

Série N° 2 : Milieux aimantés

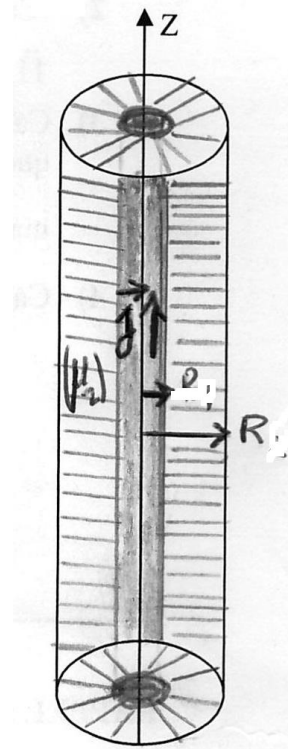
Exercice 1 : (Partie de l'examen de la session ordinaire, juin 2011)

Un matériau magnétique parfait, de perméabilité magnétique relative μ_r , est limité par deux surfaces cylindriques, de rayon externe R ,

de rayon interne a et de hauteur ℓ . Un courant réel, distribué avec une densité volumique \vec{j} uniforme, parcourt le cylindrique de rayon a parallèlement à l'axe $Z'Z$. L'aimantation du milieu est définie, en un point $M(r, \theta, z)$ de son

volume, par $\vec{J}(M) = \frac{(\mu_r - 1)I}{2\pi r} \cdot \vec{e}_\theta$ dans la base cylindrique $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z)$

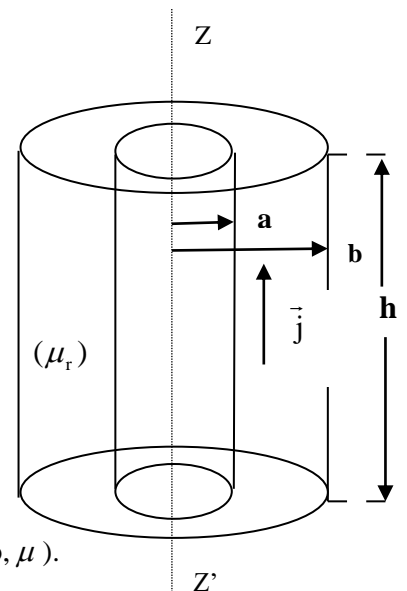
- 1) Déterminer les vecteurs densités des courants fictifs d'aimantation.
- 2) - Calculer les intensités des courants fictifs volumique I_v et surfacique I_s en fonction de μ_r et I .
 - Vérifier que le courant fictif d'aimantation total est nul.
- 3) En appliquant le théorème d'Ampère, déterminer les champs $\vec{B}(M)$ et $\vec{H}(M)$ créés en tout point M de l'espace.



Exercice 2 : (Partie de l'examen de la session rattrapage, juillet 2013)

Un milieu magnétique parfait, de perméabilité magnétique relative μ_r , est limité par deux surfaces cylindriques (S_1) et (S_2) de même axe $Z'Z$, de hauteur h et de rayons respectifs a et b . Ce volume magnétique est parcouru par un courant électrique volumique réel de densité volumique $\vec{j} = j \cdot \vec{e}_z$ uniforme.

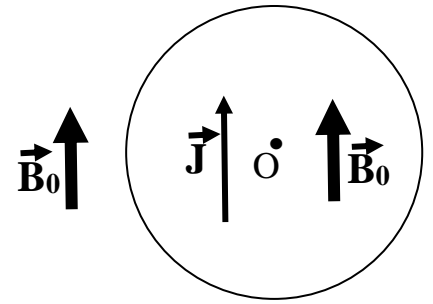
- 1) Montrer que le champ magnétique s'écrit dans la base cylindrique $\vec{H}_{tot}(M) = H_\theta(r) \cdot \vec{e}_\theta$. (r est la distance du point M à l'axe $Z'Z$.)
- 2) Exprimer la densité volumique du courant réel \vec{j} en fonction de a , b et de l'intensité I du courant réel total.
- 3) a- En utilisant le théorème d'Ampère généralisé, déterminer l'excitation magnétique \vec{H} en tout point M de l'espace.
 b- En déduire le champ d'induction magnétique correspondant.
- 4) Déterminer le vecteur aimantation $\vec{J}(M)$ de ce milieu aimanté.
- 5) a- Déterminer les distributions de courant fictif d'aimantation.
 b- Calculer les courants fictifs correspondants en fonction de (h, I, a, b, μ) .



Exercice 3 :

Un matériau magnétique parfait (l, h, i) de forme sphérique de centre O , de rayon R et de perméabilité magnétique relative μ_r , ne contenant aucun courant réel, est soumis à un champ d'induction magnétique uniforme $\vec{B}_0 = B_0 \cdot \vec{e}_z$ parallèle à la direction OZ . Son aimantation induite est uniforme $\vec{J} = J \cdot \vec{e}_z$.

- 1) Déterminer les densités des courants fictifs d'aimantation.
- 2)
 - a- Calculer le champ d'induction magnétique \vec{B}_d^i en un point M à l'intérieur de la sphère aimantée où il est supposé uniforme) ainsi que l'excitation magnétique \vec{H}_d^i .
 - b- En déduire les champs \vec{B}_{tot}^i et \vec{H}_{tot}^i et \vec{J} en fonction du champ appliqué \vec{B}_0 .



- 3) Calculer le champ d'induction et l'excitation magnétiques à l'extérieur de la sphère en admettant que celle-ci est équivalente à un dipôle magnétique situé en son centre O et de moment magnétique $\vec{m} = \frac{4}{3} \pi R^3 \vec{J}$.
- 4) Calculer l'énergie magnétique W_m emmagasinée dans le volume magnétique.

Exercice 4 :

Un matériau ferromagnétique possède un cycle d'hystérésis d'équation :

$$B = (a + b H_m) H + b (H_m^2 - H^2) \quad \text{pour une branche du cycle}$$

$$B = (a + b H_m) H - b (H_m^2 - H^2) \quad \text{pour l'autre branche}$$

où a et b sont des constantes.

- 1) Représenter le cycle d'hystérésis.
- 2) Déterminer le champ rémanent B_r .
- 3) Déterminer l'excitation magnétique coercitive H_c .
- 4) Calculer la perméabilité magnétique instantanée $\mu = \frac{dB}{dH}$.
- 5) Déterminer l'énergie magnétique perdue au cours d'un cycle de ce matériau.

Rappel :

- En coordonnées cylindriques pour un champ de vecteurs $\vec{A}(A_r, A_\theta, A_z)$:

$$\text{rot } \vec{A} = \left(\frac{1}{r} \frac{\partial A_z}{\partial \theta} - \frac{\partial A_\theta}{\partial z} \right) \vec{e}_r + \left(\frac{\partial A_r}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial r} \right) \vec{e}_\theta + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial(r \cdot A_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial A_r}{\partial \theta} \right) \vec{e}_z$$