Physique des Matériaux II

Filière : SMP - Semestre : VI

Travaux Dirigés
Série n°2

2024/2025

Problème n°1

On considère la fonction $f_{FD}(E)$ comme étant la fonction de distribution des électrons dans un semi conducteur ;

---

1. Rappeler l'expression de cette fonction de distribution ;

2. En déduire l'expression de la fonction de distribution des trous ;

3. Dans l'approximation de la statistique de Maxwell Boltzmann donner les fonctions équivalentes aux distributions des électrons et des trous ;

4. On considère le semi-conducteur non dégénéré ; établir les expressions des concentrations des porteurs de charge.

$$I(\alpha) = \int_0^\infty x^\alpha . e^{-x} . dx = \alpha\sqrt{\pi}$$

1. Expression de la fonction de distribution des électrons f_n

$$f_n(E) = f_{FD}(E) = \frac{1}{e^{\frac{E-E_F}{k_B T}} + 1}$$

---

2. Expression de la fonction de distribution des trous f_p

$$f_p(E) = 1 - f_{FD}(E) = 1 - \frac{1}{e^{\frac{E-E_F}{k_B T}} + 1}$$

$$f_p(E) = \frac{1}{e^{\frac{E_F-E}{k_B T}} + 1}$$

3. Approximation de M.B

La distribution statistique de Fermi-Dirac peut être simplifiée de la façon suivante

$$f_D(E) \approx e^{-\frac{E-E_F}{k_B T}} = f_{MB}(E)$$

$$f_n(E) \approx e^{-\frac{E-E_F}{k_B T}}$$

$$f_p(E) \approx e^{\frac{E-E_F}{k_B T}}$$

4. Expressions des concentrations des porteurs de charge dans un semiconducteur non dégénéré

Concentrations des électrons $$n = \frac{1}{2\pi^2}\left(\frac{2m_e}{\hbar^2}\right)^{3/2}\int_{E_C}^{\infty}\sqrt{E-E_C}\,.\,e^{-\frac{E-E_F}{k_BT}}dE$$

On pose

$$x = \beta(E-E_C) \quad dx = \beta dE$$

$$n = \frac{1}{2\pi^2}\left(\frac{2m_e}{\hbar^2}\right)^{3/2}\frac{e^{-\beta(E_C-E_F)}}{\beta^{3/2}}\int_0^{\infty}\sqrt{x}\,e^{-x}dx$$

$$I(\alpha) = \int_0^{\infty}x^{\alpha}.e^{-x}.dx = \alpha\sqrt{\pi}$$

$$n = \frac{1}{2\pi^2}\left(\frac{2m_e.k_BT}{\hbar^2}\right)^{3/2}.e^{-\beta(E_C-E_F)}\frac{\sqrt{\pi}}{2}$$

$$n = 2\left(\frac{2\pi m_e.k_BT}{h^2}\right)^{3/2}.e^{-\beta(E_C-E_F)}$$

Concentrations des trous

$$p = \frac{1}{2\pi^2}\left(\frac{2m_t}{\hbar^2}\right)^{3/2} \int_{-\infty}^{E_V} \sqrt{E_V - E}\,.\,e^{\frac{E-E_F}{k_B T}} dE$$

On pose

$$y = \beta(E_V - E) \quad dy = -\beta dE$$

$$p = -\frac{1}{2\pi^2}\left(\frac{2m_t}{\hbar^2}\right)^{3/2} \frac{1}{\beta^{3/2}} \int_{+\infty}^{0} \sqrt{y}\,.\,e^{-y}\,.\,e^{\beta(E_V - E_F)} dE$$

$$p = \frac{1}{2\pi^2}\left(\frac{2m_t k_B T}{\hbar^2}\right)^{3/2} e^{\beta(E_V - E_F)} \int_{0}^{+\infty} \sqrt{x}\,.\,e^{-x} dE$$

$$p = 2\left(\frac{2\pi m_t . k_B T}{h^2}\right)^{3/2} e^{\beta(E_V - E_F)}$$

Concentrations intrinsèque

$$n = p = n_i \qquad\qquad n_i^2 = n.p$$

$$n_i^2 = 4\left(\frac{2\pi.k_B T}{h^2}\right)^3 (m_e.m_t)^{3/2}.e^{-\beta(E_C - E_V)}$$

$$n_i = 2\left(\frac{2\pi.k_B T}{h^2}\right)^{3/2} (m_e.m_t)^{3/4}.e^{-\beta\frac{E_g}{2}}$$

Problème n°2

Soit un cristal semi-conducteur intrinsèque (Ge) à T = 300K ;

1. Déterminer la position du niveau de Fermi intrinsèque d'un tel cristal ;

2. Calculer la concentration intrinsèque ;

3. Combien d'atomes de Ge donnent naissance à une paire électron/trou ?

On donne :

M_{Ge}=72,59g ρ=5,33g/cm^3 Eg=0,66eV

m_e=m_t=0,5m_0

---

1. Position du niveau de Fermi intrinsèque du cristal de Ge

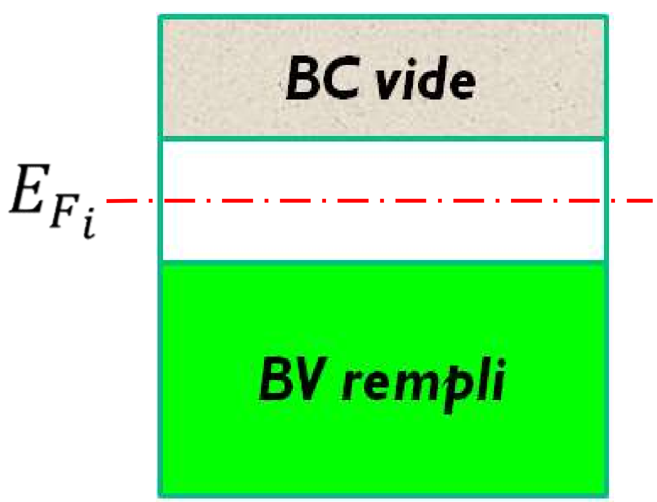
Il s'agit d'un SC intrinsèque :

$$E_{F_i} = \frac{E_C + E_V}{2}$$

$$E_C = E_g + E_V \qquad E_{F_i} = E_V + \frac{E_g}{2}$$

ou

$$E_V = E_C - E_g \qquad E_{F_i} = E_C - \frac{E_g}{2}$$



2. Concentration intrinsèque

$$n_i = 2\left(\frac{2\pi . k_B T}{h^2}\right)^{3/2} (m_e . m_t)^{3/4} . e^{-\beta\frac{E_g}{2}}$$

k_B=1,380649 . 10^{-23} j/K h=6,626 . 10^{-34} m^2 kg / s

$$n_i = 2{,}53.10^{19} m^{-3}$$

3. Création de paire électrons/trous

La concentration intrinsèque donne le nombre d'électrons ou de trous par unité de volume

$$n = p = n_i$$

La concentration atomique du germanium est donnée par l'expression suivante :

$$n_a = \frac{\rho . N_{av}}{M} \qquad n_a = 4{,}42 . 10^{22} cm^3$$

Soit N_0 le nombre d'atomes ionisés du Ge

(Atomes ionisés : atomes qui donnent naissance à une paire électrons/trous)

$$N_0 = n_i . V \qquad N_{at} = n_{at} . V$$

$$\frac{N_0}{N_{at}} = \frac{n_i}{n_{at}} = 6.10^{-10}$$

Problème n°3

On considère un semi-conducteur intrinsèque dont les concentrations équivalentes d'états énergétiques dans les bandes de valence et de conduction sont notées n_V et n_C.

1. Rappeler les expressions des concentrations des porteurs de charges (n et p) ;

2. En déduire l'expression de la concentration intrinsèque n_i ainsi que la position du niveau de Fermi E_{Fi} ;

3. Le semi-conducteur en question est du silicium ; calculer la concentration intrinsèque et la position du niveau de Fermi aux différentes températures : 27°C, 127°C, 227°C.

$E_g = 1{,}1$ eV $\quad$ $n_C = 2{,}7\ 10^{19}$ cm^{-3} $\quad$ $n_V = 1{,}1\ 10^{19}$ cm^{-3} $\quad$ $k_B = 1{,}38\ 10^{-23}$ j/K

1. Concentrations des porteurs de charges (***n*** et ***p***)

$$n = 2\underbrace{\left(\frac{m_e k_B T}{2\pi\hbar^2}\right)^{3/2}}_{n_C} e^{\frac{E_F - E_C}{k_B T}} \qquad p = 2\underbrace{\left(\frac{m_t k_B T}{2\pi\hbar^2}\right)^{3/2}}_{n_V} e^{\frac{E_V - E_F}{k_B T}}$$

2. Concentration intrinsèque $\boldsymbol{n_i}$

$$n = p = n_i \qquad n_i^2 = n.p$$

$$n_i^2 = n_C.n_V.e^{-\frac{E_C - E_V}{k_B T}} \qquad n_i^2 = n_C.n_V.e^{-\frac{E_g}{k_B T}}$$

$$n_i = \sqrt{n_C n_V}.e^{-\frac{E_g}{2k_B T}}$$

Position du niveau de Fermi $\boldsymbol{E_{Fi}}$

$$n = p \qquad \frac{n}{p} = 1 \qquad \frac{n_C}{n_V} e^{\frac{E_{Fi} - E_C}{k_B T}}.e^{\frac{E_F - E_V}{k_B T}} = 1 \qquad \frac{n_C}{n_V} e^{\frac{2E_{Fi} - E_C - E_V}{k_B T}} = 1$$

$$E_{F_i} = \frac{E_C + E_V}{2} + \frac{1}{2} k_B T ln\left(\frac{n_V}{n_C}\right)$$

3. Concentration intrinsèque et position du niveau de Fermi aux différentes températures : 27°C, 127°C, 227°C : cas du Si

$$n_i = \sqrt{n_C n_V}.\, e^{-\frac{E_g}{2k_B T}} \qquad E_{F_i} = \frac{E_g}{2} + \frac{1}{2} k_B T ln\left(\frac{n_V}{n_C}\right)$$

$$\sqrt{n_C n_V} = 1{,}723.\, 10^{19} \qquad \frac{n_V}{n_C} = 0{,}407 \qquad \frac{1}{2} ln\left(\frac{n_V}{n_C}\right) = -0{,}449$$

T(K)	**300**	**400**	**500**
$k_B.T$ (eV)	0,026	0,0345	0,043
n_i	$1{,}12.10^{10}$	$2{,}05.10^{12}$	$4{,}8.10^{13}$
E_{Fi}	0,538	0,534	0,53

Problème n°4

On considère trois semi-conducteur dont les caractéristiques sont données dans le tableau ci-dessous :

	Eg (eV)	n_C (at/cm^3)	n_V (at/cm^3)
AsGa	1,43	$4{,}7.\ 10^{17}$	7.10^{18}
Ge	0,66	$1{,}04.\ 10^{19}$	6.10^{18}
Si	1,1	$2{,}7.10^{19}$	$1{,}10.10^{19}$

1. Parmi ces trois matériaux, quel est celui qui présente la concentration intrinsèque la plus faible ?

2. Calculer cette concentration intrinsèque pour le matériau choisi à T = 300K.

1. Plus faible concentration intrinsèque n_i

$$n_i = \sqrt{n_C n_V}.\, e^{-\frac{E_g}{2k_B T}}$$

La concentration intrinsèque n_i est proportionnelle à $\sqrt{n_c.n_V}$

	$n_C n_V$	$\sqrt{n_C n_V}$
AsGa	$3{,}29.10^{36}$	$1{,}8.\ 10^{18}$
Ge	$6{,}24.10^{37}$	$7{,}9.\ 10^{18}$
Si	$2{,}97.10^{38}$	$16{,}3.10^{18}$

Il s'agit de l'AsGa

2. Concentration intrinsèque n_i (AsGa)

	$n_C n_V$	$\sqrt{n_C n_V}$	$e^{-\frac{E_g}{2k_B T}}$	$n_i(cm^{-3})$
AsGa	$3{,}29.10^{36}$	$1{,}8.10^{18}$	$9{,}98.10^{-13}$	$1{,}8.10^{6}$

Problème n°5

Dans un matériau semi-conducteur la concentration intrinsèque est donnée par la relation

$$n_i = A.exp\left(-\frac{\Delta E}{2k_B T}\right)$$

1. Que représente la constante Δ**E** ?
2. Calculer la valeur de A pour les matériaux **Ge** et **Si** ;
3. En déduire les valeurs des concentrations intrinsèques correspondantes à T=300K ;
4. Quelles sont les fractions d'atomes ionisés dans chaque cas.

On donne : M_{Si}=28g ρ=2,33g/cm^3

Constante Δ**E**

$$n_i = A.exp\left(-\frac{\Delta E}{2k_BT}\right) \qquad n_i = \sqrt{n_C n_V}.e^{-\frac{E_g}{2k_BT}}$$

La constante Δ**E** représente le Gap du matériau

Valeurs de A et concentrations intrinsèques pour les matériaux **Ge** et **Si**

	$\sqrt{n_C n_V}$	$exp\left(-\frac{Eg}{2k_BT}\right)$	$n_i(cm^{-3})$
Ge	$7,899.10^{18}$	$2,89.\ 10^{-6}$	$2,284.10^{13}$
Si	$1,723.10^{19}$	$5,869.\ 10^{-10}$	$1,011.10^{10}$

Fractions d'atomes ionisés dans chaque cas

	n_a (at/cm^3)	$n_i(cm^{-3})$	n_i / Na
Ge	$4,42.\ 10^{22}$	$2,284.10^{13}$	5.10^{-10}
Si	$5,009.\ 10^{22}$	$1,011.10^{10}$	$2.\ 10^{-13}$

Problème n°6

On considère un barreau de silicium de longueur ***L=5 mm*** et de section ***S=1 mm²***, fortement dopé par du phosphore dont la concentration est $N_d = 2x10^{14}\ cm^{-3}$.

---

1. Quelle est la nature du dopage de ce semi conducteur ?
2. Calculer la concentration en trous et électrons ;
3. Calculer la résistivité. Comparer cette valeur à celle du métal cuivre ;
4. Calculer la valeur du courant qui circule dans ce barreau lorsque l'on applique une d.d.p de 5V à ses extrémités.

On donne :

Silicium : $\mu_n = 1{,}5\,.10^3 cm^2/Vs$ $\quad \mu_p = 5{,}3\,.10^2 cm^2/Vs$ $\quad n_i = 1{,}1\,.10^{16} m^{-3}$

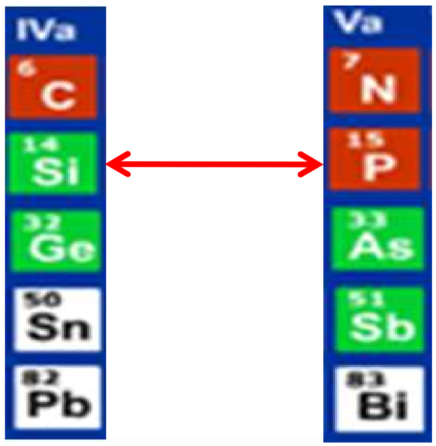
Cuivre : $n = 11\,.10^{28} m^{-3}$ $\quad \mu_e = 3{,}2\,.10^{-3} m^2/Vs$

1.Nature du dopage du semi conducteur ?

Il s'agit d'un barreau de silicium fortement dopé par du phosphore.

Le phosphore est un élément de la Vème colonne dans le tableau périodique.

Dopage par un élément de type V



Introduction d'une concentration N_d d'atomes donneurs

Le dopage est du type N

2. Concentration en trous et électrons

Loi d'action de masse

$$n.p = n_i^2$$

Neutralité électrique

$$n + N_a = p + N_d$$

Il s'agit d'un dopage N

$$N_a = 0$$

$$n - N_d = p \qquad\qquad n.(n - N_d) = n_i^2$$

$$n^2 - n.N_d - n_i^2 = 0$$

$$n = \frac{1}{2}\left\{(N_d - N_a) + \sqrt{(N_d - N_a)^2 + 4n_i^2}\right\} \quad p = -\frac{1}{2}\left\{(N_d - N_a) - \sqrt{(N_d - N_a)^2 + 4n_i^2}\right\}$$

$$n = \frac{N_d}{2}\left\{1 + \sqrt{1 + \frac{4n_i^2}{N_d^2}}\right\} \qquad\qquad p = \frac{N_d}{2}\left\{1 - \sqrt{1 + \frac{4n_i^2}{N_d^2}}\right\}$$

$$\boldsymbol{N_d \gg n_i}$$

$$\boldsymbol{n \approx N_d} \qquad\qquad \boldsymbol{p \approx \frac{n_i^2}{N_d}}$$

Application numérique

$$\boldsymbol{n \approx 2.10^{14} cm^{-3}} \qquad\qquad \boldsymbol{p \approx 0,55.10^{6} cm^{-3}}$$

$$\boldsymbol{n \gg p}$$

3. Résistivité du Si et Comparaison le métal cuivre

Si

$$\sigma = ne\mu_{\bar{e}} + pe\mu_t \qquad \rho = \frac{1}{\sigma}$$

$$\rho = \frac{1}{n.e.\mu_{\bar{e}} + \underbrace{p.e.\mu_t}_{\approx 0}}$$

$$\rho = \frac{1}{n.e.\mu_{\bar{e}}} \qquad \rho = 0{,}21\ \Omega m$$

Cu $\rho = 1{,}78.10^{-8}\Omega m$

$$\rho_{Cu} \ll \rho_{Si}$$

4. Valeur du courant qui circule dans le barreau

Résistance du barreau

$$R = \rho\frac{L}{S} \qquad R = 1{,}05\ K\Omega$$

$$I = \frac{U}{R} \qquad I = 4{,}78\ mA$$