Université My Ismaïl Année universitaire 2019-2020

Faculté des Sciences

Département de Physique

**Série 3 (mécanique quantique SMP)**

**Exercice 1 : Particule dans un puits semi-infini**

Une particule de masse m et d’énergie E est soumise à un potentiel U(x) semi-infini tel

que :



1- Tracer l’allure de U(x) ; U0 étant positif.

2- Ecrire l’équation de Schrödinger indépendante du temps dans chacune des régions.

On désigne par la fonction d’onde dans la région i ; (i=1,2).

3- Dans la suite, on considère le cas où 0<E< U0.

a- Donner la solution générale de  et montrer qu’elle peut s’écrire :

 On précisera l’expression du vecteur d’onde k1. A étant une constante.

b- Justifier que dans la région 2, décrit une "onde" évanescente de la forme :

. Préciser l’expression de k2. B étant une constante.

c- Utiliser les conditions de continuité au point x=a et donner la relation liant k1 et k2.

3- a- Quelle est la densité de probabilité $ρ\left(x\right)$de trouver la particule dans la région 2.

b- Déterminer la profondeur de pénétration x0 de la particule dans cette région.

$ρ\left(x\_{0}\right)=\frac{ρ\left(a\right)}{e}$ (e base logarithmique).

4- On fait tendre maintenant U0 vers l’infini.

a- Que deviennent $ρ\left(x\right)$ et la profondeur x0.

b- Montrer que l’énergie de la particule est quantifiée.

**Exercice 2 : particule dans un puits de potentiel infini. Examen (SMC- SMP 2019**

Une particule de masse m et d’énergie E est confinée entre deux murs rigides tel que :

$V\left(x\right)=0, 0\leq x\leq a$ (région II)

$$V\left(x\right)=\infty , x<0,(région I)$$

$$V\left(x\right)=\infty , a<x(région III)$$

1-Tracer l’allure de V(x).

2-Montrer que la particule ne peut pas se trouver dans la région I et II.

3-Ecrire l’équation de Schrödinger dans la région II.

4-Donner la solution générale de cette équation.

5- Ecrire les conditions de raccordements aux points de discontinuité du potentiel.

a-Calculer la fonction d’onde $ψ(x)$.

b-Calculer le vecteur d’onde k et la longueur d’onde λ.

6- Montrer que l’énergie de la particule est quantifiée.

7-Calculer la constante de normalisation.

8-la particule est dans l’état $∅\left(x,t\right)=ψ\left(x\right)exp\left(-\frac{iEt}{ℏ}\right)^{}$déterminer les valeurs moyennes de la position$\left〈x\right〉$ et de l’impulsion $\left〈p\right〉$.

8-Calculer l’incertitude $Δx$ sur la position x et l’incertitude $Δp$ sur l’impulsion.

9- Montrer que la relation d’incertitude de Heisenberg est satisfaite.

**Exercice 3 Examen (SMC-2018)**

Une particule de masse m est restreinte à se déplacer dans le potentiel U(x) défini par :

$$U\left(x\right)=\left\{\begin{array}{c}U\_{0}δ\left(x\right), \left|x\right|<a\\\infty ,\left|x\right|>a\end{array}\right.$$

Où U0 est une constante positive 

1. Ecrire l’équation de Schrödinger. On notera par $ψ\left(x\right)$ la fonction d’onde associée à l’énergie E de la particule.

2. Que devient cette équation dans le cas où x $\ne $0. Donner l’expression générale de la fonction d’onde $ψ\left(x\right)$ solution de cette équation.

3. Montrer que les fonctions d’onde $ψ\_{I}\left(x\right)$ et $ψ\_{II}\left(x\right)$ relatives aux deux régions peuvent s’écrire

$ψ\_{I}\left(x\right)=C\_{I}sink\left(x+a\right) $et $ψ\_{II}\left(x\right)=C\_{II}sink\left(x-a\right)$

On précisera les expressions de CI et CII.

4. Pour un tel potentiel, on admait qu’au point x=0, la dérivée première de la fonction d’onde subit la discontinuité :



En utilisant cette condition et la continuité de la fonction d’onde en **x=0**, montrer qu’on a une relation de la forme :



On explicitera y et $γ$ en fonction des données du problème.

5. Pour $γ$ <<1, on a : avec n un entier. Trouver l’énergie de l’état fondamental et celle du 1er état excité associées aux fonctions d’ondes ci-dessus.

**On rappelle que** $δ\left(x\right)=0 pour x\ne 0$