

Corrigé de l'examen de la session ordinaire 2024

I-Questions du cours :

1)

♦ **Le diamagnétisme** représente une propriété des milieux formés par des atomes dont le moment magnétique individuel est nul en l'absence d'un champ magnétique appliqué. Lorsqu'elles sont soumises à un champ extérieur elles prennent une aimantation faible, proportionnelle et dirigée en sens inverse à ce champ. Un milieu diamagnétique possède une susceptibilité magnétique assez faible et négative ($\chi_m < 0$). Lorsque le magnétique disparaît, l'aimantation du milieu disparaît instantanément (absence de l'hystérésis magnétique).

♦ **Le paramagnétisme** est le type de magnétisme des milieux formés par des atomes dont le moment magnétique individuel n'est pas nul en l'absence du moment magnétique appliqué, mais le moment magnétique global des atomes est nul à cause de l'agitation thermique. Lorsqu'on applique un champ magnétique, il apparaît une aimantation faible, proportionnelle et de même sens que le champ. Ces milieux possèdent une susceptibilité magnétique assez faible et positive ($\chi_m > 0$) (contrairement aux matériaux diamagnétiques). Une fois le magnétique disparaît, l'aimantation du milieu disparaît instantanément (absence de l'hystérésis magnétique).

♦ **Le ferromagnétisme** est la propriété que possèdent certains matériaux de s'aimanter très fortement sous l'effet d'un champ magnétique appliqué, et de garder une aimantation importante même après la disparition du champ appliqué (aimantation rémanente). Ils présentent de l'hystérésis magnétique. Les ferromagnétiques sont constitués d'atomes qui appartiennent à des petits domaines (appelés domaines de Weiss) séparés par des parois (parois de Bloch) à l'intérieur desquels les moments magnétiques des dipôles associés sont orientés dans une même direction, différente d'un domaine à l'autre. Lorsqu'on applique un champ magnétique tous les moments magnétiques tendent à s'aligner dans la direction de ce champ, induisant une aimantation importante qui n'est pas proportionnelle à ce champ.

2) Pour répondre à cette question on tient compte des considérations suivantes :

La forme locale du théorème de Gauss :
$$\operatorname{div} \vec{E}_{\text{tot}}(\mathbf{M}) = \frac{\rho(\mathbf{M}) + \rho_P(\mathbf{M})}{\epsilon_0} \quad (1)$$

La forme locale du théorème de Gauss généralisé :
$$\operatorname{div} \vec{D}(\mathbf{M}) = \rho(\mathbf{M}) \quad (2)$$

Dans un milieu diélectrique parfait :
$$\vec{D}(\mathbf{M}) = \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E}_{\text{tot}}(\mathbf{M}) \quad (3)$$

L'équation (3) donne :
$$\vec{E}_{\text{tot}}(\mathbf{M}) = \frac{\vec{D}(\mathbf{M})}{\epsilon_0 \epsilon_r} \quad (4)$$

La divergence de (4) et la relation (3) donnent :
$$\operatorname{div} \vec{E}_{\text{tot}}(\mathbf{M}) = \frac{\operatorname{div} \vec{D}(\mathbf{M})}{\epsilon_0 \epsilon_r} = \frac{\rho(\mathbf{M})}{\epsilon_0 \epsilon_r} \quad (5)$$

En identifiant les équations (1) et (5) :
$$\frac{\rho(\mathbf{M}) + \rho_P(\mathbf{M})}{\epsilon_0} = \frac{\rho(\mathbf{M})}{\epsilon_0 \epsilon_r}$$

On obtient la relation de proportionnalité :
$$\rho_P(\mathbf{M}) = \frac{1 - \epsilon_r}{\epsilon_r} \rho(\mathbf{M})$$

En conclusion : s'il n'y a pas de courant réel à l'intérieur du milieu parfait ($\rho = 0$), il n'y a pas de courant fictif de polarisation ($\rho_P = 0$) et réciproquement.

II- Onde électromagnétique en incidence oblique

1) Expressions des vecteurs d'onde $\vec{k}_i, \vec{k}_{r1}, \vec{k}_{r2}$ et \vec{k}_{t2} :

Remarque :

Les vitesses de propagation dans les deux milieux diélectriques **MD1** et **MD2** et les nombres d'onde des différentes ondes impliquées sont tels que :

$$\begin{cases} v_1 = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_1}} & ; & v_2 = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_2}} \\ k_i = k_{r1} = k_{r2} = \frac{\omega}{v_1} = k_1 & ; & k_{t2} = \frac{\omega}{v_2} = k_2 \end{cases}$$

◆ Les vecteurs d'ondes appartiennent tous au plan (XOZ). Leurs expressions dans la base cartésienne sont :

$$\vec{k}_i = \begin{cases} k_{ix} = -k_1 \cos \theta_1 \\ k_{iy} = 0 \\ k_{iz} = k_1 \sin \theta_1 \end{cases} \quad \vec{k}_{r1} = \begin{cases} k_{r1x} = k_1 \cos \theta_1 \\ k_{r1y} = 0 \\ k_{r1z} = k_1 \sin \theta_1 \end{cases}$$

$$\vec{k}_{r2} = \begin{cases} k_{r2x} = -k_1 \cos \theta_1 \\ k_{r2y} = 0 \\ k_{r2z} = k_1 \sin \theta_1 \end{cases} \quad \vec{k}_{t2} = \begin{cases} k_{t2x} = k_2 \cos \theta_2 \\ k_{t2y} = 0 \\ k_{t2z} = k_2 \sin \theta_2 \end{cases}$$

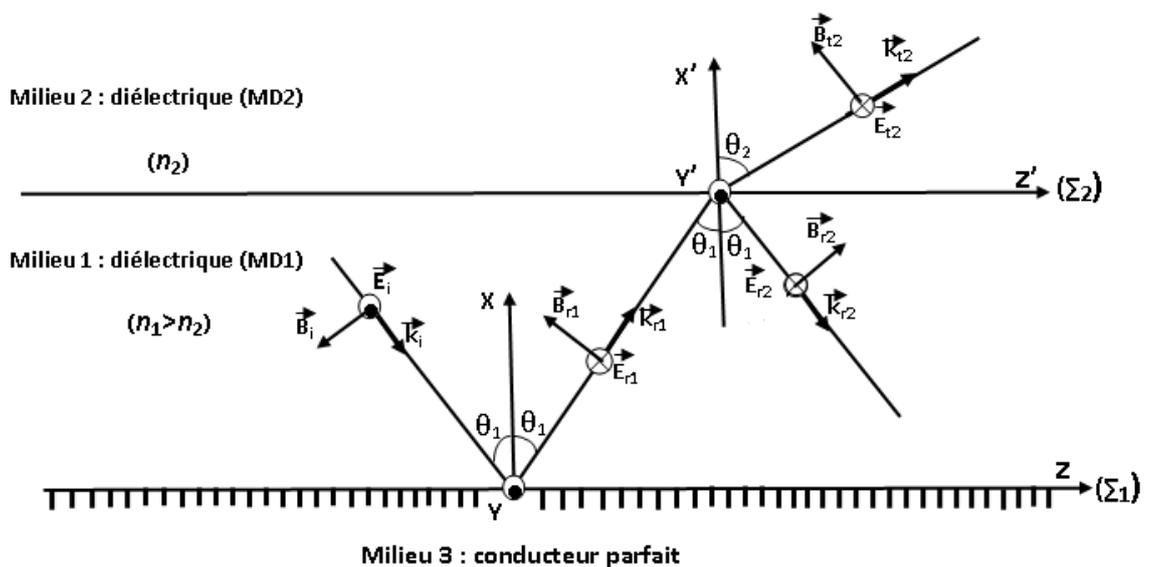
2) Relation de structure des ondes planes :

■ En notation vectorielle : $\vec{B}(M, t) = \frac{\vec{k}}{\omega} \wedge \vec{E}(M, t)$

3) Relations entre les amplitudes des différentes ondes :

$$B_{0i} = \frac{E_{0i}}{v_1} \quad ; \quad B_{0r1} = \frac{E_{0r1}}{v_1} \quad ; \quad B_{0r2} = \frac{E_{0r2}}{v_1} \quad ; \quad B_{0t2} = \frac{E_{0t2}}{v_2}$$

4) a- Pour la représentation des vecteurs \vec{E}_i et \vec{B}_i voir figure :



b- Expressions des champs $\vec{E}_i(M, t)$ et $\vec{B}_i(M, t)$:

$$\vec{E}_i(M, t) = E_{0i} \cos(\omega t - \vec{k}_i \cdot \vec{OM}) \vec{e}_y = E_{0i} \cos[\omega t - k_1 (-x \cos \theta_1 + z \sin \theta_1)] \vec{e}_y$$

$$\vec{B}_i(M, t) = \frac{\vec{k}_i}{\omega} \wedge \vec{E}_i(M, t) = \begin{pmatrix} -\frac{k_1}{\omega} \cos \theta_1 \\ 0 \\ \frac{k_1}{\omega} \sin \theta_1 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ E_{iy} \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{k_1}{\omega} \sin \theta_1 E_{iy} \\ 0 \\ -\frac{k_1}{\omega} \cos \theta_1 E_{iy} \end{pmatrix}$$

Soit :

$$\vec{B}_i(M, t) = \begin{cases} B_{ix} = -\frac{k_1}{\omega} \sin \theta_1 E_{iy} = -B_{0i} \sin \theta_1 \cos[\omega t - k_1 (-x \cos \theta_1 + z \sin \theta_1)] \\ B_{iy} = 0 \\ B_{iz} = -\frac{k_1}{\omega} \cos \theta_1 E_{iy} = -B_{0i} \cos \theta_1 \cos[\omega t - k_1 (-x \cos \theta_1 + z \sin \theta_1)] \\ \text{où } \frac{k_1 E_{0i}}{\omega} = \frac{E_{0i}}{v_1} = B_{0i} \end{cases}$$

c- Type de polarisation :

Le champ électrique garde une direction d'oscillation fixe parallèle à OY : l'onde est polarisée rectilignement suivant OY.

d- Mode fondamental de polarisation :

Le champ électrique $\vec{E}(M, t)$ est perpendiculaire au plan d'incidence (XOZ) ce qui correspond au mode fondamental Transverse Electrique (mode TE).

5) a- Expression du champ $\vec{E}_{r1}(M, t)$ de l'onde réfléchie à la surface du conducteur

$$\vec{E}_{r1}(M, t) = E_{0r1} \cos(\omega t - \vec{k}_{r1} \cdot \vec{OM}) \vec{e}_y = E_{0r1} \cos[\omega t - k_1 (x \cos \theta_1 + z \sin \theta_1)] \vec{e}_y$$

b- Montrons à l'aide de la relation de passage pour le champ électrique \vec{E} , à la surface de séparation (Σ_1) entre le MD1 et le conducteur, que l'on a $E_{0r1} = -E_{0i}$.

♦ **Relation de passage pour $\vec{E}(M, t)$:**

A la surface de séparation $\Sigma_1 = \text{plan (YOZ)}$ il y a continuité de la composante tangentielle de \vec{E} .
Soit :

$$\begin{cases} \vec{E}_1(M, t) \cdot \vec{T} = \vec{E}_2(M, t) \cdot \vec{T} \\ \vec{E}_1(M, t) = \vec{E}_i(M, t) + \vec{E}_{r1}(M, t) \\ \vec{E}_2 = \vec{0} \text{ dans le milieu conducteur} \\ \vec{T} = \vec{e}_y \text{ vecteur unitaire tangent} \end{cases}$$

A la surface (YOZ), un point M a pour coordonnées M(0,y,z), la relation de passage s'écrit :

$$[\vec{E}_i(0, y, z, t) + \vec{E}_{r1}(0, y, z, t)] \vec{e}_y = 0$$

$$\begin{cases} [E_{0i} \cos(\omega t) + E_{0r1} \cos(\omega t)] \vec{e}_y \cdot \vec{e}_y = 0 \\ \text{ce qui donne : } E_{0r1} = -E_{0i} \end{cases}$$

d'où l'expression du champ électrique de l'onde réfléchie :

$$\vec{E}_{r1}(M, t) = -E_{0i} \cos[\omega t - k_1 (x \cos \theta_1 + z \sin \theta_1)] \vec{e}_y$$

Interprétation :

Le champ réfléchi à la surface du conducteur est en opposition de phase avec le champ incident.

c- Pour la représentation des vecteurs \vec{E}_{r1} et \vec{B}_{r1} voir figure ci-haut.

d- Expression du champ $\vec{B}_{r1}(M, t)$:

$$\vec{B}_{r1}(M, t) = \frac{\vec{k}_{r1}}{\omega} \wedge \vec{E}_{r1}(M, t) = \begin{pmatrix} \frac{k_1}{\omega} \cos \theta_1 \\ 0 \\ \frac{k_1}{\omega} \sin \theta_1 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ E_{r1y} \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{k_1}{\omega} \sin \theta_1 E_{r1y} \\ 0 \\ \frac{k_1}{\omega} \cos \theta_1 E_{r1y} \end{pmatrix}$$

Soit :

$$\vec{B}_{r1}(M, t) = \begin{cases} B_{r1x} = -\frac{k_1}{\omega} \sin \theta_1 E_{r1y} = B_{0r1} \sin \theta_1 \cos[\omega t - k_1(x \cos \theta_1 + z \sin \theta_1)] \\ B_{r1y} = 0 \\ B_{r1z} = \frac{k_1}{\omega} \cos \theta_1 E_{r1y} = B_{0r1} \cos \theta_1 \cos[\omega t - k_1(x \cos \theta_1 + z \sin \theta_1)] \\ \text{où } \frac{k_1 E_{0r1}}{\omega} = \frac{E_{0r1}}{v_1} = B_{0r1} \end{cases}$$

6) a- Représentation des vecteurs \vec{E}_{r2} , \vec{B}_{r2} , \vec{E}_{t2} et \vec{B}_{t2} : (voir figure ci-dessous)

Puisque $n_1 > n_2$ on a :

Le champ $\vec{E}_{r2}(M, t)$, réfléchi à la surface $\Sigma_2 = \text{plan}(Y'O'Z')$, est en phase avec le champ $\vec{E}_{r1}(M, t)$ (qui représente l'onde incidente par rapport à cette surface).

Le champ $\vec{E}_{t2}(M, t)$, transmis à travers la même surface est toujours en phase avec le champ incident $\vec{E}_{r1}(M, t)$.

En résumé :

- $\vec{E}_i(M, t) \uparrow\uparrow OY$
- Au niveau de Σ_1 , surface du conducteur ;
 $\vec{E}_{r1}(M, t)$ est en opposition de phase avec $\vec{E}_i(M, t)$ donc $\vec{E}_{r1}(M, t) \uparrow\downarrow OY$
- Au niveau de Σ_2 , ($n_1 > n_2$) :
 $\vec{E}_{r2}(M, t)$ est en phase avec $\vec{E}_{r1}(M, t)$ donc $(\vec{E}_{r2}(M, t) \uparrow\uparrow \vec{E}_{r1}(M, t)) \uparrow\downarrow OY$
 $\vec{E}_{t2}(M, t)$ et $\vec{E}_{r2}(M, t)$ sont toujours en phase $\Rightarrow (\vec{E}_{t2}(M, t) \uparrow\uparrow \vec{E}_{r2}(M, t)) \uparrow\downarrow \uparrow\downarrow OY$
(Voir figure ci-haut).

b- Expressions des champs $\vec{E}_{t2}(M, t)$, $\vec{B}_{t2}(M, t)$:

$$\vec{E}_{t2}(M, t) = -E_{0t2} \cos[\omega t - k_2(x \cos \theta_2 + z \sin \theta_2)] \vec{e}_y$$

$$\vec{B}_{t2}(\mathbf{M}, t) = \frac{\vec{k}_{t2}}{\omega} \Lambda \vec{E}_{t2}(\mathbf{M}, t) = \begin{pmatrix} \frac{k_2}{\omega} \cos \theta_2 \\ 0 \\ \frac{k_2}{\omega} \sin \theta_2 \end{pmatrix} \Lambda \begin{pmatrix} 0 \\ \mathbf{E}_{t2y} \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{k_2}{\omega} \sin \theta_2 \mathbf{E}_{t2y} \\ 0 \\ \frac{k_2}{\omega} \cos \theta_2 \mathbf{E}_{t2y} \end{pmatrix}$$

Soit :

$$\vec{B}_{t2}(\mathbf{M}, t) = \begin{cases} B_{t2x} = -\frac{k_2}{\omega} \sin \theta_2 \mathbf{E}_{t2y} = B_{0t2} \sin \theta_2 \cos [\omega t - k_1 (x \cos \theta_2 + z \sin \theta_2)] \\ B_{t2y} = 0 \\ B_{t2z} = \frac{k_2}{\omega} \cos \theta_2 \mathbf{E}_{t2y} = -B_{0t2} \cos \theta_2 \cos [\omega t - k_1 (x \cos \theta_2 + z \sin \theta_2)] \\ \text{où } \frac{k_2}{\omega} \mathbf{E}_{0t2} = \frac{\mathbf{E}_{0t2}}{v_2} = B_{0t2} \end{cases}$$

=====