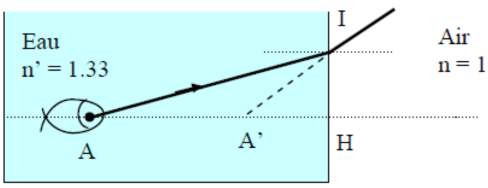
Université Moulay Ismail
Faculté des sciences de Meknès
Département de PHYSIQUE
Pr. Abdelhai RAHMANI
Année universitaire 2019/2020

Travaux Dirigés d'Optique Géométrique
Filière SMPC – Semestre 2
Série n° 2

Exercice 1 : Stigmatisme

On observe un poisson A nageant dans un aquarium rempli d'eau (n'=1.33). On néglige dans les calculs l'épaisseur de l'aquarium. Un rayon lumineux provenant de A arrive en I sur la paroi verticale du bocal avec un angle d'incidence i et émerge dans l'air (n=1) avec un angle de réfraction i', semblant provenir d'un point A'. Soit H la projection orthogonale de A sur la paroi qui constitue la surface de séparation du dioptre, avec AH=20 cm.



1) Montrer qu'on a la relation : $\frac{\overline{HA}}{\overline{HA'}} = \frac{n}{n'} . \frac{\cos i}{\cos i'}$

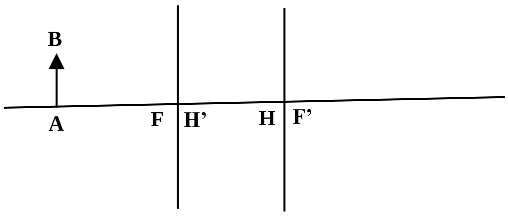
2) En considérant que i et i' sont petits, trouver la nouvelle relation entre HA et HA'.

3) En déduire à quelle distance de la vitre l'observateur voit-il le poisson ? Expliquer pourquoi, dans ce cas, il y a un stigmatisme approché.

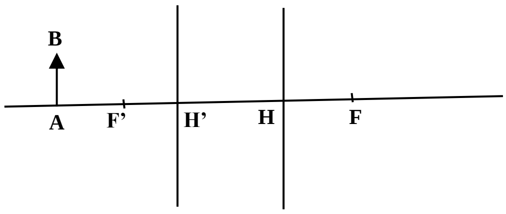
Exercice 2 : Système centré

1) Montrer que les points principaux et les points nodaux correspondants d'un système centré placé dans un milieu d'indice n sont confondus.

2) Construire l'image de l'objet AB dans les deux cas suivants :



Système convergent



Système divergent

Exercice 3 : Système centré dioptrique

On considère deux systèmes centrés dioptriques S_1 et S_2 de points cardinaux suivants : F_1, F_1', H_1, H_1' et F_2, F_2', H_2, H_2'.

1) Déterminer la relation de conjugaison du système S formé par l'association de S_1 et S_2.

2) Déterminer la position des foyers F et F' de S.

Exercice 4 : Miroir plan

1) Déterminer la position et la nature de l'image d'un objet réel à travers un miroir plan. Même question avec un objet virtuel.

2) On considère deux miroirs plans perpendiculaires. Combien d'images possède l'objet A ?

3) Soit un objet situé entre deux miroirs parallèles. Combien d'images possède l'objet ?

4) Un objet réel AB est placé à une distance AH = 20 cm d'un miroir plan. Où se situe l'image A′B′ de AB donnée par le miroir ? et quel est sa nature ?

5) Comparer la taille de A′B′ et de AB.

6) Tracer l'image A′B′ de AB donnée par le miroir en utilisant les rayons lumineux émis par les points A et B et se réfléchissant sur le miroir.

Exercice 5 : Miroir spherique

Monter les propositions suivantes :

1) Un miroir sphérique concave donne toujours une image réelle d'un objet virtuel.

2) L'image réelle d'un objet réel dans un miroir sphérique concave est toujours renversée.

3) Un miroir sphérique convexe donne toujours une image virtuelle d'un objet réel.

4) Un objet AB est placé en face d'un miroir sphérique concave de centre C, de sommet S et de rayon 50 cm. Le point A se trouve à 1 m du sommet S.

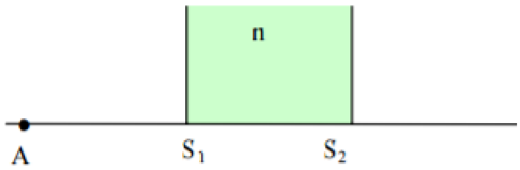
a/ Construire géométriquement l'image A′B′ de AB.

b/ Déterminer la position de A′.

c/ Calculer le grandissement linéaire et préciser la nature de l'image.

Exercice 6 : Association dioptre plan et miroir plan

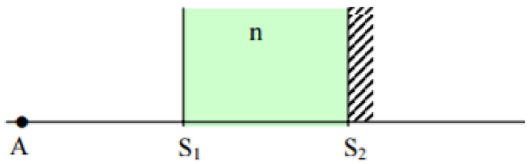
1) On considère un objet A placé à une distance $\overline{S_1A}$ d'une lame à faces parallèles d'épaisseur e = $\overline{S_1S_2}$ d'indice n (n > 1) plongée dans l'air supposé d'indice égal à 1.



a/ Donner l'expression de la distance séparant A de A′ image de A à travers la lame à face parallèle.

b/ Tracer la marche d'un rayon lumineux faiblement incliné par rapport à l'axe optique.

2) On métallise la seconde face de la lame (voir figure).



a/ Trouver la nouvelle image A″ de A à travers ce système optique (pour cela, on déterminera les images successives de A par le dioptre, le miroir et le dioptre).

b/ Tracer la marche d'un rayon lumineux faiblement incliné par rapport à l'axe optique.

c/ Déterminer la position du miroir M′ équivalent au système précédent, A et A″ occupant les mêmes positions.

Exercice 7 : Dioptre sphérique

Un dioptre sphérique concave de sommet S et de rayon R sépare deux milieux d'indices n_1 et n_2.

1) Monter que les points principaux H et H' du dioptre sphérique sont confondus avec son sommet.

2) Monter que les points principaux N et N' du dioptre sphérique sont confondus.

3) Déterminer les positions des foyers F et F' et déduire leur nature. On donne n_1=1.5 et n_2=1

4) Construire géométriquement l'image d'un objet réel perpendiculaire à l'axe du dioptre dans les deux cas suivants : SA=4R et SA=2R.

5) Calculer le grandissement linéaire pour chacun de ces cas.

Exercice 8 : Association dioptre plan – dioptre sphérique

On considère le système, formé par l'association d'un dioptre plan et d'un dioptre sphérique de verre d'indice n, d'épaisseur HS. On appelle R le rayon de courbure de la face sphérique de sommet S. La face d'entrée de la lumière est la face plane.

1) Donner les positions des foyers image et objet de ce système par rapport au sommet S du dioptre sphérique.

2) Quelle est sa distance focale si son épaisseur HS est très petite ?

3) Où sont les foyers si la face d'entrée est la face sphérique ?

Données : n = 1,5; R = 10 cm ; HS = 1,5 cm.

Université Moulay Ismail
Faculté des sciences de Meknès
Département de PHYSIQUE
Pr. Abdelhai RAHMANI

Travaux Dirigés d'Optique Géométrique
Filière SMPC – Semestre 2
Corrigé de la série n° 2

Exercice 1 : Stigmatisme

1. On a : $\text{tg}\, i = \dfrac{HI}{\overline{AH}}$ et $\text{tg}\, i' = \dfrac{HI}{\overline{A'H}}$ d'où $\dfrac{\overline{AH}}{\overline{A'H}} = \dfrac{\text{tg}\, i'}{\text{tg}\, i}$

Par ailleurs, on a : $n \sin i = n' \sin i'$.

Par suite, on a/ $\dfrac{\overline{AH}}{\overline{A'H}} = \dfrac{n \cos i}{n' \cos i'}$.

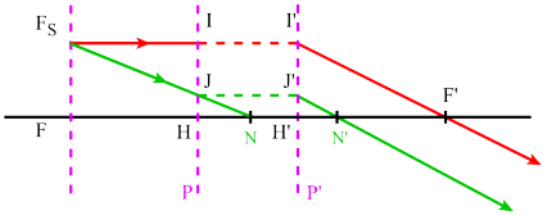
2. Au premier ordre en i, on a $\cos i \cong 1$ d'où : $\dfrac{\overline{AH}}{\overline{A'H}} = \dfrac{n}{n'}$.

3. On a $\overline{AH'} = \dfrac{n'}{n}\overline{AH}$, donc A'H=15 cm.

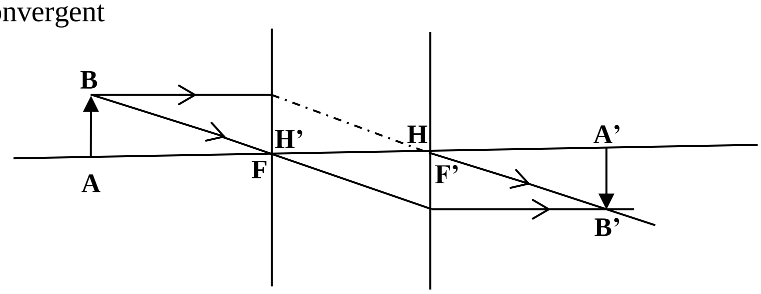
Dans ce cas, la position de A' ne dépend pas de I donc tous les rayons issus de A ayant une faible incidence émergeront en semblant provenir du point A'. Il y a donc un stigmatisme approché.

Exercice 2 : Système centré

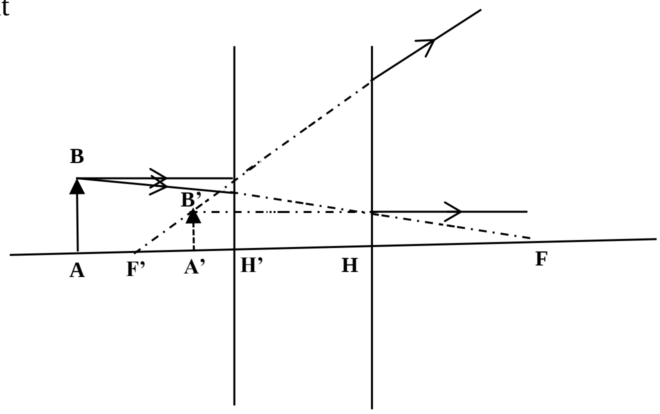
1) On a $\overline{HN} = \overline{HF} + \overline{FN} = \overline{HF} + \overline{H'F'} = f + f'$
Lorsque les milieux extrêmes sont identiques : $f = -f'$
donc $\overline{HN} = 0 \Rightarrow$ H≡N
On a $\overline{H'N'} = \overline{H'F'} + \overline{F'N'} = \overline{H'F'} + \overline{HF} = f' + f$
Puisque : $f = -f'$ alors $\overline{H'N'} = 0 \Rightarrow$ H'≡N'



2) Système convergent



Système divergent



Exercice 3 : Système centré dioptrique

1) Objet A $\xrightarrow{S_1}$ Image A_1 $\xrightarrow{S_2}$ image A'
La relation de conjugaison du système S revient à trouver une relation entre les positions de A et A'.
Les relations de conjugaison des deux systèmes centrés sont :

$$\overline{F_1A}.\overline{F_1'A_1} = \overline{H_1F_1}.\overline{H_1'F_1'} \text{ pour } S_1$$

$$\overline{F_2A_1}.\overline{F_2'A'} = \overline{H_2F_2}.\overline{H_2'F_2'} \text{ pour } S_2$$

On a $\overline{F_1'A_1} = \overline{F_1'F_2} + \overline{F_2A_1} \Rightarrow \overline{F_1A}.(\overline{F_1'F_2} + \overline{F_2A_1}) = \overline{H_1F_1}.\overline{H_1'F_1'}$

et $\overline{F_2A_1} = \frac{\overline{H_2F_2}.\overline{H_2'F_2'}}{\overline{F_2'A'}} \Rightarrow \overline{F_1A}.(\overline{F_1'F_2} + \frac{\overline{H_2F_2}.\overline{H_2'F_2'}}{\overline{F_2'A'}}) = \overline{H_1F_1}.\overline{H_1'F_1'}$

Cette relation entre les positions de A et A' est l'équation du conjugaison du système S.

2) Position du foyer objet F et foyer image F' du système S
Le foyer image F' correspond à un objet situé à l'infini : on fait tendre A vers l'infini

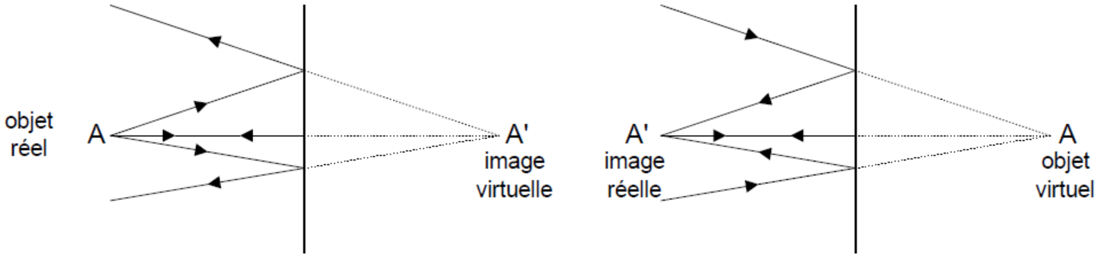
$$\text{On obtient } \overline{F_2'F'} = -\frac{\overline{H_2F_2}.\overline{H_2'F_2'}}{\overline{F_1'F_2}}$$

Le foyer objet F correspond à une image situé à l'infini : on fait tendre A' vers l'infini

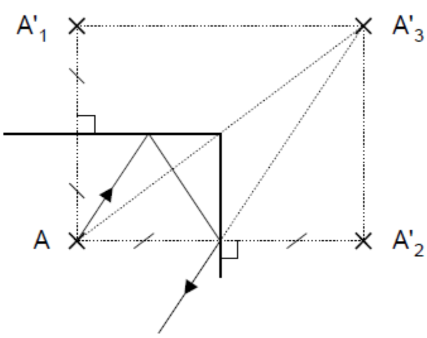
$$\text{On obtient } \overline{F_1F} = \frac{\overline{H_1F_1}.\overline{H_1'F_1'}}{\overline{F_1'F_2}}$$

Exercice 4 : Miroir plan

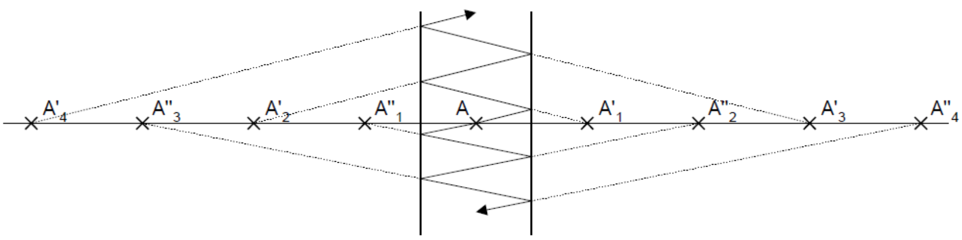
1) Image et objet sont symétriques par rapport au miroir :



2) L'objet (réel) possède 3 images virtuelles. A_1' et A_2' sont obtenues par simple réflexion comme dans la question précédente ; A_2' est obtenue par double réflexion.



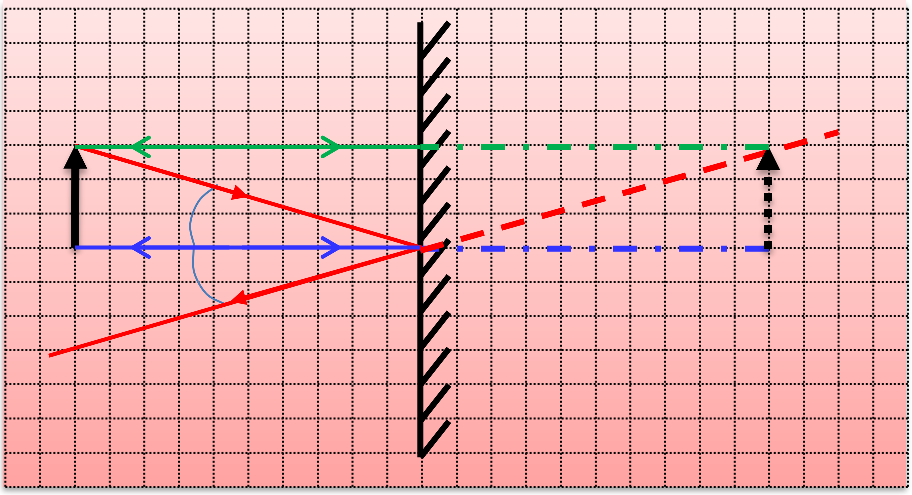
3) L'objet (réel) A possède une infinité d'images (virtuelles).



4) Relation de conjugaison pour un miroir plan : $\overline{HA} + \overline{HA'} = 0 \Rightarrow \overline{HA'} = -\overline{HA} = 20\ cm$
Pour un miroir plan, l'objet et son image sont toujours de nature différente. Si l'un est réel, l'autre est virtuel et inversement.
Donc l'image A′B′ de AB donnée par le miroir est virtuelle.

5) L'image d'un objet par un miroir plan est le symétrique de cet objet par rapport au plan du miroir. Donc la taille de l'image A'B' est égale à la taille de l'objet AB : AB = A'B'

6) Représentation de l'image A'B' de l'objet réel AB



Exercice 5 : Miroir spherique

1) Montrons qu'un miroir sphérique concave donne toujours une image réelle d'un objet virtuel.
La relation de conjugaison d'un miroir sphérique avec origine au sommet est :

$$\boxed{\frac{1}{\overline{SA'}}+\frac{1}{\overline{SA}}=\frac{2}{\overline{SC}}}$$

Le miroir est concave donc $\overline{SC} < 0$, l'objet est virtuelle donc $\overline{SA} > 0 \Rightarrow \overline{SA'} < 0$
D'où l'image est réelle.

2) Montrons que l'image réelle d'un objet réel dans un miroir sphérique concave est toujours renversée.
Le miroir est concave donc $\overline{SC} < 0$, l'objet est réel donc $\overline{SA} < 0$ et l'image réelle donc $\overline{SA'} < 0$
Le grandissement linéaire pour un miroir sphérique donné par :

$$\gamma = -\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}} < 0$$

3) Montrons qu'un miroir sphérique convexe donne toujours une image virtuelle d'un objet réel.
Le miroir est convexe donc $\overline{SC} > 0$, l'objet est réel donc $\overline{SA} < 0$
D'après la relation du conjugaison on a :

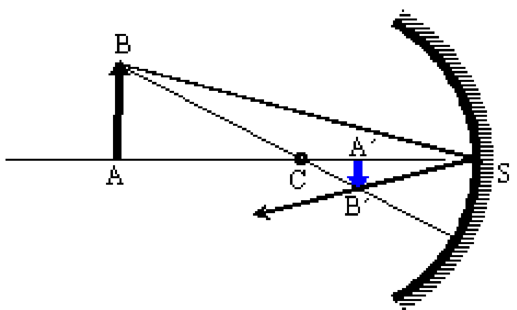
$$\boxed{\frac{1}{\overline{SA'}}+\frac{1}{\overline{SA}}=\frac{2}{\overline{SC}}}$$

Il y a deux éventualités: $\overline{SA'} < 0 \Rightarrow 2.\overline{SA'} > \overline{SC} > 0$ $(impossible)$

$ou\ \overline{SA'} > 0 \Rightarrow 2.\overline{SA'} < \overline{SC}$ $(c'estle\ seul\ cas\ possible)$

Donc l'image d'un objet réel par un miroir sphérique convexe est virtuelle.

4) Un objet AB est placé en face d'un miroir sphérique de centre C, de sommet S et de rayon 50 cm. Le point A se trouve à 1 m du sommet S.
a/ Construction géométrique de l'image A′B′ de AB.



b/ Position de l'image A'B'.

$\overline{SA} = -1\text{m}$ et $\overline{SC} = -1/2\ \text{m}$

En appliquant la relation de conjugaison d'un miroir sphérique : $\boxed{\frac{1}{\overline{SA'}} + \frac{1}{\overline{SA}} = \frac{2}{\overline{SC}}}$

on trouve que :

$\overline{SA'} = -1/3\text{m}$

c/ Grandissement linéaire est donnée par :

$$\boxed{\gamma = -\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}} = -\frac{1}{3}}$$

L'image est réelle, plus petite que l'objet et inversée.

Exercice 6 : Association dioptre plan et miroir plan

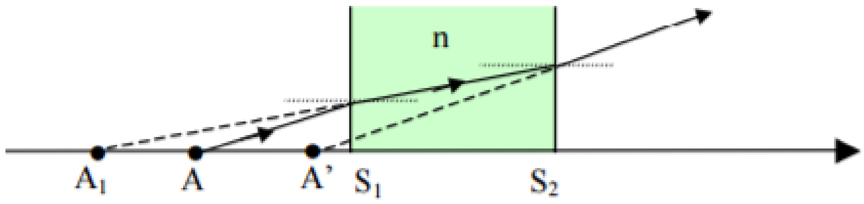
1) a/ Objet A $\longrightarrow$ Image $A_1 \longrightarrow$ image A′

Relation de conjugaison pour le dioptre S_1 donne : $\frac{\overline{S_1A_1}}{n} = \overline{S_1A}$ (1)

Relation de conjugaison pour le dioptre S_1 donne : $\frac{\overline{S_2A_1}}{n} = \overline{S_2A'}$ (2)

(1)-(2) $\Rightarrow \frac{\overline{S_1S_2}}{n} = \overline{S_1S_2} + \overline{A'A} \Rightarrow \overline{AA'} = e(1 - \frac{1}{n})$

b/ Marche d'un rayon lumineux



2) a/ Image A″ de A :

Objet A $\longrightarrow$ Image $A_1 \longrightarrow$ Image $A_2 \longrightarrow$ image A″

Relation de conjugaison pour le dioptre S_1 donne : $\frac{\overline{S_1A_1}}{n} = \overline{S_1A} \Rightarrow \overline{S_1A_1} = n.\overline{S_1A}$

Relation de conjugaison pour le miroir plan S_2 donne : $\overline{S_2A_2} = -\overline{S_2A_1} = -(\overline{S_2S_1} + \overline{S_1A_1})$

Soit $\overline{S_2A_2} = e - n.\overline{S_1A}$

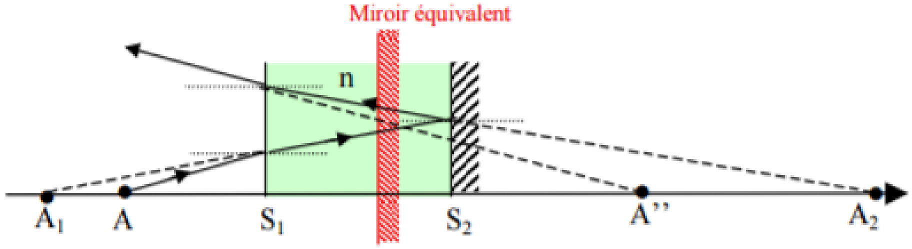
Le dioptre S_1 donne : $\frac{\overline{S_1A_2}}{n} = \overline{S_1A''} \Rightarrow \overline{S_1A''} = \frac{\overline{S_1S_2} + \overline{S_2A_2}}{n} = \frac{2e - n.\overline{S_1A}}{n}$

Soit $\overline{S_1A''} = \frac{2e}{n} - \overline{S_1A}$

La distance $\overline{AA''}$ est donc : $\overline{AA''} = \overline{AS_1} + \overline{S_1A''} = \overline{AS_1} + \frac{2e}{n} - \overline{S_1A}$

$$\overline{AA''} = 2(\overline{AS_1} + \frac{e}{n})$$

b/ Marche d'un rayon lumineux faiblement incliné par rapport à l'axe optique



c/ Miroir équivalent

Le miroir équivalent doit être placé à une distance $\overline{AS_1} + \frac{e}{n}$ de A ou à une distance $\frac{e}{n}$ de S_1.

Exercice 7 : Dioptre sphérique

1) Les points principaux H et H′ sont les points conjugués de l'axe pour lesquels $\gamma = 1$

$$\gamma = \frac{\overline{CH'}}{\overline{CH}} = +1 \qquad \Rightarrow \qquad H \equiv H' \quad \text{H et H sont confondus}$$

D'après la relation du conjugaison on a : $\frac{n_1}{\overline{CH'}} - \frac{n_2}{\overline{CH}} = \frac{n_1 - n_2}{\overline{CS}}$

$$\Rightarrow \overline{CH} = \overline{CS} \Rightarrow H \equiv S$$

2) On sait que $\overline{NF} = -\overline{H'F'}$ *et* $\overline{N'F'} = -\overline{HF}$

On a $\overline{HN} = \overline{HF} + \overline{FN} = \overline{HF} + \overline{H'F'} = \overline{N'F'} + \overline{H'F'} = \overline{H'N'}$

Puisque $H \equiv H'$ (dioptre sphérique) alors $N \equiv N'$

3) Positions des foyers objet F et image F'

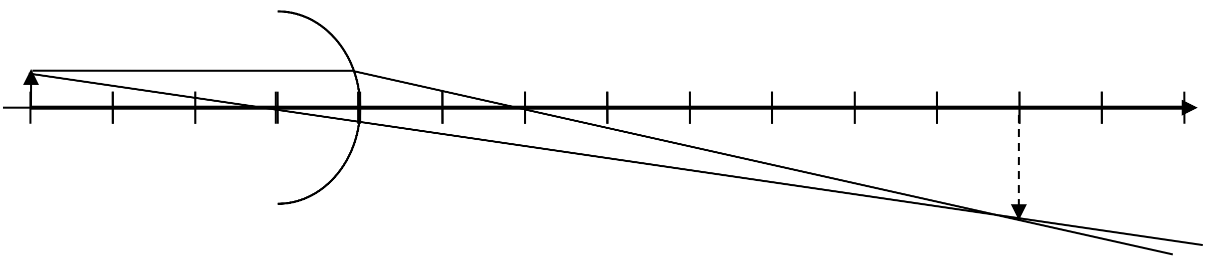
Equation de conjugaison du dioptre sphérique $\frac{n_2}{\overline{SA'}} - \frac{n_1}{\overline{SA}} = \frac{n_2 - n_1}{\overline{SC}}$

Foyer image (objet à l'infini) $\frac{n_1}{\overline{SA}} \to 0 \Rightarrow \overline{SF'} = \frac{n_2}{n_2 - n_1}\overline{SC} \Rightarrow f' = 2R$

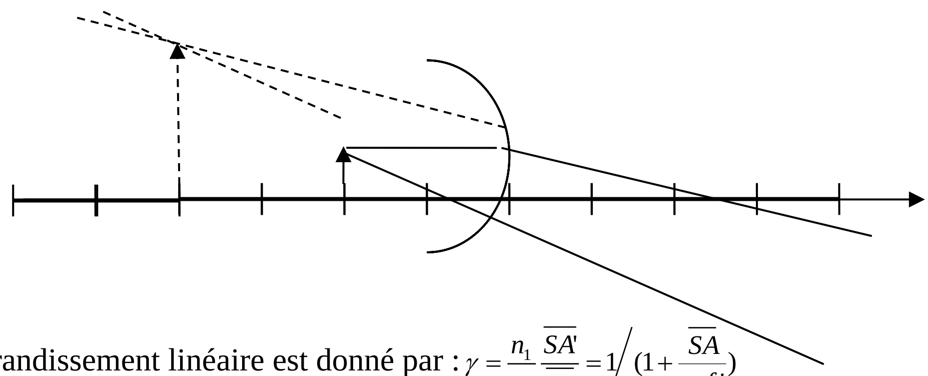
Les foyers objet et image sont réels.

4) Construction géométriquement de l'image d'un objet réel perpendiculaire à l'axe du dioptre.

Cas où SA=4R



Cas où SA=2R.



5) le grandissement linéaire est donné par : $\gamma = \frac{n_1}{n_2}\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}} = 1 \Big/ \left(1 + \frac{\overline{SA}}{n_1 f'}\right)$

Pour $\overline{SA} = -\ 4R \Rightarrow \gamma = \dfrac{1}{1 + \dfrac{-4R}{1.5 \times 2R}} = -3$, pour $\overline{SA} = -2R \Rightarrow \gamma = \dfrac{1}{1 + \dfrac{-2R}{1.5 \times 2R}} = 3$,

Exercice 6 :Association dioptre plan – dioptre sphérique

Il s'agit de l'association d'un dioptre plan et d'un dioptre sphérique convexe dont l'indice optique est n et son épaisseur HS.

1) La face d'entrée de la lumière est la face plane.

$$A \xrightarrow[\text{plan}]{\text{dioptre}} A_1 \xrightarrow[\text{sphérique}]{\text{dioptre}} A'$$

pour le dioptre plan $\dfrac{n}{\overline{HA_1}} - \dfrac{1}{\overline{HA}} = 0 \qquad (1)$

pour le dioptre sphérique $\dfrac{1}{\overline{SA'}} - \dfrac{n}{\overline{SA_1}} = \dfrac{1-n}{\overline{SC}} \qquad (2)$

Foyer objet F ?

$$F \xrightarrow[\text{plan}]{\text{dioptre}} A_1 \xrightarrow[\text{sphérique}]{\text{dioptre}} A'(\infty)$$

$$\overline{SA'} = \infty \Rightarrow \overline{SA_1} = \frac{n}{n-1}\overline{SC}$$

la relation (1) $\Rightarrow \dfrac{1}{\overline{HF}} = \dfrac{n}{\overline{HA_1}} = \dfrac{n}{\overline{HS}+\overline{SA_1}} = \dfrac{n}{\overline{HS}+\dfrac{n}{n-1}\overline{SC}} = \dfrac{n(n-1)}{(n-1)\overline{HS}+n\overline{SC}}$

$$\Rightarrow \overline{HF} = \frac{(n-1)\overline{HS}+n\overline{SC}}{n(n-1)} \Rightarrow \overline{SF} = \frac{1-n}{n}\overline{HS} + \frac{1}{n-1}\overline{SC} \Rightarrow \overline{SF} = \frac{1-1,5}{n}1,5 + \frac{1}{1,5-1}(-10)$$

$$\Rightarrow \boxed{\overline{SF} = -20,5\,\text{cm}}$$

Foyer image F' ?

$$A(\infty) \xrightarrow[\text{plan}]{\text{dioptre}} A_1 \xrightarrow[\text{sphérique}]{\text{dioptre}} F'$$

$$\overline{HA} = \infty \Rightarrow \overline{HA_1} = \infty \Rightarrow \overline{SA_1} = \infty$$

la relation (2) $\Rightarrow \dfrac{1}{\overline{SF'}} = \dfrac{1-n}{\overline{SC}} \Rightarrow \overline{SF'} = \dfrac{\overline{SC}}{1-n} \Rightarrow \overline{SF'} = \dfrac{R}{n-1} \Rightarrow \boxed{\overline{SF'} = 20\ \text{cm}}$

2) Si $\overline{HS}$ est très petite, on retrouve une lentille mince.

$$\overline{SF'} = -\overline{SF} = \frac{\overline{SC}}{1-n} \Rightarrow \boxed{\overline{SF'} = -\overline{SF} = 20\ \text{cm}}$$

3) Si la face d'entrée est la face sphérique, alors (en appliquant la principe du retour inverse de la lumière) les rôles joués par les foyer calculés en **1)** s'inversent.

$\overline{SF} = 20\ \text{cm}$ et $\overline{SF'} = 20,5\ \text{cm}$