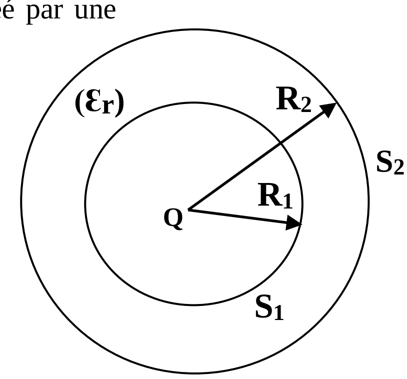
UNIVERSITE MOULAY ISMAIL
FACULTE DES SCIENCES
DEPARTEMENT DE PHYSIQUE

Année Universitaire 2023/2024
SMP-S4
Module : Electricité 3

Série N° 1 : Milieux diélectriques

Exercice 1 :

On considère un milieu diélectrique linéaire, homogène et isotrope de permittivité diélectrique ε_r, limité par deux surfaces sphériques (S_1) et (S_2) de même centre O et rayons respectifs R_1 et R_2. Le milieu est polarisé sous l'action du champ électrique $\vec{E}_0$ créé par une charge électrique ponctuelle q, réelle et positive, placée au centre O.



1) Montrer que le champ électrique, en tout point $M(r,\theta,\varphi)$ dans la base sphérique ($(\vec{e}_r,\vec{e}_\theta,\vec{e}_\varphi)$ est de la forme $\vec{E}(M)=E(r).\vec{e}_r$.

2) En appliquant le théorème de Gauss généralisé, déterminer l'induction électrique $\vec{D}(M)$ et le champ électrique total $\vec{E}(M)$ créés en tout point M de l'espace.

3) En rappelant le champ électrique créé par une charge ponctuelle q en un point de l'espace, déduire le champ dépolarisant $\vec{E}_d(M)$ en tout point de l'espace.

4) Déterminer l'expression du vecteur polarisation $\vec{P}(M)$ du milieu.

5) **a-** Calculer les densités des charges fictives de polarisation.
b- Calculer les charges fictives correspondantes.

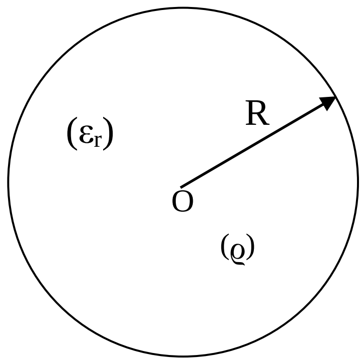
6) Déterminer l'énergie électrostatique W_e emmagasinée dans le volume diélectrique.

Exercice 2 :

Un milieu diélectrique linéaire, homogène et isotrope, de permittivité diélectrique relative ε_r, de forme sphérique (centre O, rayon R), est polarisé sous l'action d'un champ électrique créé par une charge volumique réelle répartie dans le volume du milieu diélectrique avec une densité ρ (uniforme). On désignera par Q la charge réelle totale contenue dans le volume sphérique de rayon R.

1) Montrer que le champ électrique créé par cette distribution est radial et son module ne dépend que de la distance r du point M au centre O : $\vec{E}(M)=E_r(r).\vec{e}_r$.

2) **a-** En appliquant le théorème de Gauss généralisé, à une surface bien choisie, Déterminer le champ d'induction électrique $\vec{D}(M)$ en tout point M de l'espace.
b- En déduire le champ électrique $\vec{E}(M)$.

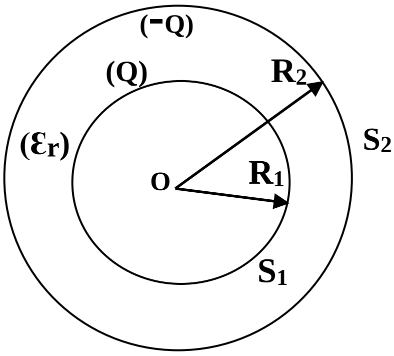


3) Déterminer l'expression du vecteur polarisation $\vec{P}(M)$.
a- Calculer les densités de charge fictives de polarisation.
b- Calculer les charges fictives volumique et surfacique et montrer que la charge fictive totale est nulle.

4) Ecrire l'expression de la densité volumique d'énergie électrostatique ω_e, puis calculer l'énergie W_e emmagasinée dans le volume diélectrique.

Exercice 3 :

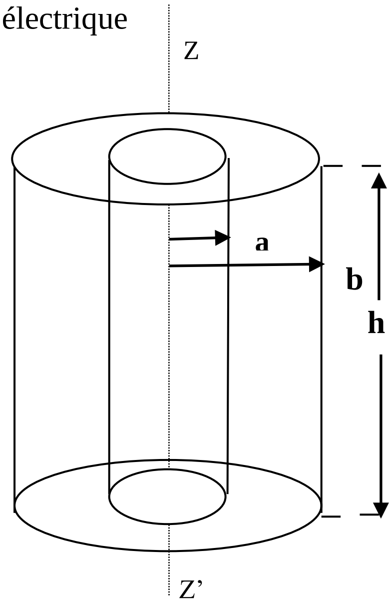
Un milieu diélectrique linéaire, homogène et isotrope (l.h.i.) de permittivité électrique ε_r, est limité par deux conducteurs sphériques (S_1) et (S_2) de même centre O er de rayons respectifs R_1 et R_2 $(R_1 < R_2)$. Les deux surfaces regard de (S_1) et (S_2) portent des charges réelles (+Q) et (-Q). Sous l'action du champ appliqué créé par ces charges réelles, le milieu diélectrique possède une polarisation de la forme $\vec{P}(M) = \frac{(\varepsilon_r - 1)Q}{4\pi\varepsilon_r r^2}\vec{e}_r$ où r est la distance du point $M(r, \theta, \varphi)$ au centre O.



1) Déterminer les distributions de charge fictive de polarisation.
2) Calculer les charges électriques fictives de polarisation. Montrer Que la charge fictive totale est nulle.
3) En appliquant le théorème de Gauss à une surface sphérique de centre O et rayon r, déterminer le champ $\vec{E}(M)$ et l'induction électrique $\vec{D}(M)$ en tout point M de l'espace.
4) Déterminer l'énergie électrostatique stockée dans le milieu diélectrique

Exercice 4 :

Un milieu diélectrique parfait, de permittivité diélectrique relative ε_r, est limité par deux surfaces cylindriques de même axe ZZ' et de même hauteur h: une surface externe (S_2) de rayon b et une surface interne (S_1) de rayon a. Le volume cylindrique interne, de rayon a et de hauteur h, contient une charge électrique volumique réelle Q répartie avec une densité ρ uniforme. La polarisation du milieu est induite par le champ électrique créé par la charge réelle.



1) Exprimer la densité volumique de charge réelle ρ en fonction du rayon a et de la charge électrique réelle Q.
2) -En appliquant le théorème de Gauss généralisé déterminer l'induction électrique $\vec{D}(M)$ en tout point M de l'espace.
-En déduire le champ électrique $\vec{E}(M)$.
3) Déterminer le vecteur polarisation $\vec{P}(M)$ dans le milieu
4) Déterminer les densités de charge fictive de polarisation.
5) Calculer les charges fictives et montrer que la charge fictive Totale est nulle.
6) Calculer l'énergie électrostatique W_e emmagasinée dans le milieu diélectrique.

Rappel : Expression de la divergence d'un champ de vecteurs $\vec{A}(M)$

- En coordonnées sphériques, $M(r, \theta, \varphi)$:

$$div.\vec{A} = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 A_r\right) + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(A_\theta \sin\theta\right) + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial A_\varphi}{\partial\varphi}$$

- En coordonnées cylindriques, $M(r, \theta, z)$:

$$\mathrm{div}.\vec{A} = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r.A_r\right) + \frac{1}{r}\frac{\partial A_\theta}{\partial\theta} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$$
