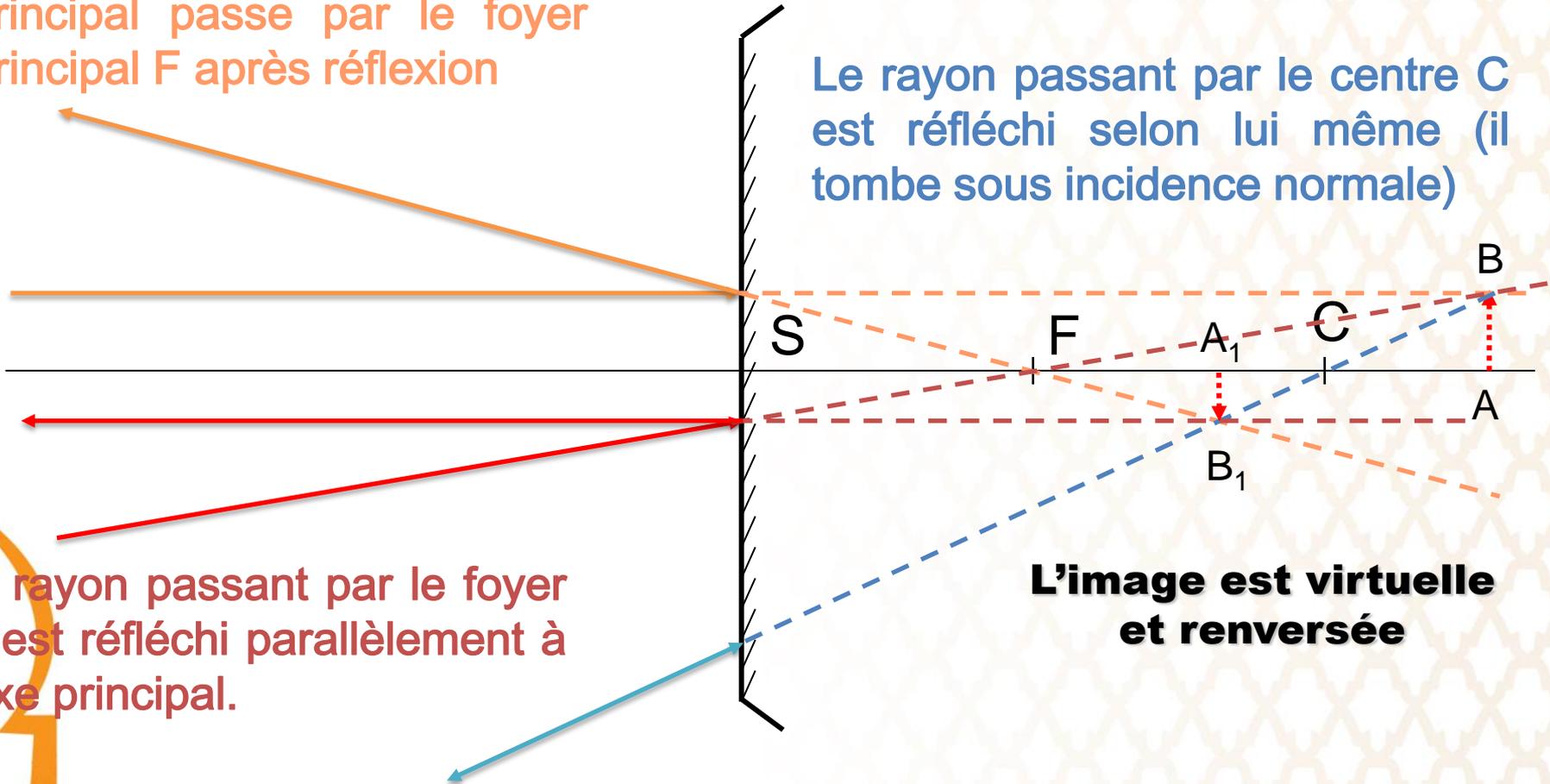
L'image est virtuelle et renversée

Le rayon passant par le foyer F, est réfléchi parallèlement à l'axe principal.

Cas n°4 - objet virtuel après C

Le rayon parallèle à l'axe principal passe par le foyer principal F après réflexion

Le rayon passant par le centre C est réfléchi selon lui même (il tombe sous incidence normale)



L'image est virtuelle et renversée

Le rayon passant par le foyer F, est réfléchi parallèlement à l'axe principal.

FORMULES DE CONJUGAISON

Notons que la démonstration suivante reste valable quelle que soit la position de l'objet et quelle que soit la nature du miroir.

$A'B'$ est l'image d'un objet AB à travers un miroir concave tel que $SA > SC$

Formules avec origine aux foyers (dites de Newton)

Le théorème de Thalès appliqué aux triangles BAF et FSH' donne l'agrandissement défini par rapport à la position de l'objet :

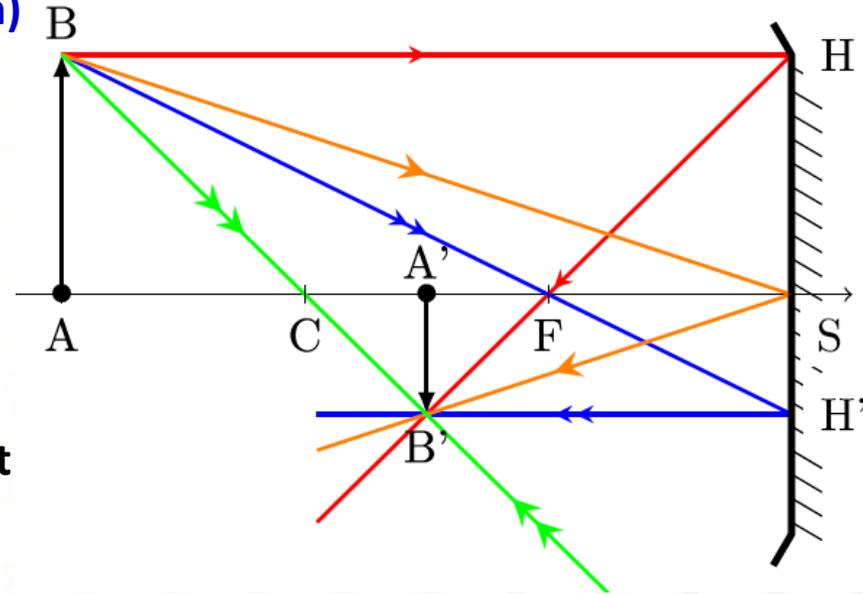
$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{SH'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{FS}}{\overline{FA}}$$

Dans les triangles $B'A'F$ et FSH , l'agrandissement par rapport à la position de l'image est :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{SH}} = \frac{\overline{FA'}}{\overline{FS}}$$

La combinaison de ces deux relations donne la formule de conjugaisons selon Newton :

$$\overline{FA} \cdot \overline{FA'} = \overline{FS}^2 = f^2 = ff' \quad \text{Relation de Newton}$$



Formules avec origine au centre

En utilisant le théorème de Thalès dans les triangles **CAB** et **CA'B'**, on a ::

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{CA'}}{\overline{CA}}$$

En partant des relations de **Newton** et en introduisant le centre **C** du miroir, on a :

$$(\overline{FC} + \overline{CA}) (\overline{FC} + \overline{CA'}) = \overline{FS}^2 = f^2 = ff'$$

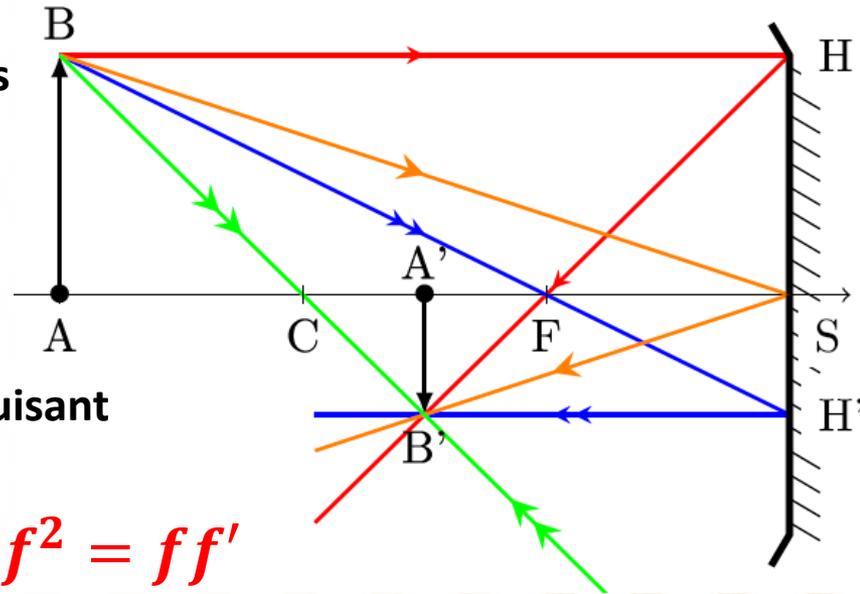
Or $\overline{FC} = f$ on aura $f^2 + f\overline{CA} + f\overline{CA'} + \overline{CA} \cdot \overline{CA'} = f^2$

On divise l'équation par $f \cdot \overline{CA} \cdot \overline{CA'}$ on obtient:

$$\frac{1}{\overline{CA'}} + \frac{1}{\overline{CA}} = -\frac{1}{f}$$

Puisque $f = \frac{\overline{SC}}{2}$ on aura :

$$\frac{1}{\overline{CA'}} + \frac{1}{\overline{CA}} = -\frac{2}{\overline{SC}}$$



Formules avec origine au sommet

En utilisant le théorème de Thalès dans les triangles **SAB** et **SA'B'**, on a :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = -\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}}$$

En partant des relations de **Newton** et en introduisant le sommet **S** du miroir, on a :

$$(\overline{FS} + \overline{SA})(\overline{FS} + \overline{SA'}) = \overline{FS}^2 = f^2 = ff'$$

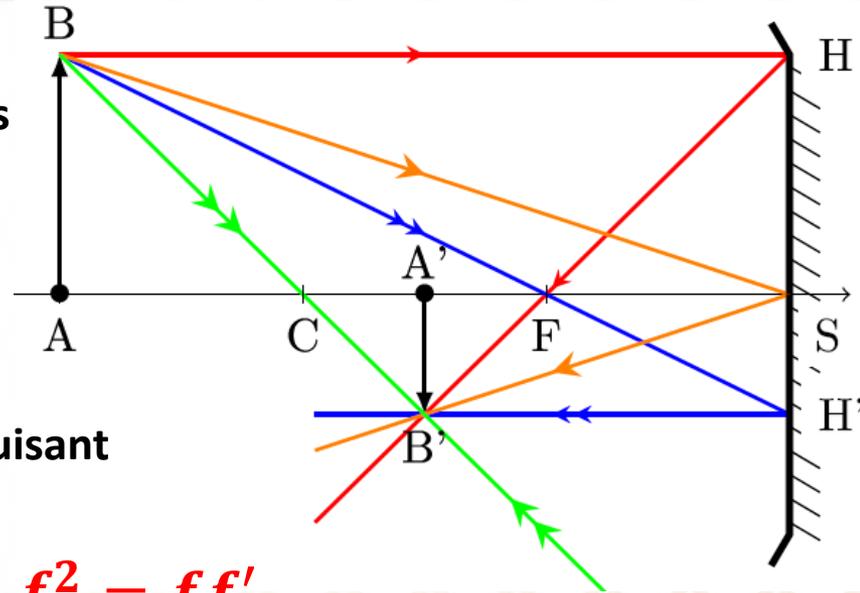
Or $\overline{FS} = -f$ on aura $f^2 - f\overline{SA} - f\overline{SA'} + \overline{SA} \cdot \overline{SA'} = f^2$

On divise l'équation par $f \cdot \overline{SA} \cdot \overline{SA'}$ on obtient:

$$\frac{1}{\overline{SA'}} + \frac{1}{\overline{SA}} = \frac{1}{f}$$

Puisque $f = \frac{\overline{SC}}{2}$ on aura :

$$\frac{1}{\overline{SA'}} + \frac{1}{\overline{SA}} = -\frac{2}{\overline{CS}}$$



Dioptries sphériques



Image d'une composition florale vue à travers une boule de verre

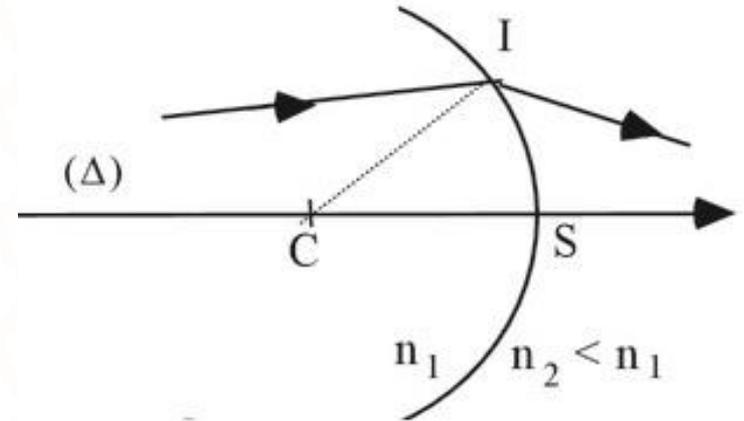
DIOPTRE SPHÉRIQUE

Définition :

Un dioptre sphérique est une portion de surface sphérique réfringente séparant deux milieux homogènes et transparents d'indices différents.

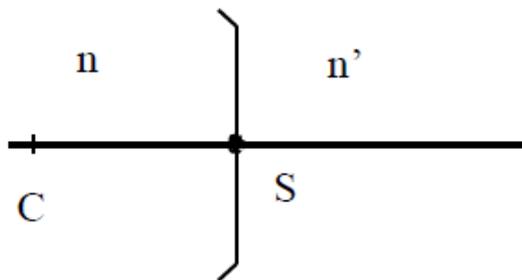
Il est caractérisé par son axe Δ , son centre C , son rayon de courbure R , son sommet S et les indices n_1 et n_2 des deux milieux qu'il sépare

Le dioptre sphérique est dit **concave** ou **convexe** selon que sa concavité est orientée dans le sens des rayons incidents ou dans le sens opposé.

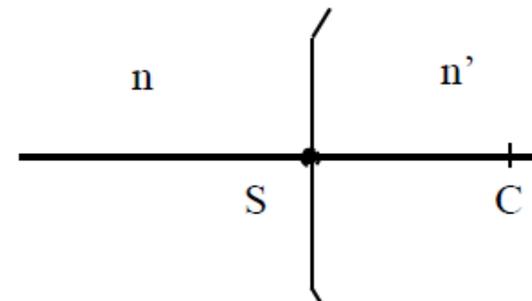


L'axe
du dioptre
sommet

Représentations schématiques des dioptres :



dioptre concave



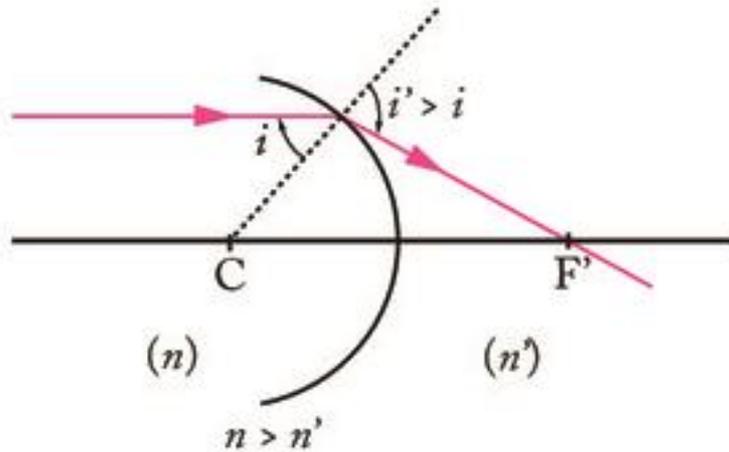
dioptre convexe

$$= \overline{SC} < 0$$

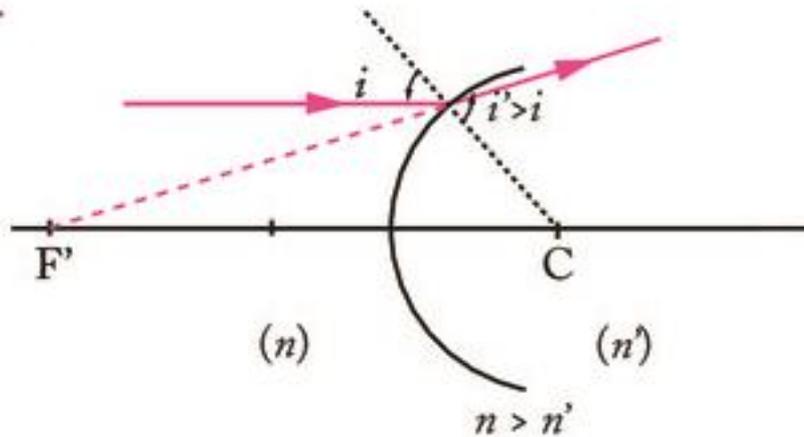
DIOPTRE SPHÉRIQUE CONVERGENT OU DIVERGENT

Un dioptre est dit convergent si le foyer image F' est réel, divergent s'il est virtuel. Cette condition dépend de la concavité du dioptre sphérique et de la réfringence des milieux qu'il sépare.

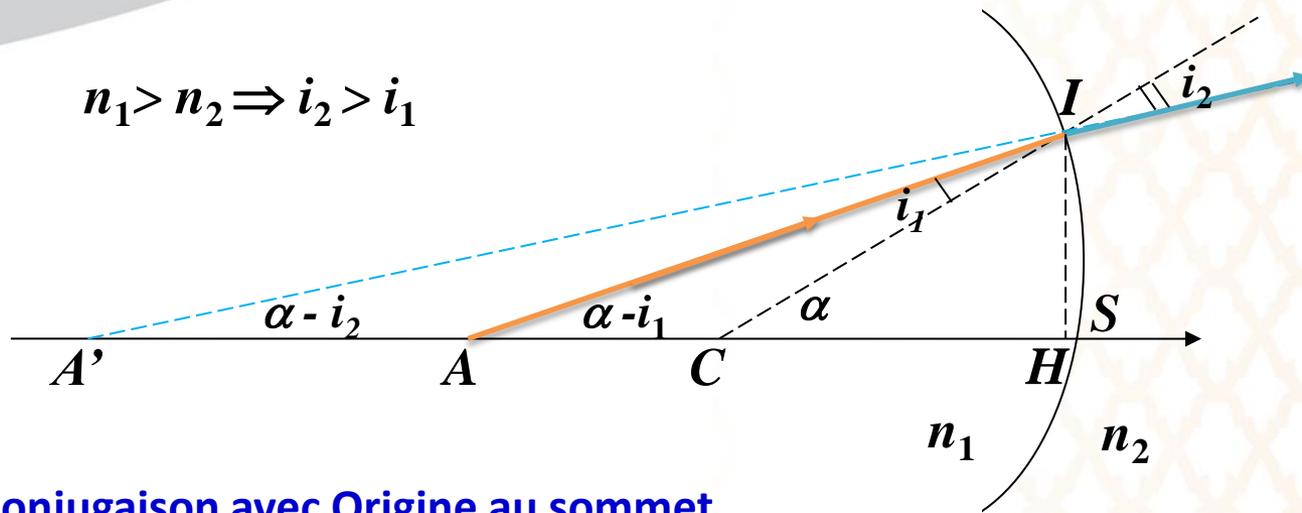
a.



c.



RELATIONS DE CONJUGAISON



Relation de conjugaison avec Origine au sommet

Dans le cadre de l'approximation de Gauss ($\alpha < 1$ rad), **H** et **S** sont pratiquement confondus. les triangles HIA', HIA et HIC permettent d'écrire :

$$\operatorname{tg}(\alpha - i_2) \approx \alpha - i_2 = \frac{IH}{HA'} \approx \frac{IH}{SA'} \quad (1)$$

$$\operatorname{tg}(\alpha - i_1) \approx \alpha - i_1 = \frac{IH}{HA} \approx \frac{IH}{SA} \quad (2)$$

$$\operatorname{tg}(\alpha) \approx \alpha = \frac{IH}{HC} \approx \frac{IH}{SC} \quad (3)$$

$$n_1 i_1 = n_2 i_2 \quad (4)$$

$$(1) \times n_2 - (2) \times n_1 \iff (n_2 - n_1) \alpha = \left(\frac{n_2}{SA'} - \frac{n_1}{SA} \right) IH$$

En utilisant les équations (3) et (4) on trouve :

$$\frac{n_2}{SA'} - \frac{n_1}{SA} = \frac{n_2 - n_1}{SC}$$

En notation algébrique, la relation de conjugaison devient :

$$\boxed{\frac{n_2}{SA'} - \frac{n_1}{SA} = \frac{n_2 - n_1}{SC}} \quad \begin{array}{l} \overline{SA} = -SA \\ \overline{SA'} = -SA' \\ \overline{SC} = -SC \end{array}$$

Loi de Descartes dans les conditions de Gauss

Relation de conjugaison avec Origine au centre

En injectant le centre C dans la relation précédente, on obtient :

$$\frac{n_2}{\overline{SC} + \overline{CA}'} - \frac{n_1}{\overline{SC} + \overline{CA}} = \frac{n_2 - n_1}{\overline{SC}}$$

Après développement et division par $\overline{CA} \cdot \overline{CA}' \cdot \overline{SC}$ on obtient:

$$\frac{n_1}{\overline{CA}'} - \frac{n_2}{\overline{CA}} = \frac{n_1 - n_2}{\overline{CS}}$$

Relation de conjugaison avec Origine aux foyers. Formule de Newton

Les positions des foyers image F' et objet F se déduisent facilement de la formule de conjugaison avec origine au sommet en supposant respectivement l'objet et l'image à l'infini.

$$\overline{SF'} = \frac{n_2 \overline{SC}}{n_2 - n_1} ; \overline{SF} = \frac{-n_1 \overline{SC}}{n_2 - n_1}$$

SF et SF' sont de signes opposés. F et F' même nature, les 2 sont réels ou les 2 virtuels. Chaque foyer se situe dans un milieu. F et F' sont toujours de part et d'autre de S

En injectant F et F' dans la relation de conjugaison avec Origine au sommet, on obtient :

$$\frac{n_2}{\overline{SF'} + \overline{F'A}'} - \frac{n_1}{\overline{SF} + \overline{FA}} = \frac{n_2 - n_1}{\overline{SC}} = \frac{n_2}{\overline{SF'}}$$

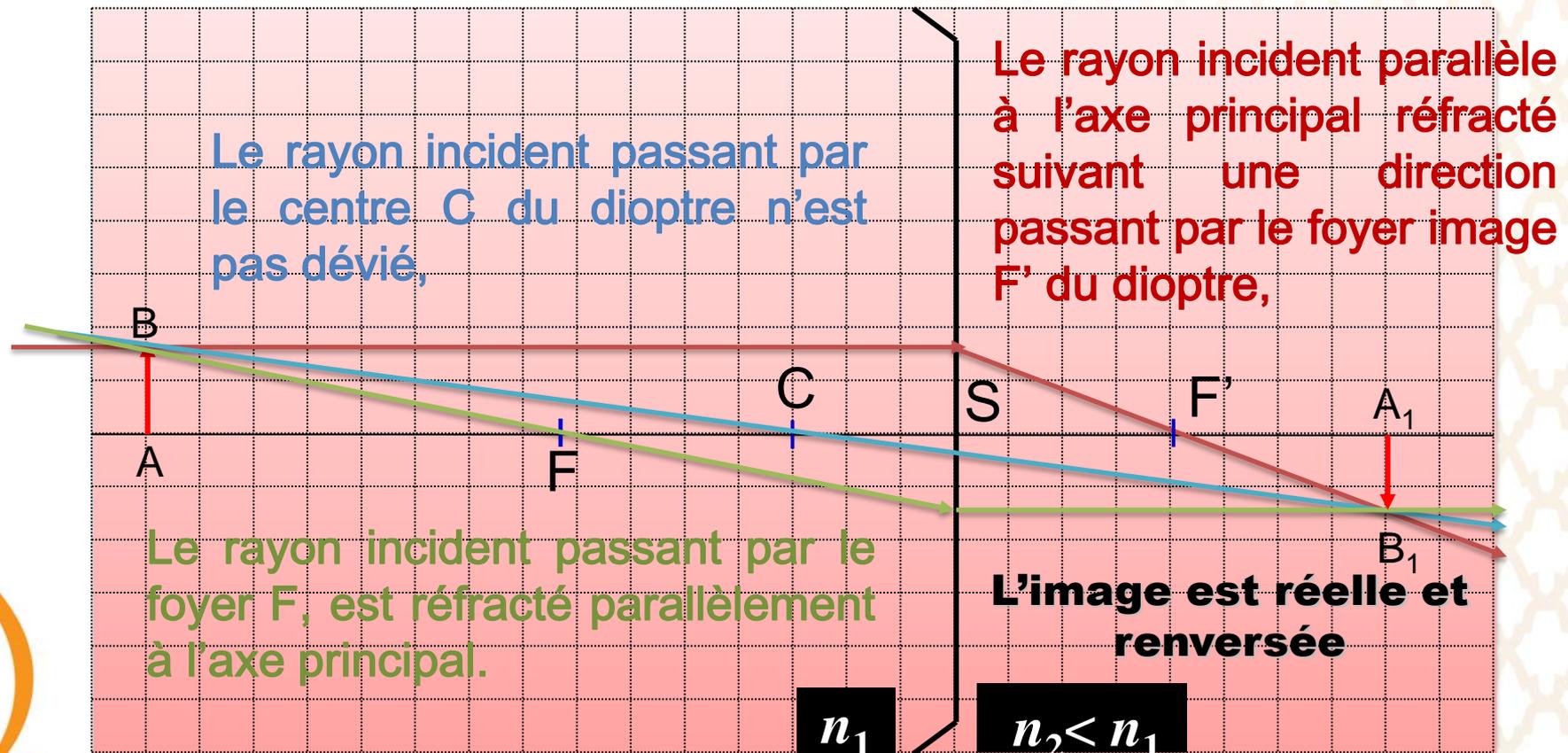
Après développement on obtient la formule de Newton :

$$\overline{SF} \cdot \overline{SF'} = \overline{FA} \cdot \overline{F'A'}$$

IMAGE D'UN OBJET DANS LE CAS D'UN DIOPTRE CONCAVE

Construisons l'image d'un objet AB à travers un dioptre concave convergent tel que $SA > SC$

Cas n°1 - objet réel avant C



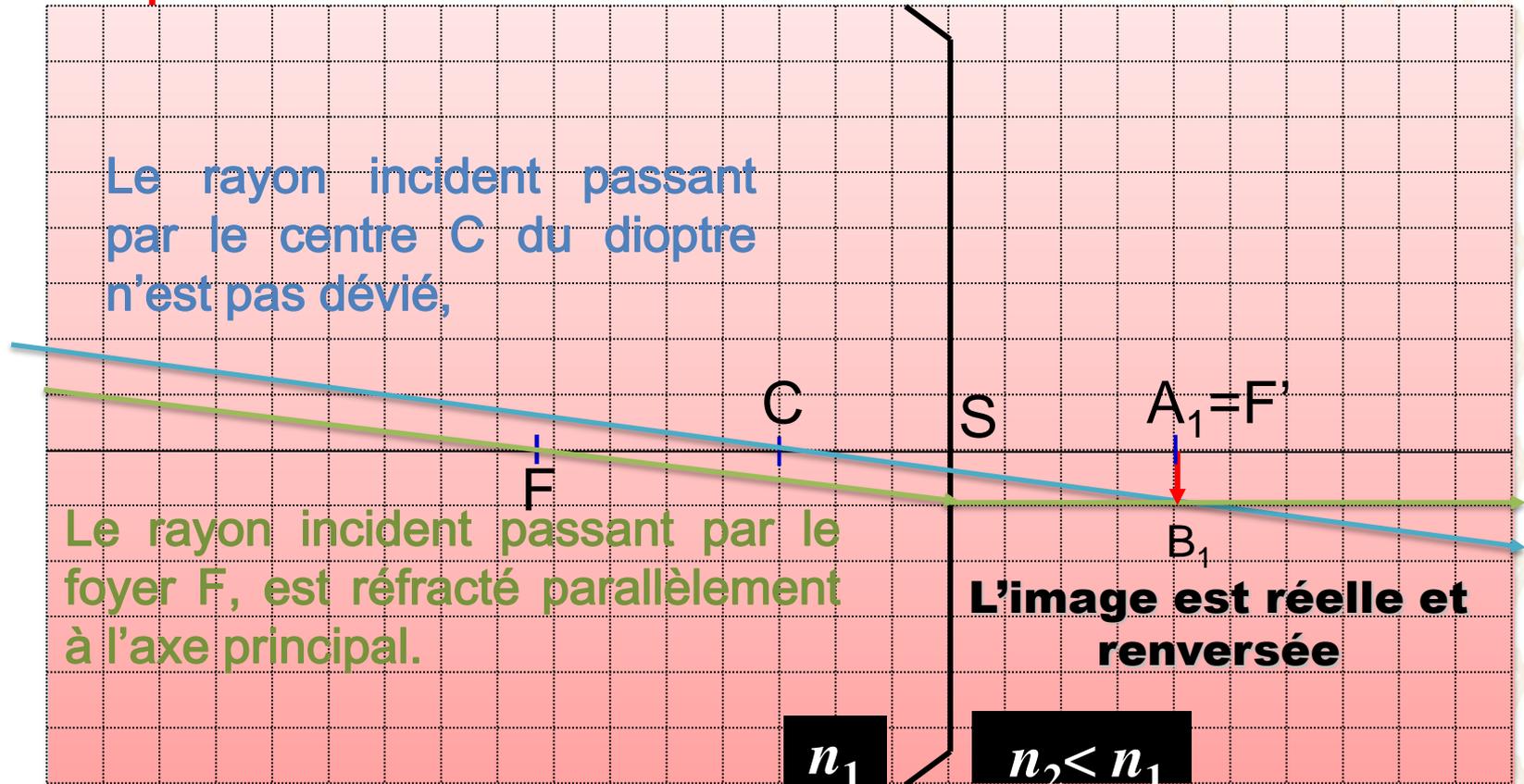
Remarque : Il suffit de tracer deux rayons parmi les trois qui sont proposés.

Cas n°1-1 - objet à l'infini

on choisit deux rayons issus de B, (1) et (2), puisque B est à l'infini, ces deux rayons sont parallèles entre eux.

Le rayon incident passant par le centre C du dioptre n'est pas dévié,

Le rayon incident passant par le foyer F, est réfracté parallèlement à l'axe principal.



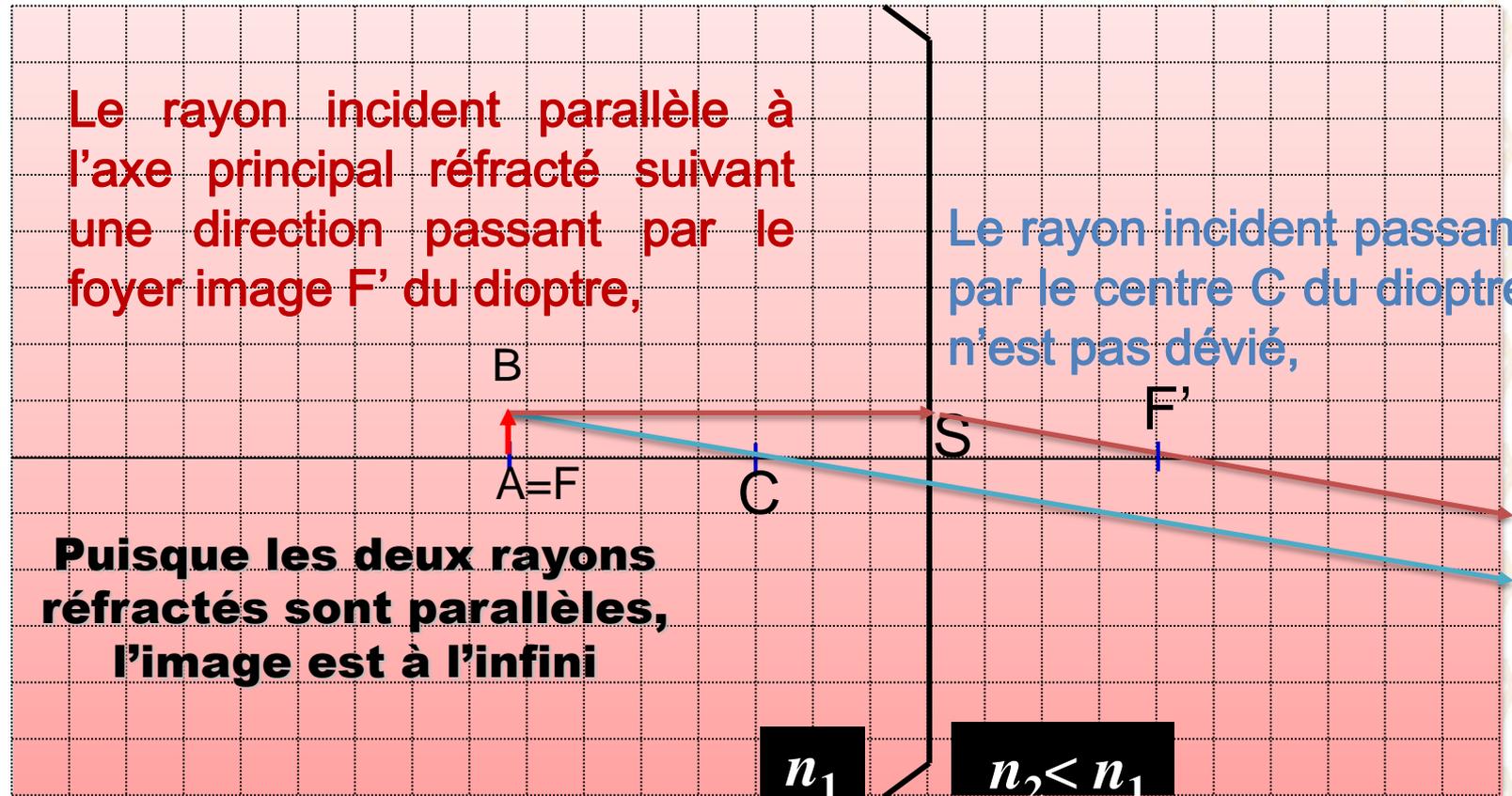
Cas n°1-2 - objet placé dans le plan Focal objet

On choisit deux rayons passant par B :

Le rayon incident parallèle à l'axe principal réfracté suivant une direction passant par le foyer image F' du dioptre,

Le rayon incident passant par le centre C du dioptre n'est pas dévié,

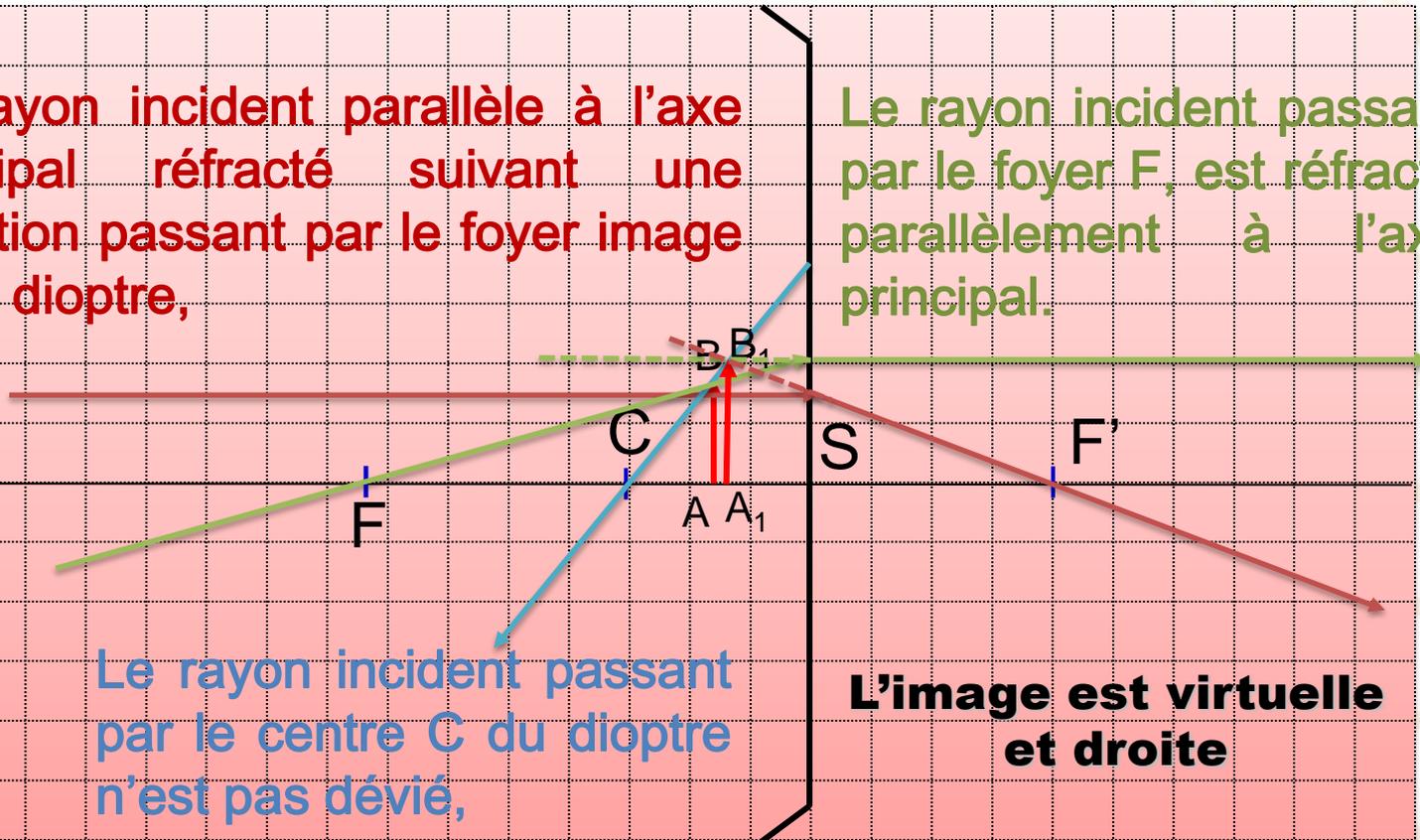
Puisque les deux rayons réfractés sont parallèles, l'image est à l'infini



Cas n°2 - objet réel entre C et S

Le rayon incident parallèle à l'axe principal réfracté suivant une direction passant par le foyer image F' du dioptre,

Le rayon incident passant par le foyer F , est réfracté parallèlement à l'axe principal.



Le rayon incident passant par le centre C du dioptre n'est pas dévié,

L'image est virtuelle et droite

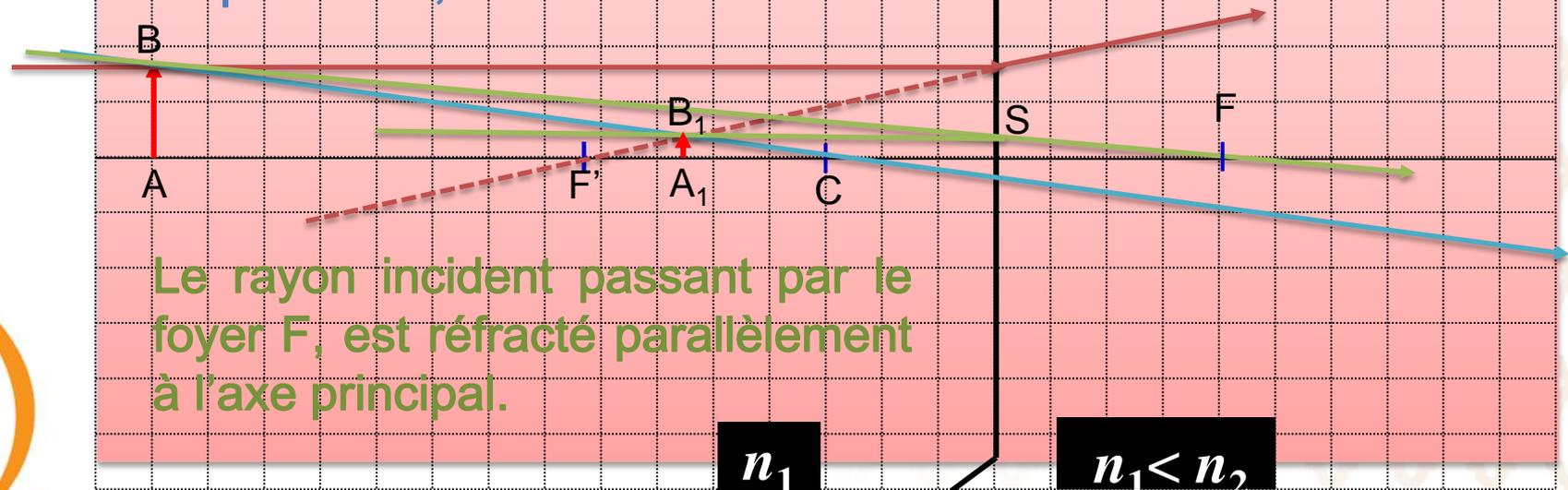
IMAGE D'UN OBJET DANS LE CAS D'UN DIOPTRE CONCAVE

Construisons l'image d'un objet AB à travers un dioptre concave divergent tel que $SA > SC$

Cas n°1 - objet avant C

Le rayon incident passant par le centre C du dioptre n'est pas dévié,

Le rayon incident parallèle à l'axe principal réfracté suivant une direction passant par le foyer image F' du dioptre,



Remarque : Il suffit de tracer deux rayons parmi les trois qui sont proposés.

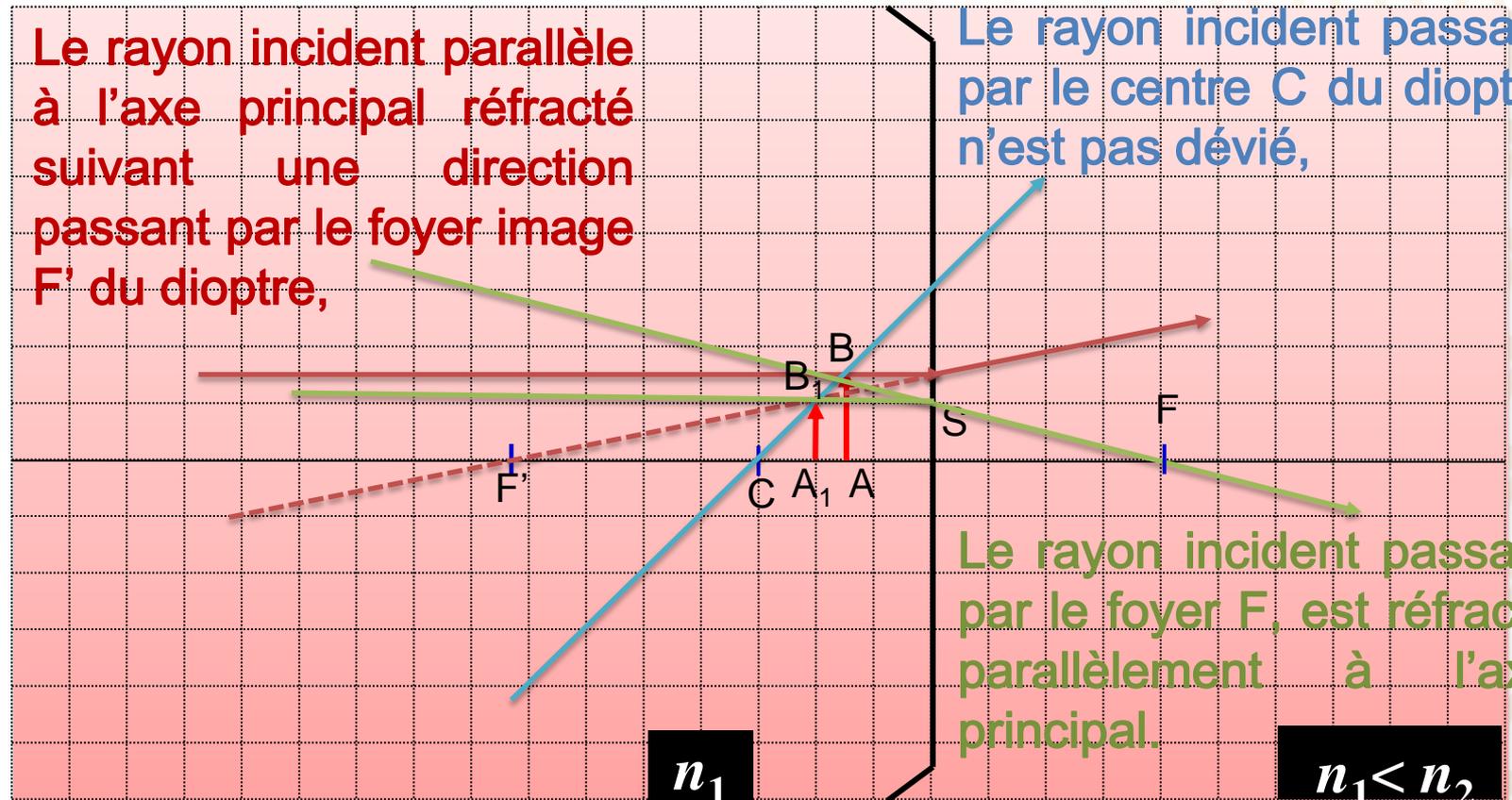
IMAGE D'UN OBJET DANS LE CAS D'UN DIOPTRE CONCAVE

Construisons l'image d'un objet AB à travers un dioptre concave divergent tel que $SA < SC$

Cas n°2 - objet entre C et S

Le rayon incident parallèle à l'axe principal réfracté suivant une direction passant par le foyer image F' du dioptre,

Le rayon incident passant par le centre C du dioptre n'est pas dévié,



Le rayon incident passant par le foyer F , est réfracté parallèlement à l'axe principal.

Remarque : Il suffit de tracer deux rayons parmi les trois qui sont proposés.

IMAGE D'UN OBJET DANS LE CAS D'UN DIOPTRE CONVEXE

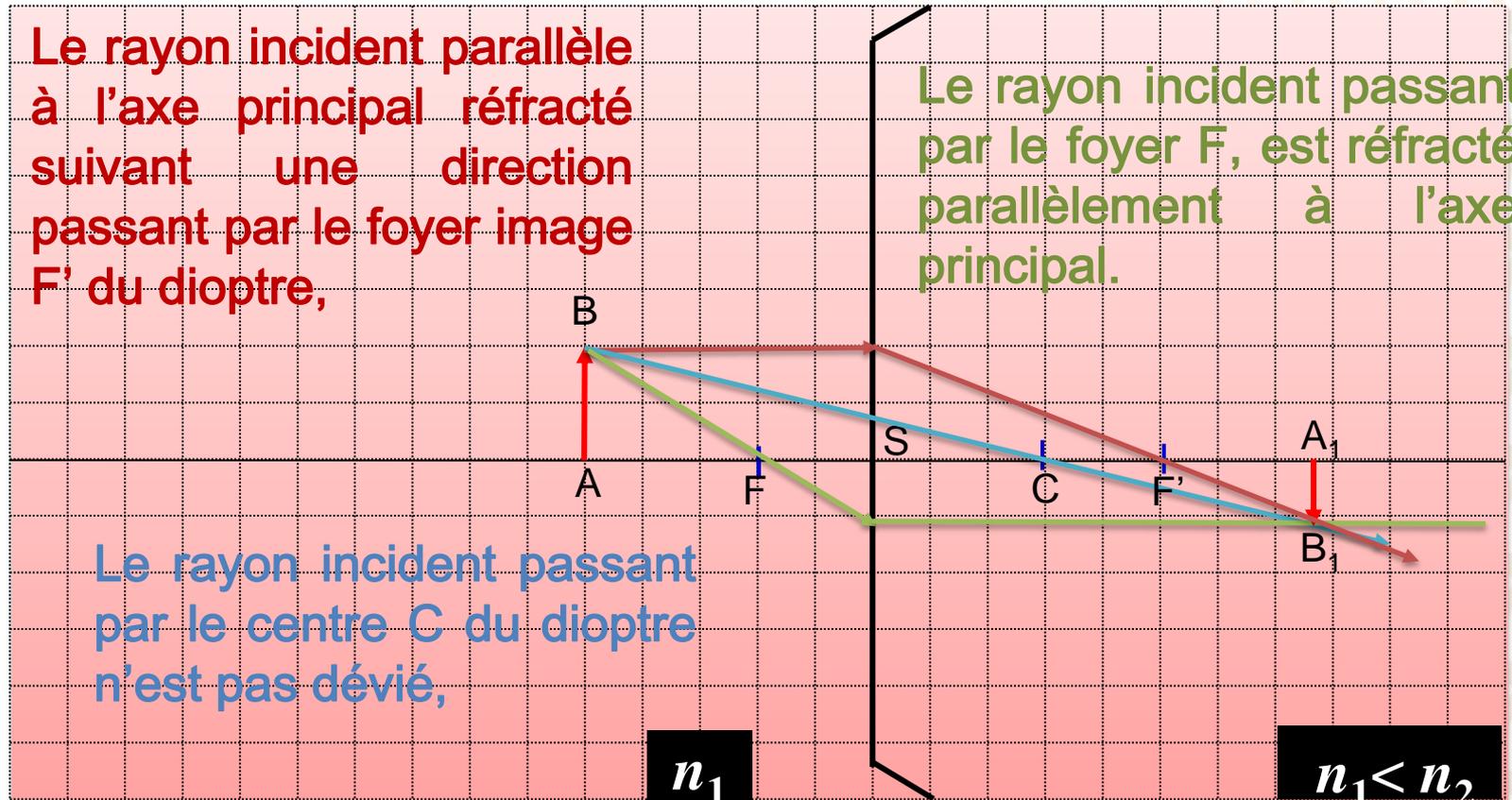
Dioptre convexe convergent : $n_1 < n_2$

Cas n°1 - objet placé avant F

Le rayon incident parallèle à l'axe principal réfracté suivant une direction passant par le foyer image F' du dioptre,

Le rayon incident passant par le foyer F , est réfracté parallèlement à l'axe principal.

Le rayon incident passant par le centre C du dioptre n'est pas dévié,



Remarque : Il suffit de tracer deux rayons parmi les trois qui sont proposés.

IMAGE D'UN OBJET DANS LE CAS D'UN DIOPTRE CONVEXE

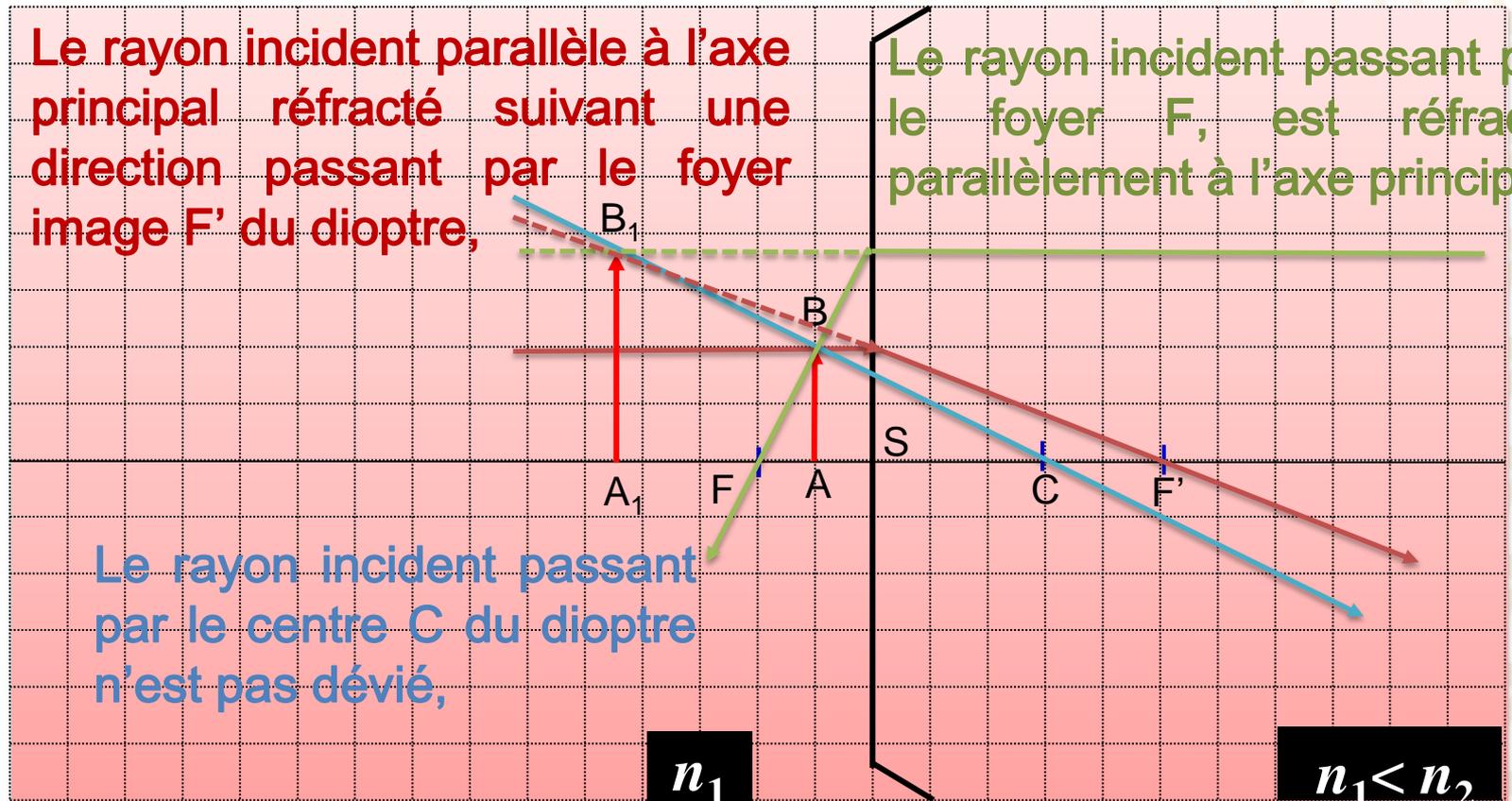
Dioptre convexe convergent : $n_1 < n_2$

Cas n°2 - objet entre F et S

Le rayon incident parallèle à l'axe principal réfracté suivant une direction passant par le foyer image F' du dioptre,

Le rayon incident passant par le foyer F , est réfracté parallèlement à l'axe principal.

Le rayon incident passant par le centre C du dioptre n'est pas dévié,



Remarque : Il suffit de tracer deux rayons parmi les trois qui sont proposés.

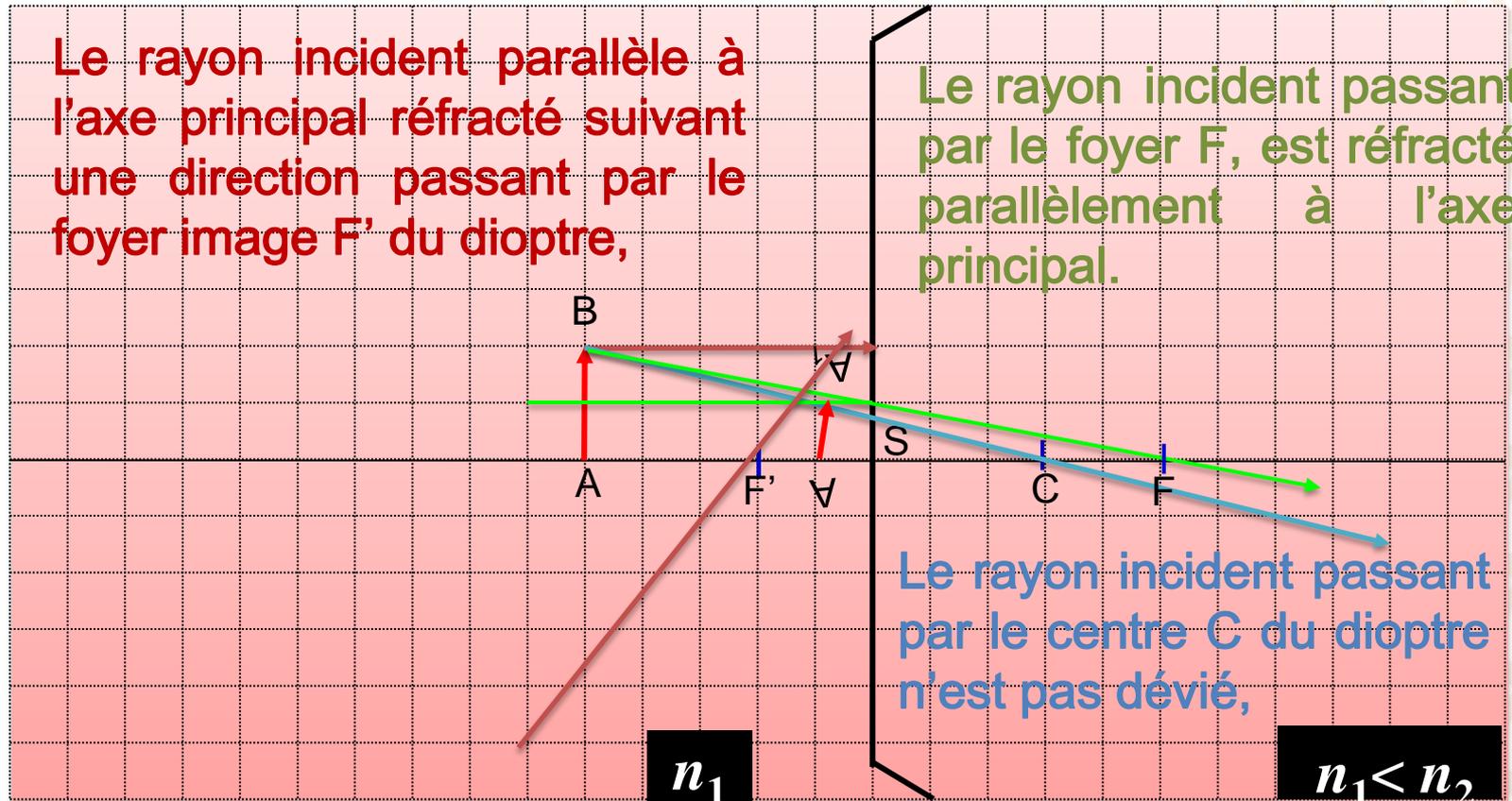
IMAGE D'UN OBJET DANS LE CAS D'UN DIOPTRE CONVEXE

Dioptre convexe divergent : $n_1 > n_2$

Cas n°1 - objet placé avant F

Le rayon incident parallèle à l'axe principal réfracté suivant une direction passant par le foyer image F' du dioptre,

Le rayon incident passant par le foyer F , est réfracté parallèlement à l'axe principal.



Remarque : Il suffit de tracer deux rayons parmi les trois qui sont proposés.

IMAGE D'UN OBJET DANS LE CAS D'UN DIOPTRE CONVEXE

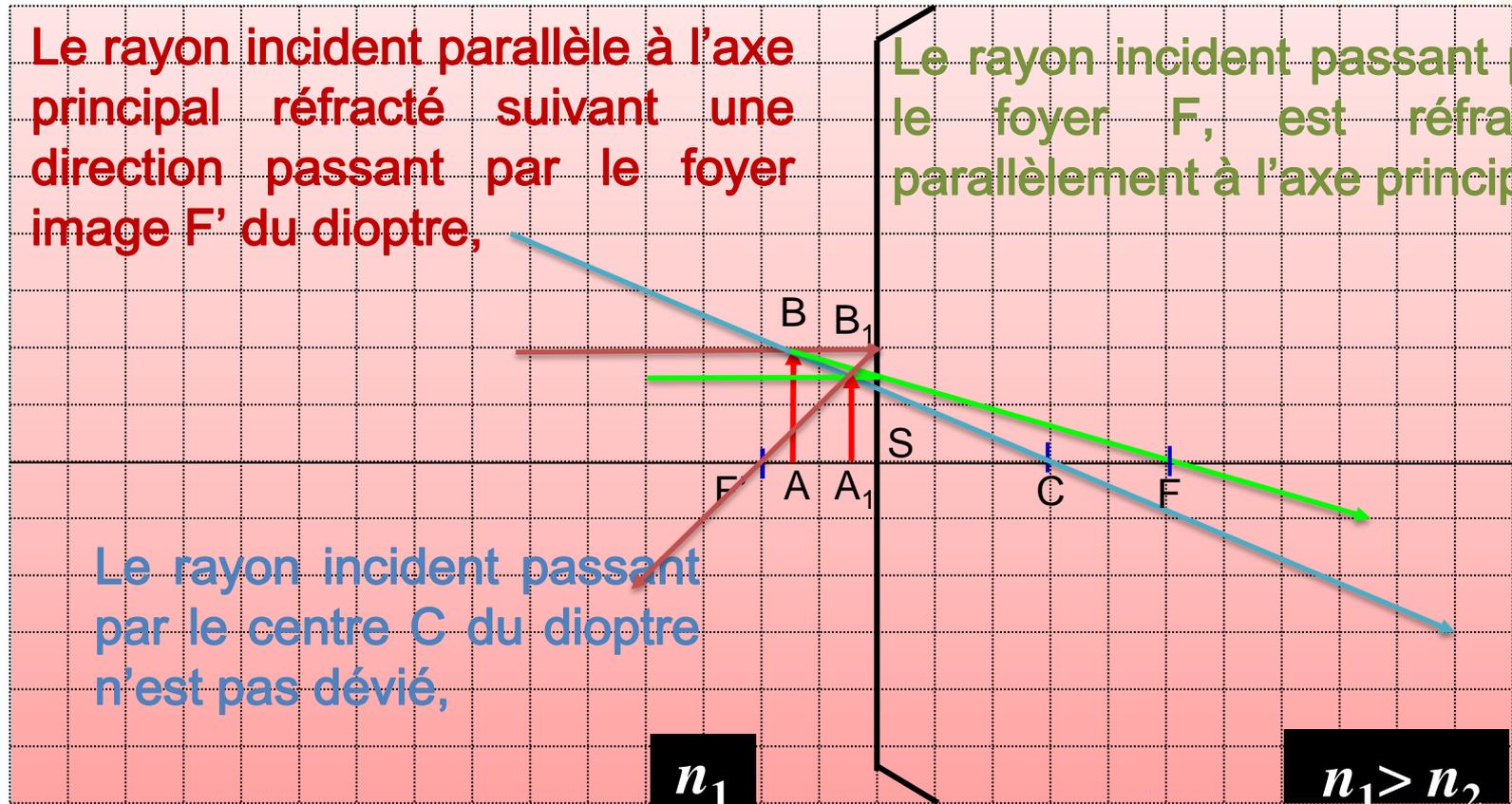
Dioptre convexe divergent: $n_1 > n_2$

Cas n°2 - objet entre F et S

Le rayon incident parallèle à l'axe principal réfracté suivant une direction passant par le foyer image F' du dioptre,

Le rayon incident passant par le foyer F , est réfracté parallèlement à l'axe principal.

Le rayon incident passant par le centre C du dioptre n'est pas dévié,



Remarque : Il suffit de tracer deux rayons parmi les trois qui sont proposés.