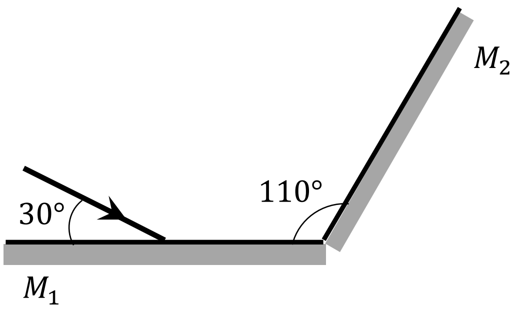
Optique géométrique – Exercices corrigés – Pr Boughaleb

– Série 2C – Miroirs et dioptres

Exercice 1 :

Deux miroirs plans M_1 et M_2 se touchent de manière à former un angle de 110°.
Soit un rayon incident faisant un angle de 30° avec le miroir M_1 (voir Figure ci-contre).

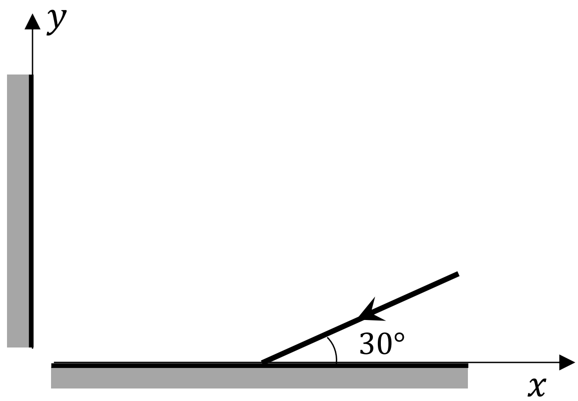


1) Détailler la marche du rayon et déterminer selon quelle orientation (angle) la lumière repart-elle de M_2 ?
2) Calculer la déviation totale du rayon incident ?

Exercice 2 :

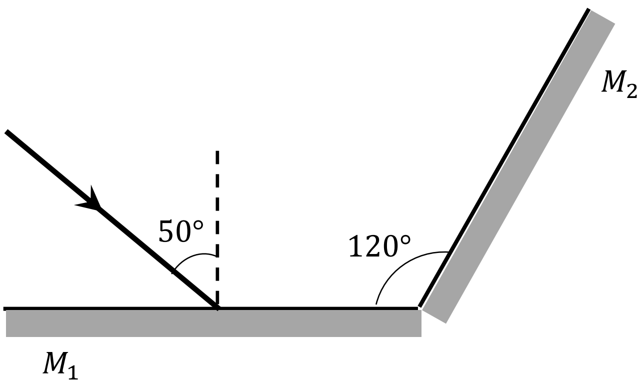
On considère deux miroirs placés perpendiculairement l'un de l'autre. Un rayon incident, faisant 30° avec l'axe horizontal x, est réfléchi par le miroir du bas (voir Figure ci-contre).

Trouver l'angle que fait le rayon émergeant avec l'axe vertical y, après réflexion sur le second miroir.



Exercice 3 :

Deux miroirs, M_1et M_2 se touchent de manière à former un angle de 120° (voir Figure ci-contre). Soit un rayon incident faisant un angle de 50° avec la normale à M_1.



1) Selon quelle orientation la lumière repart-elle de M_2 ?
2) De quel angle total est dévié le rayon incident par rapport à son orientation initiale ?

Exercice 4 :

Un objet AB est placé en face d'un miroir sphérique concave de centre C, de sommet S et de rayon 50 cm. Le point A se trouve à 1 m du sommet S.
Déterminer la position de A'. Calculer le grandissement linéaire et préciser la nature de l'image.

Exercice 5 :

Pour observer clairement la dentition de ses clients, un dentiste a établi les critères suivants pour le choix d'un miroir spécifique. Lorsque le miroir est placé à 1.5 cm d'une dent, l'image doit être droite et deux fois plus grande. Quel type de miroir faut-il choisir (concavité et rayon de courbure) ?

Exercice 6 :

Un Kératomètre est un dispositif qui permet de mesurer le rayon de courbure de la cornée de l'œil, ce qui s'avère très utile pour choisir sur mesure ses lentilles de contact.

On place un objet éclairé à une distance connue de l'œil et on observe l'image réfléchie sur la cornée, assimilée ici à un miroir sphérique. L'instrument permet à l'opérateur de mesurer la hauteur de l'image virtuelle et donc de déduire le grandissement γ.

Supposons que le grandissement soit égal à 0.037 lorsque l'objet est à 100 mm. Quel est le rayon de courbure de la cornée ?

Exercice 7 :

Un observateur place son œil à une distance D devant un miroir de diamètre d. Etant donné que la pupille a un diamètre faible, on assimilera celle-ci à un point A' placé sur l'axe du miroir, à une distance inférieure à la distance focale du miroir.

1) Effectuer la construction graphique du point A, dont l'image est A' par le miroir dans les cas d'un miroir plan, dans le cas d'un miroir convexe de rayon R et, dans le cas d'un miroir concave de rayon R.

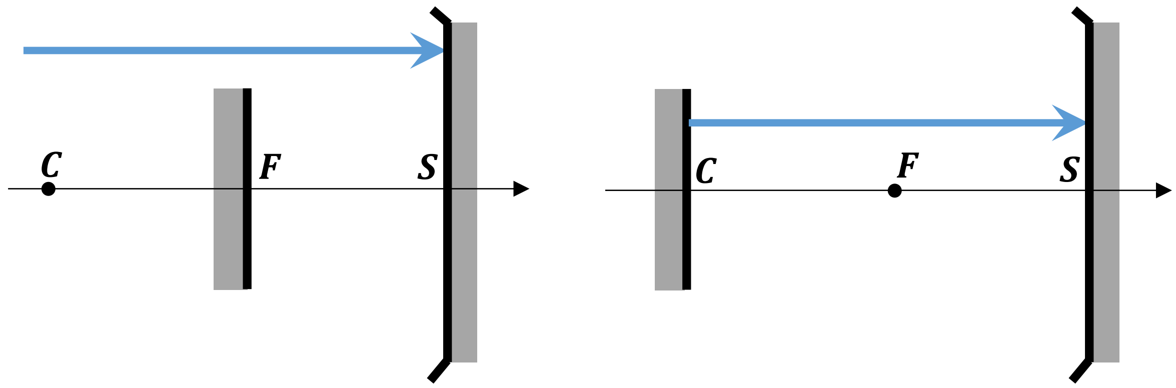
2) Quels sont dans les trois cas précédents les points que l'observateur peut espérer observer par réflexion dans le miroir ? Préciser la valeur de l'angle qui caractérise la portion d'espace accessible à la vision (champ du miroir).

3) Un observateur place son œil à $D = 1$ m d'un miroir <u>plan</u>, de diamètre $d = 15$ cm. Calculer l'angle du cône de vision.

4) Le miroir est maintenant à 2 m de l'œil. Que peut-on dire du champ ? Quel miroir faut-il choisir pour retrouver le même champ qu'à la question précédente, 3) ?

Exercice 8 :

On considère un système composé de deux miroirs, l'un plan et l'autre sphérique. Un rayon parallèle à l'axe optique frappe tout d'abord le miroir sphérique. Tracer son cheminement après réflexion sur les deux miroirs dans chacun des deux cas présentés sur la Figure ci-après.



Exercice 9 :

Un miroir convexe placé dans l'air donne d'un objet réel placé à 27 cm de son sommet, une image virtuelle et réduite d'un facteur 3.
Calculer la vergence V du miroir. En déduire la nature et le rayon du miroir.

Exercice 10 :

On considère un miroir sphérique de rayon R ($R = \overline{SC}$) et de sommet S.
Où faut-il placer un objet AB de telle façon que $\overline{SA} = \overline{SA'}$? Calculer alors le grandissement transversal γ du miroir. Un objet placé en ce point est-il confondu avec son image ?

Exercice 11 :

Quelle doit être la vergence V d'un miroir sphérique placé dans l'air pour qu'il donne d'un objet réel placé à 10 m du sommet, une image droite (de même sens que l'objet) et réduite dans le rapport (d'un facteur) 5 ? Quelle est la nature d'un tel miroir ?

Exercice 12 :

Une personne place son visage à 10 cm d'un miroir de toilette (c'est un miroir convergent de 30 cm de rayon de courbure). Calculer la distance de l'image au sommet du miroir ainsi que le grandissement transversal.

Exercice 13:

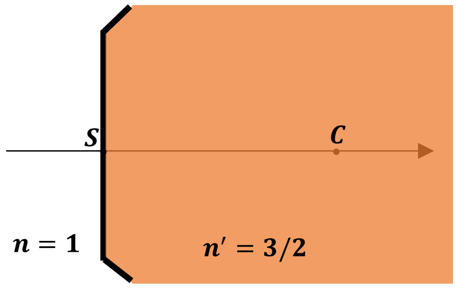
Un automobiliste regarde dans son rétroviseur une voiture AB située en arrière à une distance de 15 m du rétroviseur. Sachant qu'il a un rayon de courbure de 10 m, calculer la position de l'image et son grandissement γ en considérant que le rétroviseur est un miroir sphérique convexe puis concave. Quel modèle faut-il choisir ?

Exercice 14 :

1) Déterminer les positions des objets ayant une image réelle par un miroir sphérique concave. Réaliser les constructions correspondantes.
2) Déterminer les positions des objets ayant une image réelle par un miroir sphérique convexe. Réaliser les constructions correspondantes.

Exercice 15 :

1) Un dioptre sphérique convexe de 10 cm de rayon de courbure sépare deux milieux d'indices $n = 1$ et $n' = 3/2$ (voir Figure). Déterminer la position des foyers.

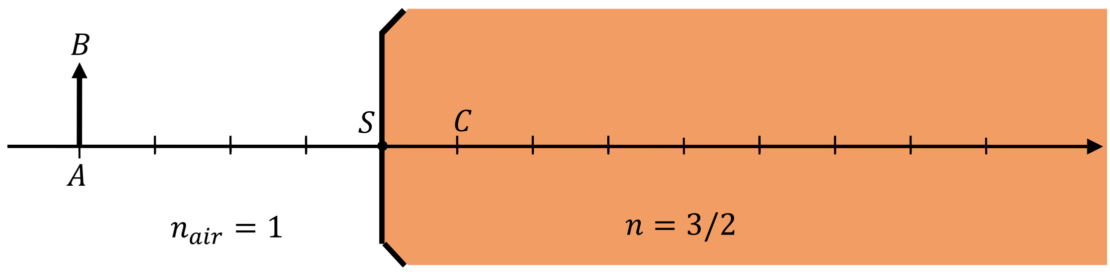


2) Calculer et dessiner la position de l'image d'un objet AB placé à :
   - ✓ 60 cm du sommet et réel ;
   - ✓ 10 cm du sommet et réel ;
   - ✓ 5 cm derrière le dioptre (objet virtuel).
3) Reprendre les mêmes questions en inversant les indices.

Exercice 16 :

La face avant d'un bloc en plastique d'indice de réfraction $n = 3/2$ est une calotte sphérique de sommet S, centre C et rayon R ($R = \overline{SC} > 0$), voir Figure ci-dessous. Le bloc est placé dans l'air. **Reproduire** la figure en prenant l'échelle : $R = 1$ cm.

1) Déterminer puis placer les deux foyers du dioptre sur la figure.
2) Un objet AB, d'une taille 1 cm, est placé en avant du dioptre à une distance $4R$ ($\overline{SA} = -4R$).
   a. Déterminer graphiquement son image $A'B'$.
   b. Déterminer par calcul la position de l'image $A'B'$ ainsi que le grandissement transversal γ du dioptre. Préciser la nature (réelle ou virtuelle), l'orientation (droite ou inversée) et la taille de cette image (par rapport à l'objet). Justifier vos réponses.



Exercice 17 :

Un dioptre sphérique *concave* de sommet S et de rayon R ($R = \overline{SC}$) sépare deux milieux d'indices n_1 et n_2. On donne : $n_1 = 1.5$ et $n_2 = 1$.

1) Déterminer les positions des foyers F et F' et déduire leur nature.
2) Construire géométriquement l'image d'un objet réel perpendiculaire à l'axe du dioptre dans les deux cas suivants : $\overline{SA} = 4R$ et $\overline{SA} = 2R$.
3) Calculer le grandissement linéaire pour chacun de ces deux cas.

Exercice 18 :

Soit une boule en verre de rayon $R = 10$ cm, d'indice $n = 1.5$. Un objet AB est placé à gauche de la sphère, à une distance $d = 120$ cm de la face d'entrée.

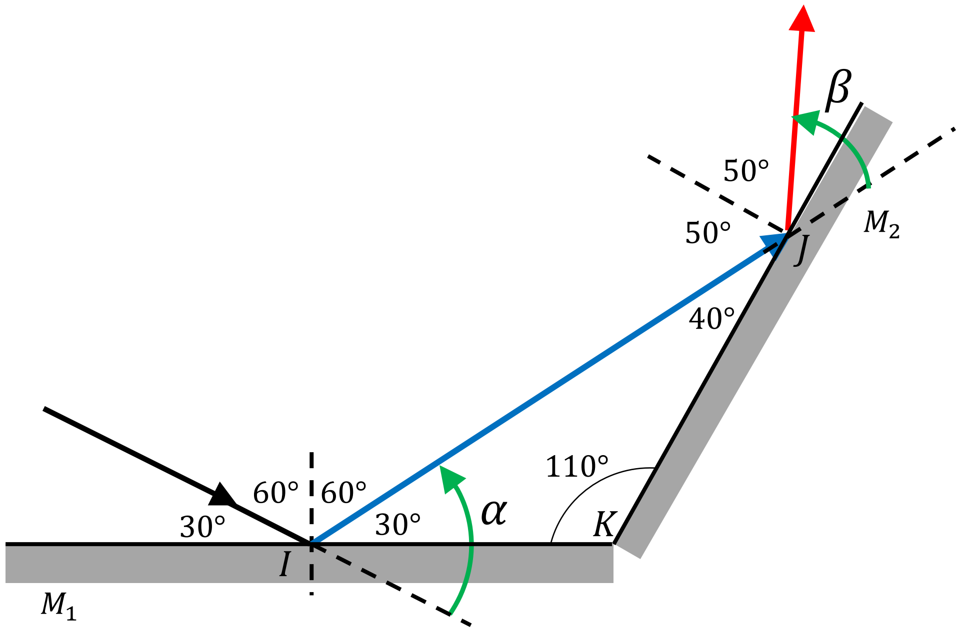
1) Déterminer la position de l'image de l'objet à l'aide de la formule de conjugaison des dioptres sphériques.
2) Déterminer les foyers objet et image de la boule.
3) Calculer la position de l'objet pour que les distances de l'image et de l'objet soient, par rapport à la sphère, identiques.

CORRIGÉS – Série 2C – Miroirs et dioptres

Exercice 1 :

1) **ATTENTION** : L'angle d'incidence en M1 étant égal à 60°, et d'après la loi de la réflexion, on déduit que l'angle de réflexion sur M1 vaut 60° et l'angle entre le rayon réfléchi et le plan de M1 vaut 30°.

Dans le triangle IJK, l'angle en J est égal à : 180°– 30°– 110° = 40°.

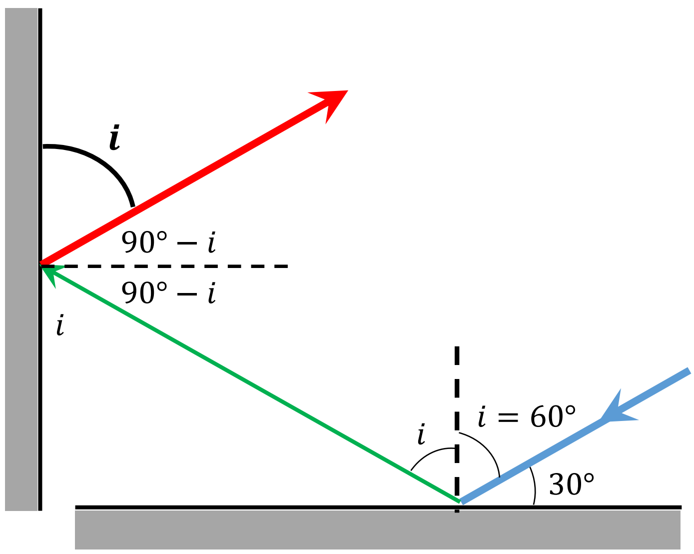


L'angle d'incidence sur M2 vaut donc 50°, de même que l'angle de réflexion.

2) Au point I, le rayon est dévié d'un angle α = 180°– 2 (60°) = 60°.
Au point J, le rayon est dévié d'un angle β = 180°– 2(50°) = 80°
Les deux déviations sont dans le même sens, elles vont donc s'ajouter.
Ainsi l'angle total de déviation est : α + β = **140°**.

Exercice 2 :

De la construction de la marche du rayon (voir figure ci-contre) on a :

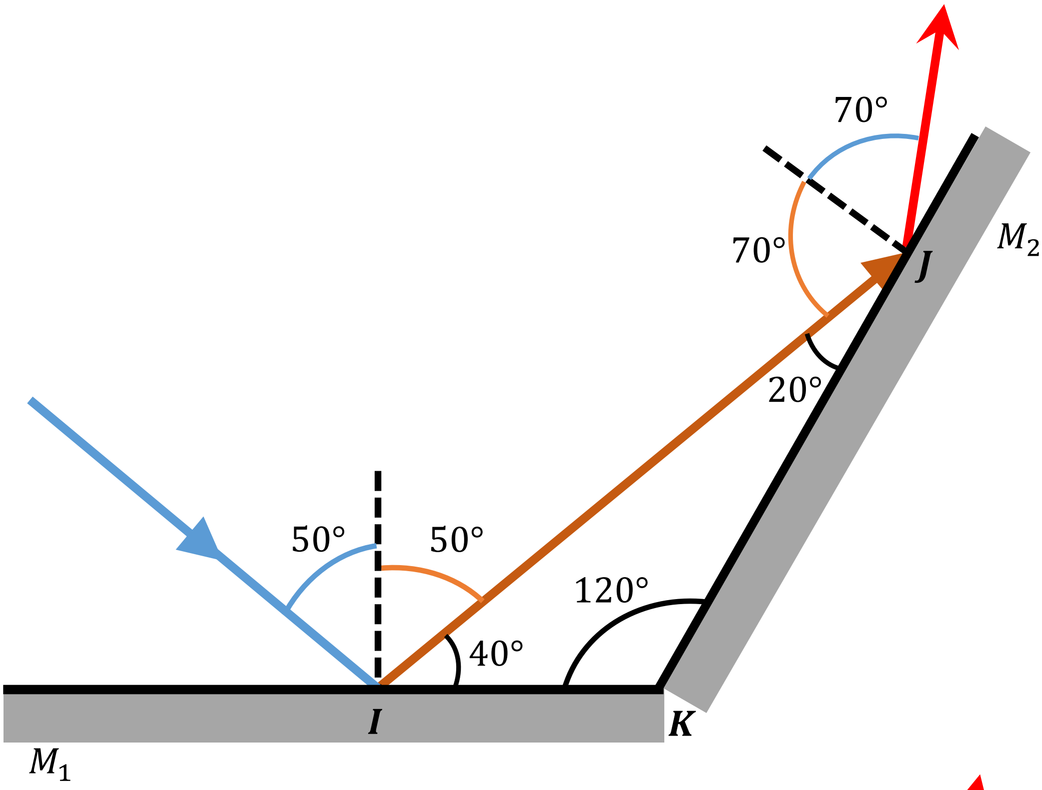


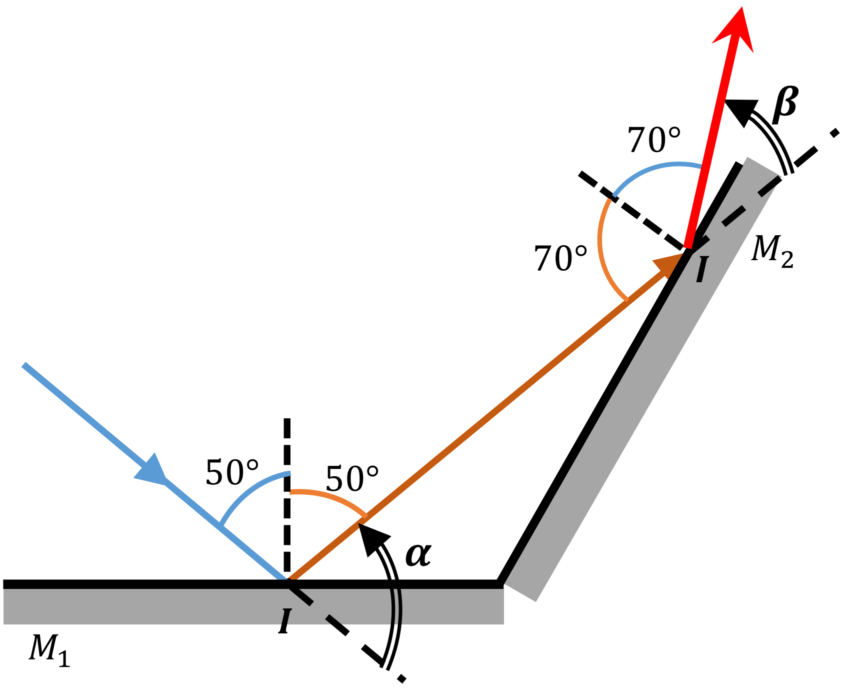
- Le rayon incident arrive sur le miroir du bas avec un angle d'incidence $i = 60°$. Une fois réfléchi, et d'après le loi de réflexion, l'angle de réflexion est : $r = i$.
- Ce rayon "réfléchi" poursuit son chemin et arrive ensuite sur le miroir du haut, avec un angle d'incidence $i_2 = 90° - i$; il est alors réfléchi (une seconde fois) et l'angle de réflexion est : $r_2 = i_2 = 90° - i$, il s'agit de l'angle que fait le rayon émergeant avec la normale au miroir du haut. Finalement (attention), l'angle que fait le rayon *émergeant* avec **l'axe vertical** est donc de : $90° - r_2$, soit l'angle : $\boldsymbol{i} = \mathbf{60}°$.

Exercice 3 :

1) D'après la 2ème loi de Snell-Descartes (loi de la réflexion), l'angle de réflexion sur M_1 vaut donc 50° (voir Figure). Ainsi, l'angle entre le rayon réfléchi et le plan de M_1 vaut 40°. Dans le triangle IJK, l'angle en J est égal à : $180° - 40° - 120° = 20°$. Ainsi, l'angle d'incidence sur M_2 vaut 70°, de même que l'angle de réflexion sur M_2.

   Finalement, le rayon émergeant repart de M_2 en faisant un angle de : 20° par rapport à M_2.





2) (Cf. Figure).
   Au point I, le rayon est dévié d'un angle : $\alpha = 180° - 2 \times 50° = 80°$.

   Au point J, le rayon est dévié d'un angle : $\beta = 180° - 2 \times 70° = 40°$.

   ATTENTION : ces deux déviations s'effectuent dans le **même sens** donc elles vont **s'additionner**.
   Ainsi, l'angle total de déviation est : $\boldsymbol{\alpha + \beta = 120°}$.

Exercice 4 :

- ✓ AB objet réel : $\overline{SA} < 0$ & le point A se trouve à 1 m du sommet S : $|\overline{SA}| = 1$ m. D'où : $\overline{SA} = -\,1$ m.
- ✓ miroir sphérique concave (de centre à C et de sommet S) : $\overline{SC} < 0$ & de rayon de courbure 50 cm : $|R| = |\overline{SC}| = 50$ cm. D'où : $\overline{SC} = -50$ cm $= -1/2$ m.
- ✓ La relation de conjugaison d'un miroir sphérique avec origine au sommet donne :

$$\frac{1}{\overline{SA'}} + \frac{1}{\overline{SA}} = \frac{2}{\overline{SC}} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{\overline{SA'}} = \frac{2}{\overline{SC}} - \frac{1}{\overline{SA}} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{\overline{SA'}} = \frac{2}{-\frac{1}{2}} - \frac{1}{-1} = -4 + 1 = -3$$

Soit : $\overline{SA'} = -1/3\ m$. Et, on déduit immédiatement le grandissement γ :

$$\gamma = -\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}} = -\frac{-\frac{1}{3}}{-1} = -\frac{1}{3}$$

Ainsi, l'image est ***réelle*** ($\overline{SA'} < 0$ & système catadioptrique), ***plus petite*** que l'objet ($|\gamma| < 1$) et ***inversée*** ($\gamma < 0$).

Exercice 5 :

- ✓ objet réel (dent) : $\overline{SA} < 0$, situé à 1.5 cm du miroir : $|\overline{SA}| = 1.5$ cm. D'où :

$$\overline{SA} = -\,1.5 \text{ cm}$$

- ✓ Image droite : $\gamma > 0$ & Image deux fois plus grande : $|\gamma| = 2$. D'où : $\gamma = +\,2$.

Le grandissement s'écrit :

$$\gamma = -\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}} \quad \Rightarrow \quad \overline{SA'} = -\,\gamma \times \overline{SA}$$

Et, la relation de conjugaison du miroir sphérique avec origine au sommet s'écrit :

$$\frac{1}{\overline{SA'}} + \frac{1}{\overline{SA}} = \frac{2}{\overline{SC}} \Rightarrow \frac{1}{\overline{SA}}\left(-\frac{1}{\gamma} + 1\right) = \frac{2}{\overline{SC}} \Rightarrow \frac{1}{\overline{SA}}\left(\frac{\gamma - 1}{\gamma}\right) = \frac{2}{\overline{SC}} \Rightarrow \overline{SC} = \frac{2\,\gamma}{\gamma - 1}\,\overline{SA}$$

$$\text{A.N.} \qquad \overline{SC} = \frac{2 \times 2}{2 - 1} \times (-\,1.5 \text{ cm}) = -\,6 \text{ cm}$$

Pour répondre aux critères imposés par le dentiste, le miroir doit être ***concave*** ($\overline{SC} < 0$) avec un *rayon de courbure* de **6 cm**.

Exercice 6 :

- ✓ Objet ***réel*** ($\overline{SA} < 0$), situé à 100 mm de la cornée ($|\overline{SA}| = 100$ mm): $\overline{SA} = -\,100\ mm$. Noter au passage que la cornée ayan un aspect « bombé », est donc un miroir convexe (nous allons le prouver d'ailleurs ci-après analytiquement).
- ✓ Le grandissement donne :

$$\gamma = -\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}} \Rightarrow \overline{SA'} = -\,\gamma \times \overline{SA} \quad \Rightarrow \overline{SA'} = -\,0.037 \times (-100\ mm) = +\,3.7\ mm$$

- ✓ $\overline{SA'} > 0$ & système *catadioptrique*, on a donc une i***mage* virtuelle** (ce qui était en fait déjà mentionné dans l'énoncé).
- ✓ La relation de conjugaison du miroir sphérique avec origine au sommet S donne :

$$\frac{1}{\overline{SA'}} + \frac{1}{\overline{SA}} = \frac{2}{\overline{SC}} \quad \Rightarrow \quad \overline{SC} = 7.7 \text{ mm}$$

- ✓ Finalement, la cornée est un miroir *convexe* ($\overline{SC} > 0$), comme on s'y attendait, avec un rayon de courbure de presque **8 mm**.

Exercice 7 :

1) & 2)

➢ Cas d'un miroir ***plan*** (voir Figure 1) :

Nous savons que A doit être le symétrique de A' par rapport au miroir plan. Ainsi :

$\overline{SA'} = -D \ (D > 0)$

$\Rightarrow \quad \overline{SA} = D$

En considérant les deux rayons extrêmes passant (eux ou leurs prolongements) par A **et** réfléchis par le miroir plan (voir Figure 1), on déduit :

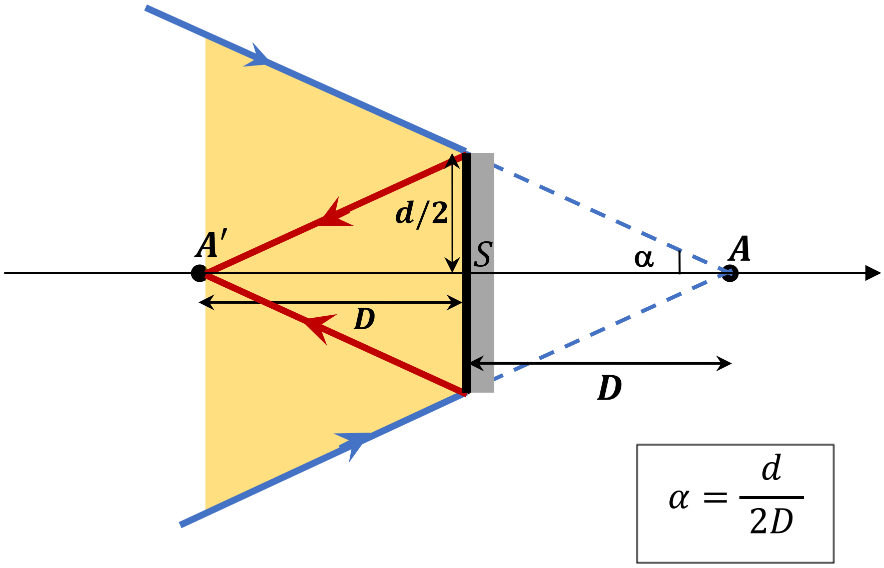


Figure 1 : *Exercice 7 – Champs d'un miroir* ***plan****.*

$$\tan\alpha = \frac{d/2}{D}$$

Or, dans les conditions de Gauss on a : $\tan\alpha \approx \alpha$, d'où :

$$\boldsymbol{\alpha = \frac{d}{2D}} \qquad [1] \qquad \text{où} \quad \alpha > 0$$

Le *champs* du miroir plan étant égal à 2α, il correspond à l'espace coloré sur la Figure 1.

➢ Cas d'un miroir ***concave*** (voir Figure 2) :

On a : $\overline{SA'} = -D \ (D > 0)$ et $\overline{SC} = -R \ (R > 0)$. Et on pose, $\overline{SA} = D' \ (= ?)$

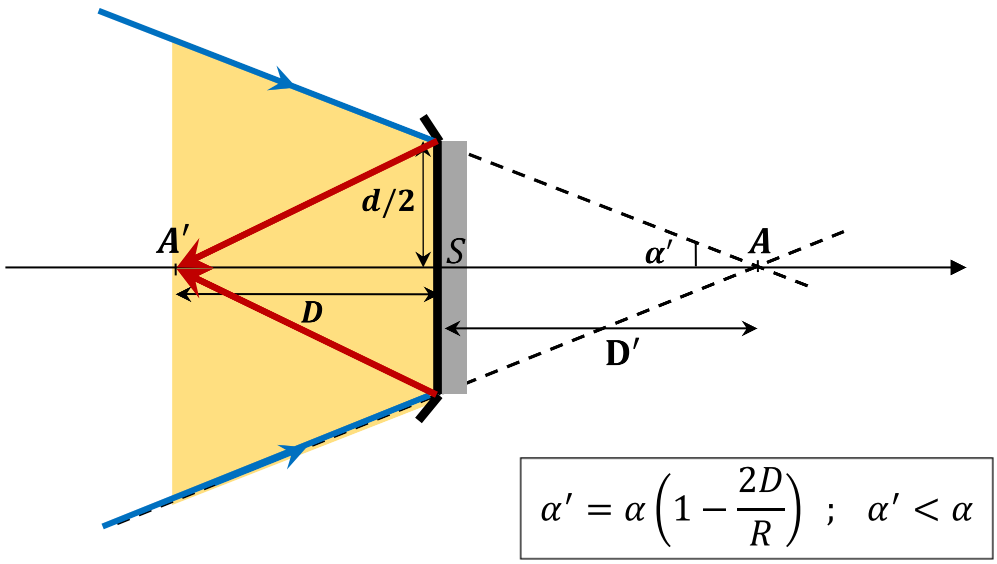


Figure 2: *Exercice 7 – Champs d'un miroir* ***concave****.*

La relation de conjugaison (avec origine au sommet) donne :

$$\frac{1}{\overline{SA'}}+\frac{1}{\overline{SA}}=\frac{2}{\overline{SC}} \quad\Rightarrow\quad \frac{1}{-D}+\frac{1}{\overline{SA}}=\frac{2}{-R} \quad\Rightarrow\quad \frac{1}{\overline{SA}}=\frac{1}{D}-\frac{2}{R}=\frac{R-2D}{RD} \quad\Rightarrow$$

$$\overline{SA}=D'=\frac{RD}{R-2D}=\frac{D}{1-\frac{2D}{R}}$$

Noter que dans les conditions de Gauss, on a :

$$\frac{2D}{R}<1$$

Et, puisque $R>0$ et $D>0$, il vient finalement : $D'>D>0 \;\Rightarrow\; \alpha'<\alpha$; sachant :

$$\alpha'=\frac{d/2}{D'}=\frac{d(R-2D)}{2RD}=\frac{d}{2D}\,\frac{R-2D}{R}=\frac{d}{2D}\left(1-\frac{2D}{R}\right)=\alpha\left(1-\frac{2D}{R}\right) \quad\Rightarrow$$

$$\boldsymbol{\alpha'=\alpha\left(1-\frac{2D}{R}\right)} \qquad [2] \qquad \text{où,} \qquad \boldsymbol{\alpha'<\alpha}$$

Ainsi, pour le miroir concave on a : $0<\alpha'<\alpha$; autrement dit, le *champ de vision* du miroir **concave** est **plus faible** que celui du miroir **plan**.

- **Cas d'un miroir *convexe*** (voir Figure 3) :

On a : $\overline{SA'}=-D\;(D>0)$ et $\overline{SC}=R\;(R>0)$. On pose : $\overline{SA}=D''$.

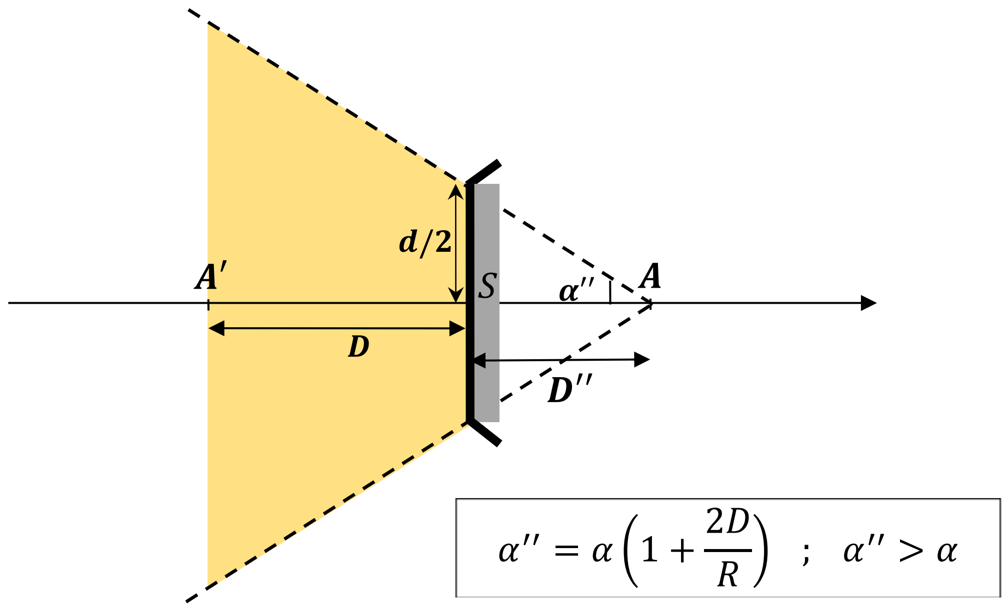


Figure 3 : *Exercice 7 – Champs d'un miroir* ***convexe****.*

La relation de conjugaison donne dans ce cas :

$$\frac{1}{\overline{SA'}}+\frac{1}{\overline{SA}}=\frac{2}{\overline{SC}} \quad\Rightarrow\quad \frac{1}{-D}+\frac{1}{\overline{SA}}=\frac{2}{R} \quad\Rightarrow\quad \frac{1}{\overline{SA}}=\frac{1}{D}+\frac{2}{R}=\frac{R+2D}{RD}$$

$$\Rightarrow\quad \overline{SA}=D''=\frac{RD}{R+2D}=\frac{D}{1+2D/R} \quad\Rightarrow\quad D''<D \quad (R>0 \text{ et } D>0)$$

$$\Rightarrow\quad \alpha''=\frac{d/2}{D''}=\frac{d(R+2D)}{2RD}=\frac{d}{2D}\,\frac{R+2D}{R}=\frac{d}{2D}\left(1+\frac{2D}{R}\right)=\alpha\left(1+\frac{2D}{R}\right) \quad\Rightarrow$$

$$\boldsymbol{\alpha''=\alpha\left(1+\frac{2D}{R}\right)} \qquad [3] \qquad \text{où} \qquad \boldsymbol{\alpha''>\alpha}$$

En effet, puisque $0 < \frac{2D}{R} < 1$, alors $\alpha'' > \alpha$ avec, $\alpha > 0$.

Ainsi, le *champ de vision* du miroir **convexe** est **plus large** que celui du miroir **plan**.

- **En résumé** :

On a : $\alpha' < \alpha < \alpha''$. Ainsi, le *champ de vision* le **plus favorable** (le plus large/grand) est celui du miroir ***convexe***, d'où son emploi dans la vie courante (voir Figure 4). Tandis que le miroir <u>*concave*</u> possède le champ de vision le <u>plus défavorable</u> (le plus étroit/petit).

Figure 4 : *<u>Exercice 7</u> – Le miroir **convexe** possède le champ de vision **le plus large** (le plus favorable).*

En raisonnant plutôt sur les distances, on a : $D' > D > D''$. On en déduit que la position du point objet A (conjugué de A') est :

- ✓ le *symétrique* de A' dans le cas du miroir <u>*plan*</u> ($\overline{SA} = D = |\overline{SA'}|$) ;
- ✓ plus loin du miroir dans le cas du miroir <u>*concave*</u> ($\overline{SA} = D' > D$) ;
- ✓ plus proche du miroir dans le cas du miroir <u>*convexe*</u> ($\overline{SA} = D'' < D$).

3) Pour le miroir plan, l'équation [1] $\left(\alpha = \frac{d}{2D}\right)$, donne :

- ✓ pour $D = 1$ m : $\alpha = 0.15/2 = 0.075$ rad ;
- ✓ pour $D = 2$ m : $\alpha = 0.15/4 = 0.0375$ rad.

Ainsi, évidemment, lorsque D augmente on a une réduction du *champ* de vision.

De manière générale et sachant que le champ de vision est proportionnel à α (il est égal plus précisément à 2α), il suffit de noter que lorsque D augmente alors α diminue (d'après l'équation [1] : α est inversement proportionnel à D) et donc le champ de vision diminue lui aussi.

4) Il faudrait choisir un miroir **convexe** pour élargir le champ de vision. Un miroir concave serait inadapté parce que le champ de vision serait encore plus réduit que dans le cas d'un miroir plan. Le rayon de courbure de ce miroir convexe se calcule alors aisément grâce à l'équation [3] :

$$\alpha'' = \alpha\left(1 + \frac{2D}{R}\right) \quad \Rightarrow \quad R = \frac{2D}{\frac{2D}{d}\alpha'' - 1}$$

A.N : pour $d = 15$ cm, $D = 2$ m et $\alpha'' = 0.075$ rad (même champs que dans la question 3), il vient alors :

$$R = \frac{2 \times 2}{\frac{2 \times 2}{0.15} \times 0.075 - 1} \text{ m} \quad \Rightarrow \quad R = \overline{SC} = 4 \text{ m}$$

Notez au passage qu'il s'agit bien d'un miroir convexe ($\overline{SC} = R > 0$).

Exercice 8 :

Le rayon incident ①, parallèle à l'axe optique, passe par le foyer (F') après réflexion sur le miroir sphérique. Le rayon ② se réfléchit alors sur le miroir plan, en suivant la loi de réflexion, donnant lieu au rayon ③ tel que :

- Dans le premier cas (voir Figure 1) : Le rayon ③ passe par le foyer F' du miroir sphérique. Le rayon (final) ④ ressort de ce jeu de miroir, **parallèlement** au rayon incident <u>et</u> **symétrique** à celui-ci par rapport à l'axe optique, <u>mais</u> dans le **sens inverse** du rayon incident.

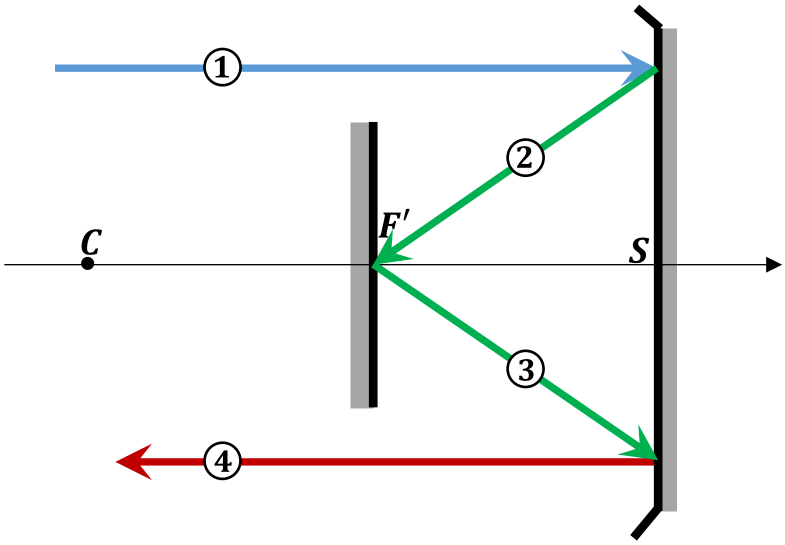


Figure 1** – Exercice 8 – 1er **cas.

- Dans le second cas (voir Figure 2) : Le rayon ③ est obtenu en suivant la loi de réflexion : il est incliné sur l'axe optique et ne passe pas par F'. Et, pour trouver le rayon réfléchi suivant, on considère le rayon ④, **parallèle** à ③ et passant par C. Les rayons ④ et ③ ont alors le **même *foyer image* secondaire** ; celui-ci étant situé à l'intersection du plan focal image et du rayon ④.

  Ainsi, après réflexion, le rayon ③ donne le rayon ⑤ qui passe par ce foyer image secondaire. Enfin, le rayon ⑤ se réfléchit sur le miroir plan (en suivant la loi de réflexion), ce qui donne lieu au rayon final ⑥ qui ressort du système de miroir, incliné par rapport à l'axe optique.

  Noter que pour déterminer le rayon réfléchi du rayon ③, autrement dit pour retrouver le rayon ⑤, on peut également recourir au foyer objet secondaire. Pour cela, il suffit de considérer l'intersection du rayon ③ et du plan focal. On trace ensuite le rayon ④' passant par ce foyer objet secondaire et par le centre C. Ce rayon sera réfléchi et reviens vers C. Et, le rayon recherché ⑤ est alors parallèle à ce rayon.

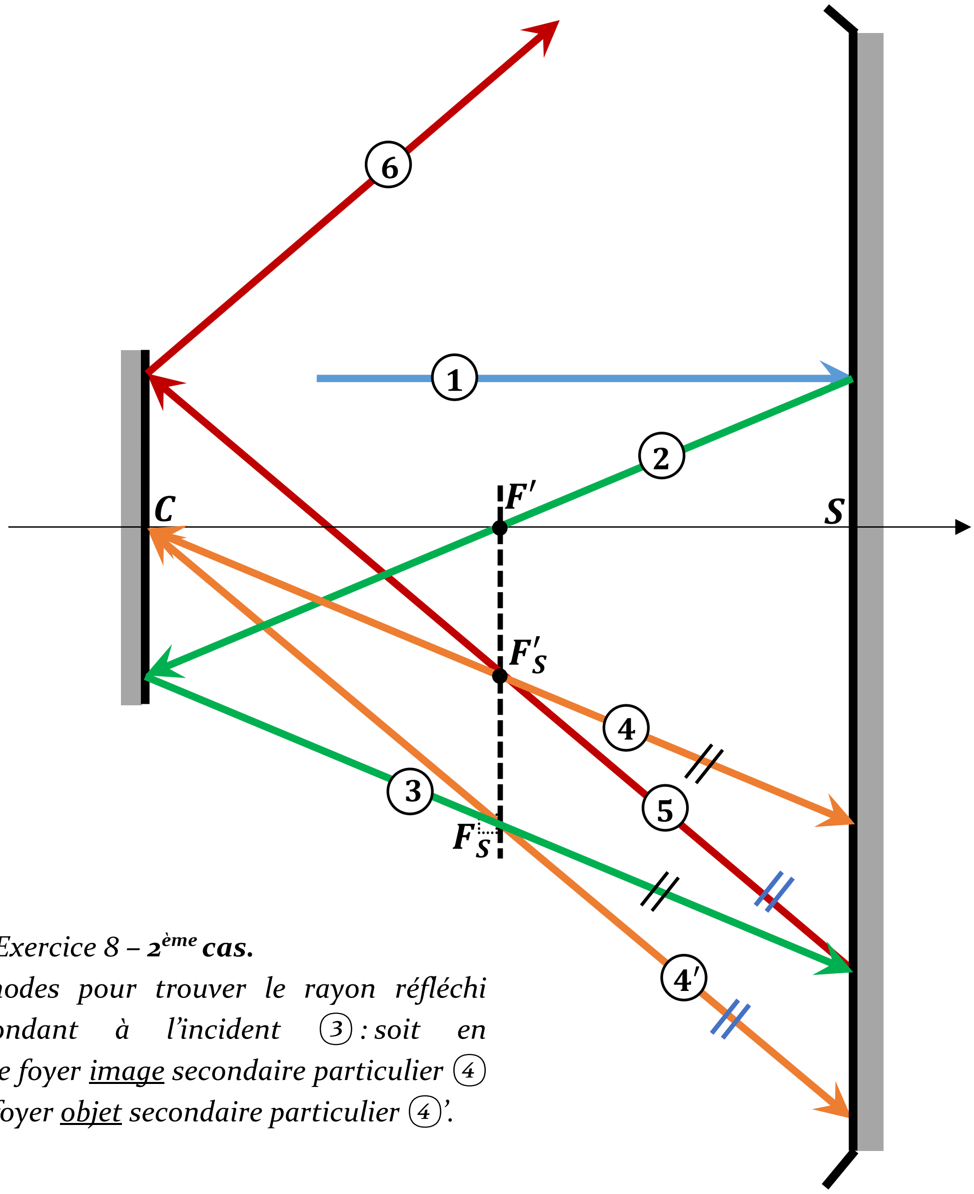


Figure 2** – Exercice 8 – **2ème cas.
Deux méthodes pour trouver le rayon réfléchi 5 correspondant à l'incident 3 : soit en exploitant le foyer image secondaire particulier 4 ou alors le foyer objet secondaire particulier 4'.

Exercice 9 :

Miroir sphérique **convexe** (donc divergent ! On a déjà une indication donc quant à la réponse) : $R = \overline{SC} > 0$.

Objet réel à 27 cm du miroir : $\overline{SA} = -27$ cm.

Image virtuelle : $\overline{SA'} > 0$ (puisque système catadioptrique), réduite d'un facteur 3 :

$|\gamma| = 1/3$. Or $\gamma = -\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}}$ avec, $\overline{SA} < 0$ et $\overline{SA'} > 0$, alors $\gamma > 0$. Ainsi, $\gamma = +1/3$.

$\gamma = +1/3$ et $\overline{SA} = -27$ cm donne : $\overline{SA'} = +9$ cm. Et, on a :

$$\frac{1}{9 \times 10^{-2}} + \frac{1}{-27 \times 10^{-2}} = -V = -\frac{200}{27} = -7.4\ \delta \qquad (*)$$

Il s'agit (bien) d'un miroir **divergent** (donc convexe) puisque $\boldsymbol{V < 0}$.

Son rayon, qui peut être déduit directement de (*), étant égal à :

$$R = -\frac{2}{V} = +\frac{27}{100}\text{m} = +27\text{cm}$$

Exercice 10 :

$$\frac{1}{\overline{SA'}}+\frac{1}{\overline{SA}}=\frac{2}{\overline{SC}}=\frac{2}{R} \qquad \& \qquad \gamma=-\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}}$$

$$\overline{SA}=\overline{SA'} \quad \Rightarrow \quad \overline{SA}=\overline{SA'}=\overline{SC} \quad \& \quad \gamma=-1$$

L'objet est donc en C. Néanmoins, son image (qui est également en C) n'est pas confondue avec l'objet puisque cette image est renversée par rapport à l'objet ($\gamma=-1$).

Exercice 11 :

$$\frac{1}{\overline{SA'}}+\frac{1}{\overline{SA}}=\frac{2}{\overline{SC}}=-V \ \text{(dans l'air)} \qquad \& \qquad \gamma=-\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}}$$

D'après l'énoncé, on a :

$$\overline{SA}=-10\,m \quad \& \quad \gamma=\frac{1}{5} \quad \Rightarrow \quad \overline{SA'}=2\,m \quad \& \quad V=-\frac{2}{\overline{SC}}=-\left(\frac{1}{\overline{SA'}}+\frac{1}{\overline{SA}}\right)=-0.4\,\boldsymbol{\delta}$$

Ce miroir est donc divergent/convexe.

Exercice 12 :

D'après l'énoncé, on a :

$$\overline{SA}=-10\,cm \quad \& \quad R=\overline{SC}=-30\,cm \quad \Rightarrow \quad \overline{SA'}=30\,cm \quad \& \quad \gamma=3$$

Exercice 13 : $\overline{SA}=-15\,m$

Si le miroir est convexe, $R=\overline{SC}=+10\,m$ et $\overline{SA'}=3.75\,m$, $\gamma=0.25$.

Si le miroir est concave, $R=\overline{SC}=-10\,m$ et $\overline{SA'}=-7.5\,m$, $\gamma=-0.5$.

Dans un rétroviseur l'image est en général droite. Le miroir doit donc être convexe.

Exercice 14 :

$$\frac{1}{\overline{SA'}}+\frac{1}{\overline{SA}}=\frac{2}{\overline{SC}}$$

1) L'image est réelle si $\frac{1}{\overline{SA'}}<0$, soit $\frac{1}{\overline{SA}}>\frac{2}{\overline{SC}}$.

Dans le cas d'un miroir **concave** ($\overline{SC}<0$), il y a donc deux possibilités :

- ✓ $\overline{SA}>0$, l'inégalité est toujours vérifiée ;
- ✓ $\overline{SA}<0$ et $\overline{SA}<\frac{\overline{SC}}{2}=\overline{SF}$

Les deux solutions sont donc : A virtuel (Figure 1), ou A réel situé avant F puisque le foyer est au milieu de S et C $\left(\overline{SF}=\frac{\overline{SC}}{2}\right)$; pour illustrer ce dernier cas, nous allons considérer deux situations : A réel avant C (Figure 2) et A réel entre C et F (Figure 3).

2) Dans le cas d'un miroir **convexe** ($\overline{SC}>0$), la seule possibilité est alors $\overline{SA}>0$ et $\overline{SA}<\frac{\overline{SC}}{2}$: l'objet est virtuel et placé entre S et F (Figure 4).

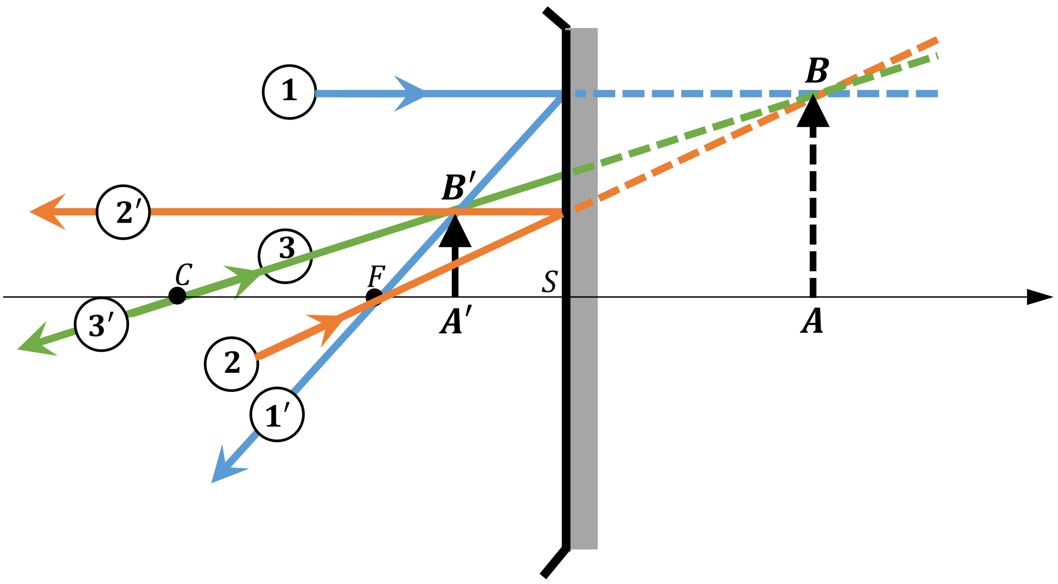


Figure 1 **:** Exercice 14 – ***Miroir concave*** ($\overline{SA} > 0$) – *Construction de l'image d'un objet virtuel.*

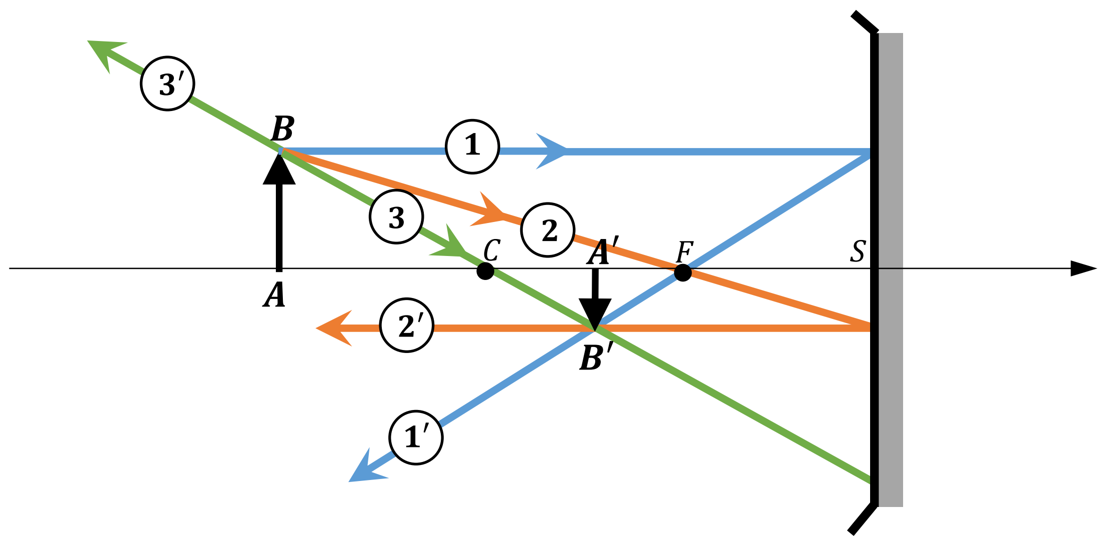


Figure 2 **:** Exercice 14 – ***Miroir concave*** ($-\infty < \overline{SA} < 2f$) – *Construction de l'image d'un objet réel situé avant C (centre) d'un miroir concave.*

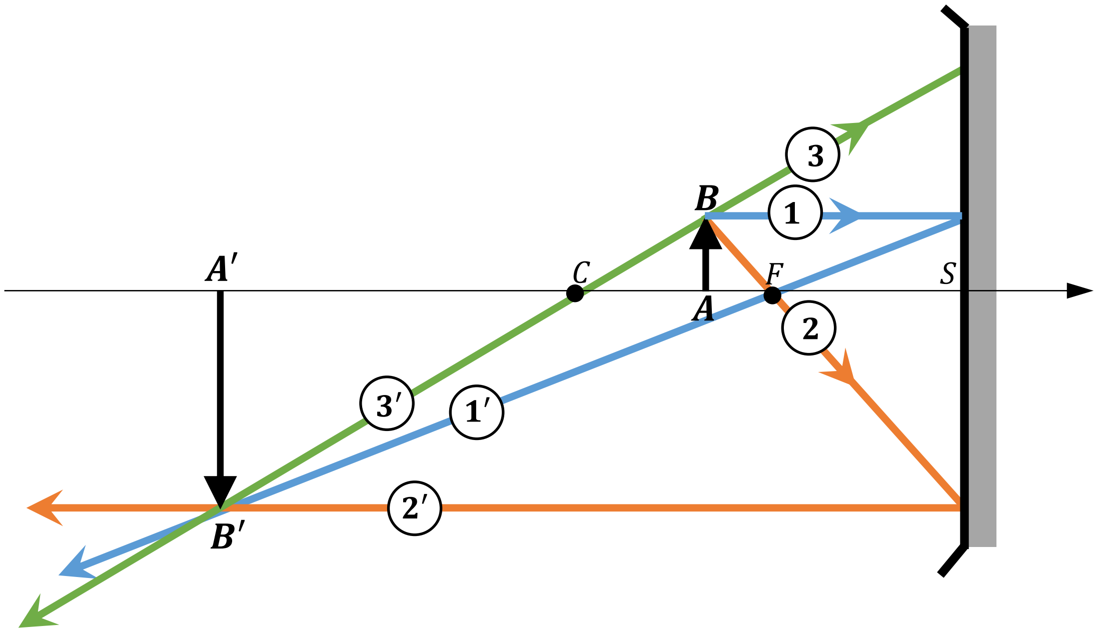


Figure 3* :** *Exercice 14 –* ***Miroir concave $(2f < \overline{SA} < f)$ *– Construction de l'image d'un objet réel situé entre C et F (centre et foyer) d'un miroir concave.*

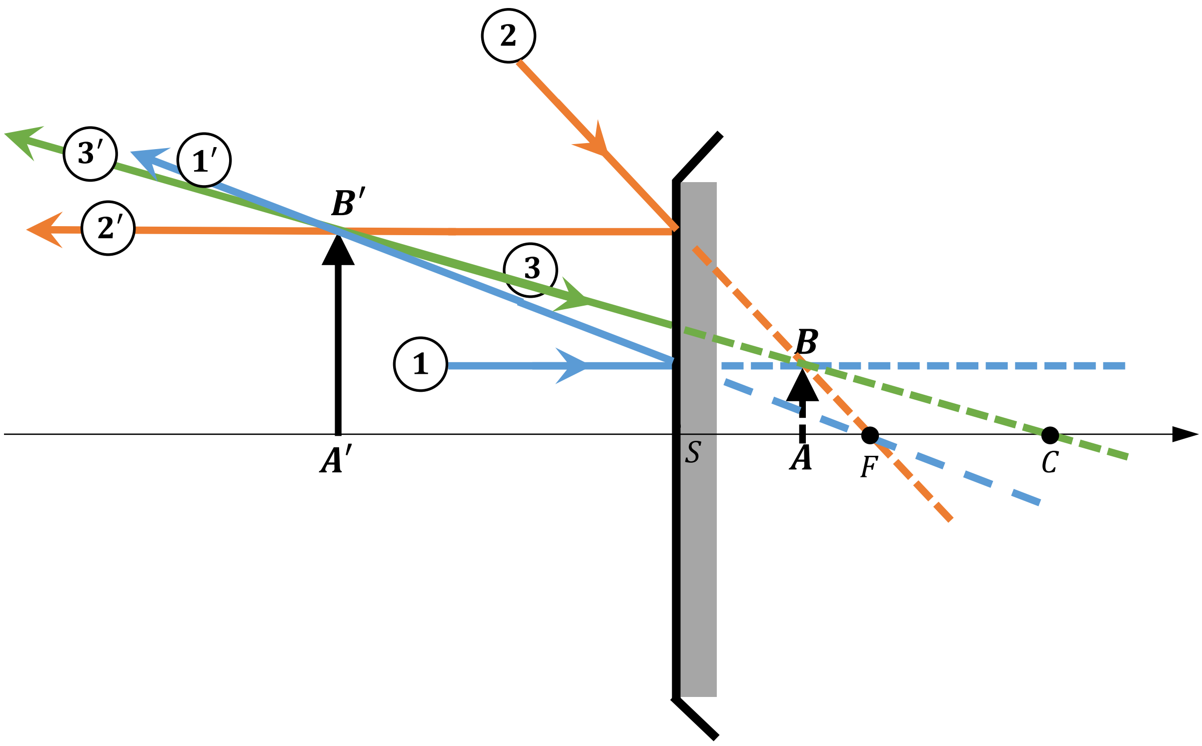


Figure 4* :** *Exercice 14 –* ***Miroir convexe $(0 < \overline{SA} < f)$*– Construction de l'image d'un objet virtuel situé entre S et F (sommet et foyer) d'un miroir convexe.*

Exercice 15 :

1) Dioptre convexe ($R = \overline{SC} > 0$) & 10 cm de rayon de courbure ($|R| = 10$ cm), d'où : $R = +10\ cm$. Et, les positions des foyers (équations [3.20] et [3.21] du cours), sont :

$$\overline{SF} = \frac{n}{n-n'}\overline{SC} \quad \Rightarrow \quad f = \overline{SF} = -2R = -20 \text{ cm}$$

$$\overline{SF'} = \frac{n'}{n'-n}\overline{SC} \quad \Rightarrow \quad f' = \overline{SF'} = 3R = 30 \text{ cm}$$

Noter au passage qu'un dioptre <u>*convexe*</u> <u>avec</u> $n' > n$, est un dioptre <u>*convergent*</u>.

2)

a) Objet réel : $\overline{SA} < 0$ & placé à 60 *cm* du sommet : $|\overline{SA}| = 60$ cm, d'où : $\overline{SA} = -\,60$ cm.

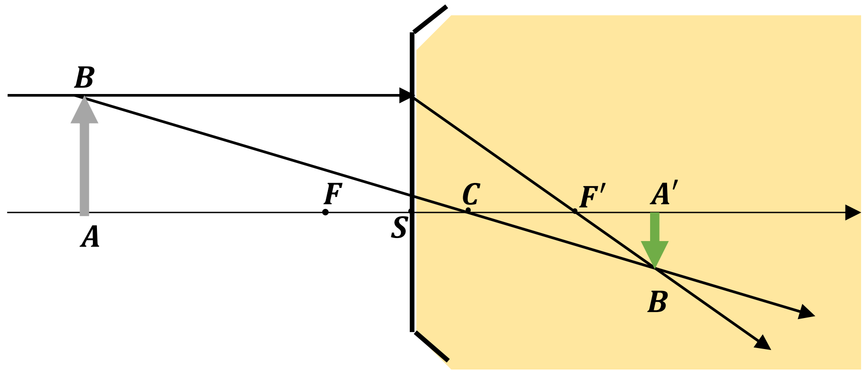
- ✓ La relation de conjugaison (avec origines au sommet) donne :

$$\frac{n'}{\overline{SA'}} - \frac{n}{\overline{SA}} = \frac{n'-n}{\overline{SC}} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{\overline{SA'}} = \frac{n}{n'}\frac{1}{\overline{SA}} + \frac{n'-n}{n'}\frac{1}{\overline{SC}}$$

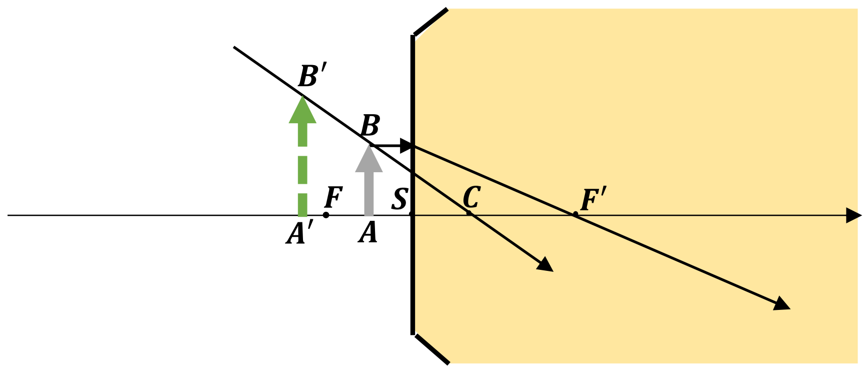
$$\Rightarrow \frac{1}{\overline{SA'}} = \frac{1}{\frac{3}{2}}\frac{1}{-60} + \frac{\frac{3}{2}-1}{\frac{3}{2}}\frac{1}{10} \Rightarrow \frac{1}{\overline{SA'}} = -\frac{1}{90} + \frac{1}{30} = \frac{2}{90} \Rightarrow \overline{SA'} = +\,45 \text{ cm}$$

L'image est donc ***réelle*** ($\overline{SA'} > 0$ & système dioptrique) et ***renversée*** ($\gamma < 0$). On rappelle que :

$$\gamma = \frac{n}{n'}\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}}$$

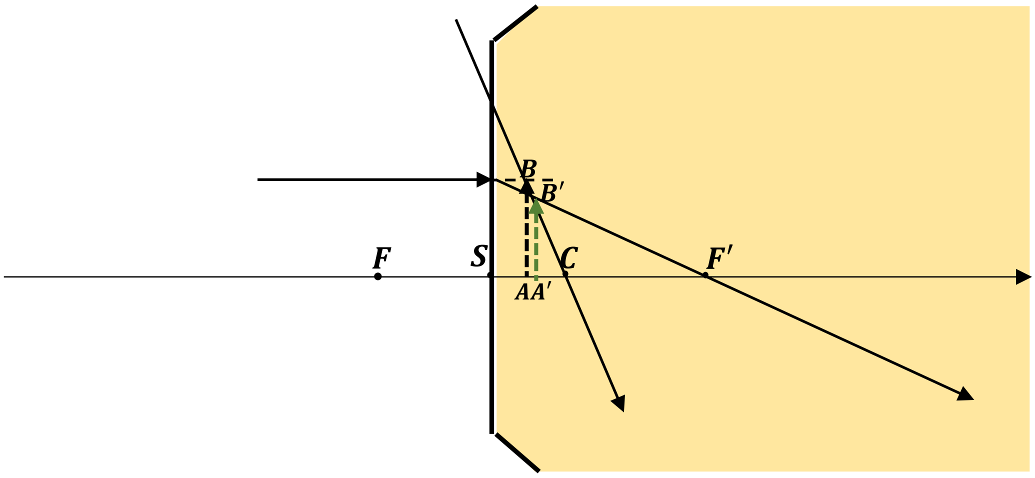


b) Pour $\overline{SA} = -\,10$ cm (objet réel à 10 *cm* du sommet), il vient : $\overline{SA'} = -\,30$ cm. L'image est ***virtuelle*** ($\overline{SA'} < 0$ & système dioptrique) et ***droite*** - dans le même sens que l'objet ($\gamma > 0$).



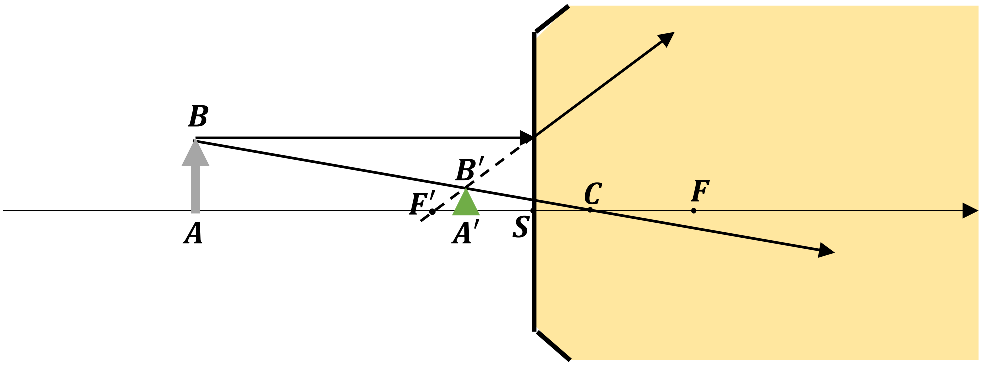
c) Pour $\overline{SA} = 5$ cm (objet virtuel), on obtient : $\overline{SA'} = 6$ cm.

L'image est ***réelle*** ($\overline{SA'} > 0$ & système dioptrique) et ***droite*** ($\gamma > 0$) .



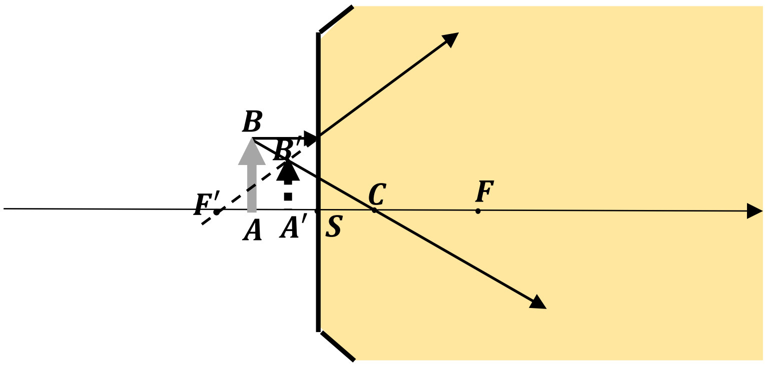
3) Si l'on inverse les indices alors les foyers objet et image se retrouvent inversés ; ainsi, on aura dans ce cas : $f' = -20$ cm, $f = 30$ cm et le dioptre est *divergent*.

a) Pour $\overline{SA} = -60$ cm (objet réel), on trouve : $\overline{SA'} = -13.33$ cm.
L'image est ***virtuelle*** ($\overline{SA'} < 0$ & système dioptrique) et ***droite*** ($\gamma > 0$).

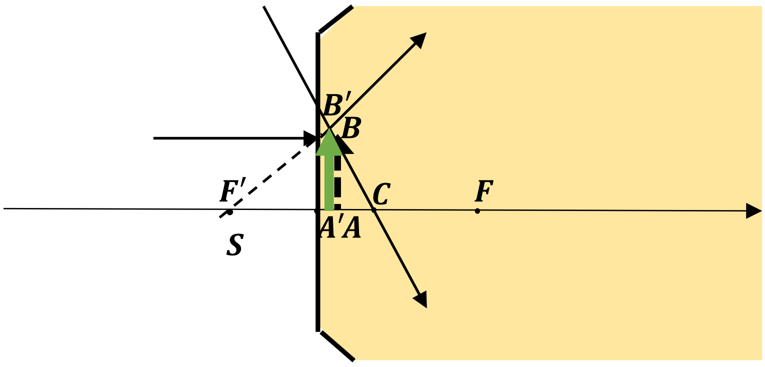


b) Pour $\overline{SA} = -10$ cm (objet réel), on trouve $\overline{SA'} = -5$ cm.

L'image est ***virtuelle*** ($\overline{SA'} < 0$ & système dioptrique) et ***droite*** ($\gamma > 0$).



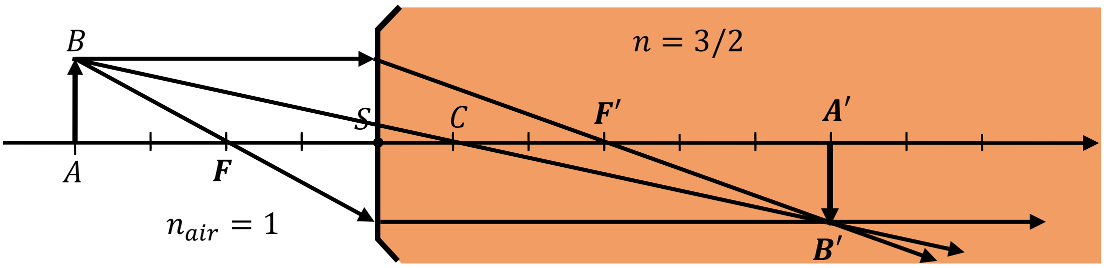
c) Pour $\overline{SA} = 5$ cm (objet virtuel), on trouve : $\overline{SA'} = 4$ cm.
L'image est ***réelle*** ($\overline{SA'} > 0$ & système dioptrique) et ***droite*** ($\gamma > 0$).



Exercice 16 :

1) $f' = \overline{SF'} = 3R$ et $f = \overline{SF} = -2R$ avec $R > 0$.

2)



3) Pour $\overline{SA} = -4R$ (objet réel) on obtient :
$\overline{SA'} = 6R$ et $\gamma = -1$.
L'image est donc :
- **réelle** puisque ($\overline{SA'} > 0$ **& système dioptrique**) ;
- **inversée** (renversée) car $\boldsymbol{\gamma} < \mathbf{0}$;
- **de même taille** que l'objet puisque $|\boldsymbol{\gamma}| = \mathbf{1}$.

Exercice 17 :

1) L'équation de conjugaison du dioptre sphérique avec origine au sommet s'écrit ici :

$$\underset{n_1}{\boldsymbol{A}} \xrightarrow{\text{Système } (S/C)} \underset{n_2}{\boldsymbol{A'}} \qquad\qquad \frac{n_2}{\overline{SA'}} - \frac{n_1}{\overline{SA}} = \frac{n_2 - n_1}{\overline{SC}}$$

➢ Foyer ***objet*** (image à l'infini) :

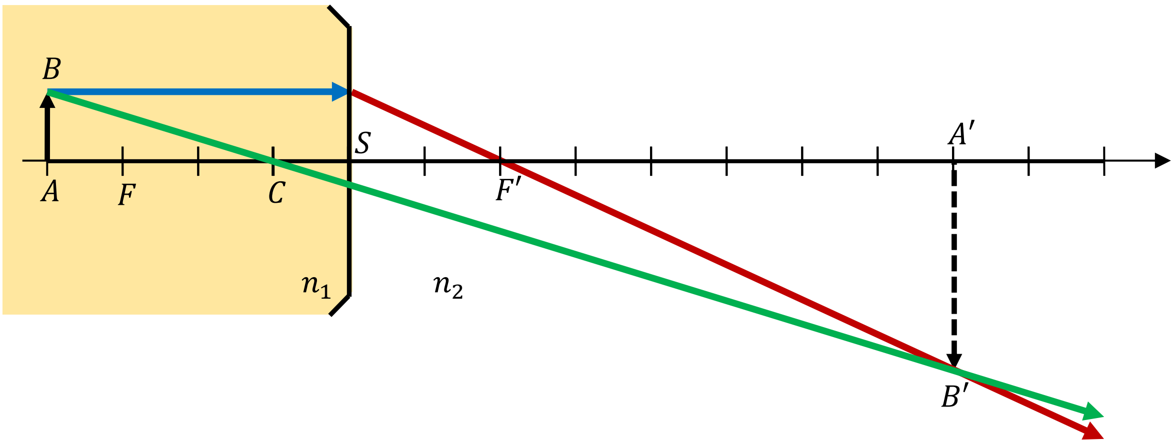
$$pour \ \overline{SA'} \to \infty : -\frac{n_1}{\overline{SF}} = \frac{n_2 - n_1}{\overline{SC}} \Rightarrow \overline{SF} = \frac{n_1}{n_1 - n_2}\overline{SC} \Rightarrow f = \overline{SF} = 3R$$

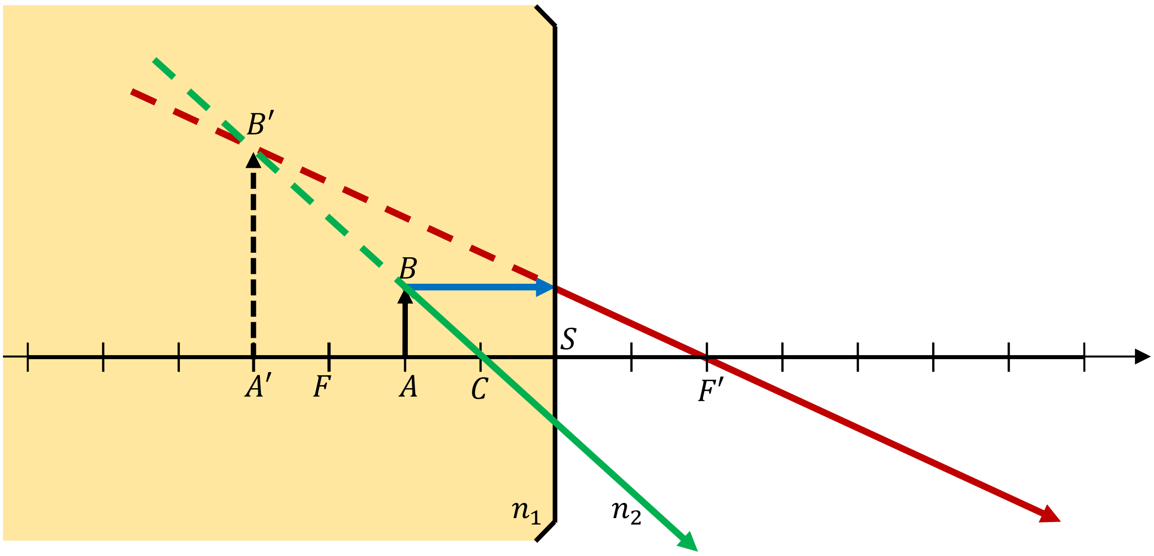
➢ Foyer ***image*** (objet à l'infini) :

$$pour \ \overline{SA} \to \infty : \frac{n_2}{\overline{SF'}} = \frac{n_2 - n_1}{\overline{SC}} \Rightarrow \overline{SF'} = \frac{n_2}{n_2 - n_1}\overline{SC} \Rightarrow f' = \overline{SF'} = -2R$$

➢ Les *foyers* objet et image sont ***réels*** ($f < 0$ et $f' > 0$).

2)





3) A partir de l'expression du grandissement du dioptre sphérique :

$$\gamma = \frac{n_1}{n_2}\,\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}}$$

nous allons exprimer le grandissement en fonction de $\overline{SA}$ et f (puis, en fonction de $\overline{SA}$ et f') qui sont les données ici. On a :

$$\frac{n_2}{\overline{SA'}} - \frac{n_1}{\overline{SA}} = \frac{n_2 - n_1}{\overline{SC}} \quad \Rightarrow n_2 - n_1\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}} = \frac{n_2 - n_1}{\overline{SC}}\,\overline{SA'}$$

$$\Rightarrow \frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}} = \frac{n_2}{n_1} - \frac{n_2 - n_1}{n_1}\,\frac{\overline{SA'}}{\overline{SC}} = \frac{n_2}{n_1} + \frac{\overline{SA'}}{f} \quad \Rightarrow$$

$$\gamma = \frac{n_1}{n_2}\,\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}} = 1 + \frac{n_1}{n_2}\,\frac{\overline{SA'}}{f} = 1 + \gamma\,\frac{\overline{SA}}{f} \quad \Rightarrow \quad \gamma = \frac{1}{1 - \dfrac{\overline{SA}}{f}} \qquad (*)$$

- ✓ En fonction de $\overline{SA}$ et f' :

$$\frac{n_2}{\overline{SA'}} - \frac{n_1}{\overline{SA}} = \frac{n_2 - n_1}{\overline{SC}} \quad \Rightarrow \quad n_2\,\frac{\overline{SA}}{\overline{SA'}} - n_1 = \frac{n_2 - n_1}{\overline{SC}}\,\overline{SA}$$

$$\Rightarrow \frac{\overline{SA}}{\overline{SA'}} = \frac{n_1}{n_2} + \frac{n_2 - n_1}{n_2\,\overline{SC}}\,\overline{SA} = \frac{n_1}{n_2} + \frac{\overline{SA}}{f'} \quad \Rightarrow \gamma = \frac{n_1}{n_2}\,\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}} = \frac{1}{\dfrac{n_2}{n_1}\,\dfrac{\overline{SA}}{\overline{SA'}}} = \frac{1}{\dfrac{n_2}{n_1}\,\dfrac{\overline{SA}}{\overline{SA'}}} \quad \Rightarrow$$

$$\gamma = \frac{1}{1 + \dfrac{n_2}{n_1}\,\dfrac{\overline{SA}}{f'}} \qquad (**)$$

Soulignons que les deux expressions de γ $(*)$ et $(**)$ sont (évidemment) équivalentes. Il suffit de rappeler que (Eq [3.22] du cours) :

$$\frac{f'}{f} = -\frac{n_2}{n_1}$$

- ✓ Pour $\overline{SA} = 4R$:

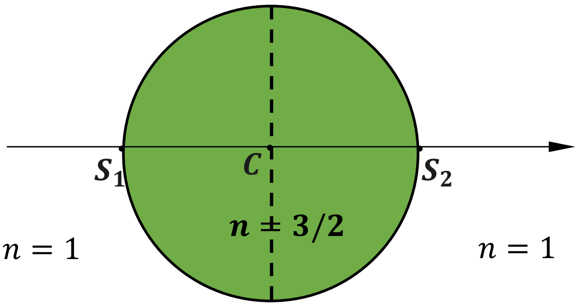
$$\gamma = \frac{1}{1-\frac{4R}{3R}} = \frac{1}{1+\frac{1}{\frac{3}{2}}\frac{4R}{-2R}} = -3$$

- ✓ Pour $\overline{SA} = 2R$:

$$\gamma = \frac{1}{1-\frac{2R}{3R}} = \frac{1}{1+\frac{1}{3/2}\frac{2R}{-2R}} = +3$$

Exercice 18 :

La boule peut être considérée comme l'association de deux dioptres sphériques (le premier convexe et le second concave) ayant le même centre (voir figure ci-contre). La boule est placée dans l'air.



$C_1 = C = C_2$

Aussi, il est alors commode d'utiliser la relation de conjugaison ***avec origine au centre C***, puisque les deux dioptres possèdent le même centre : $C_1 = C_2 = C$.

Rappelons au passage l'expression de la *relation de conjugaison* avec origine au centre (C) *d'un dioptre sphérique* (de sommet S) tel que *:*

$$\underset{n_1}{A_1} \xrightarrow{D_{Sphérique-S}(C)} \underset{n_2}{A_2} \qquad \frac{n_1}{\overline{CA_2}} - \frac{n_2}{\overline{CA_1}} = \frac{n_1 - n_2}{\overline{CS}}$$

1) Dans notre cas, on a symboliquement :

$$\underset{1}{A} \xrightarrow{D_{S-S1}(C_1 = C)} \underset{n=3/2}{A_1} \xrightarrow{D_{S-S2}(C_2 = C)} \underset{1}{A'}$$

Ainsi, pour le premier dioptre sphérique (sommet S_1, centre C_1) la relation de conjugaison s'écrit :

$$\frac{1}{\overline{C_1A_1}} - \frac{n}{\overline{C_1A}} = \frac{1-n}{\overline{C_1S_1}} \qquad (1)$$

Pour le deuxième dioptre sphérique (sommet S_2, centre C_2), elle s'écrit :

$$\frac{n}{\overline{C_2A'}} - \frac{1}{\overline{C_2A_1}} = \frac{n-1}{\overline{C_2S_2}} \qquad (2)$$

En sommant les deux relations (1) et (2), tout en considérant $\boldsymbol{C_1 = C_2 = C}$, on obtient alors une relation reliant la position de A à celle de A' (l'image de A dans la boule de verre) :

$$\frac{n}{\overline{CA'}} - \frac{n}{\overline{CA}} = \frac{1-n}{\overline{CS_1}} + \frac{n-1}{\overline{CS_2}} = \frac{1-n}{(-R)} + \frac{n-1}{(+R)}$$

Et ce, puisque : $\overline{CS_2} = -\overline{CS_1} = R$ où, R est le rayon de la boule de verre ($R > 0$).

➢ **Relation de conjugaison de la boule de verre de centre $\boldsymbol{C}$** (d'indice n et placée dans l'air) **:**

$$\boldsymbol{A} \xrightarrow{\textbf{Boule } (C)} \boldsymbol{A'} \qquad \boxed{\frac{\mathbf{1}}{\overline{\boldsymbol{CA'}}} - \frac{\mathbf{1}}{\overline{\boldsymbol{CA}}} = \frac{\mathbf{2\,(n-1)}}{\boldsymbol{nR}}}$$

D'après l'énoncé, il vient :

- ✓ Objet <u>placé à gauche</u> de la boule de verre : objet **réel** : $\overline{S_1A} < 0$ & placé à la distance d : $|\overline{S_1A}| = d$. D'où, $\overline{S_1A} = -d = -120$ cm.
- ✓ La relation de Chasles donne : $\overline{CA} = \overline{CS_1} + \overline{S_1A} = -R - d = -10 - 120$, soit : $\overline{CA} = -130$ cm.
- ✓ De la relation de conjugaison de la boule on déduit alors :

$$\frac{1}{\overline{CA'}} = \frac{1}{(-130)} + 2 \times \frac{\frac{3}{2} - 1}{\frac{3}{2} \times 10} \qquad \Rightarrow \qquad \overline{CA'} = 16.96 \text{ cm}$$

2) Tenant compte de la relation de conjugaison de la boule de verre, il vient :

✓ **Foyer *objet F* de la boule de verre** :

Pour $\overline{CA'} \to \infty$, on obtient :

$$-\frac{1}{\overline{CF}} = \frac{2(n-1)}{nR} \quad \Rightarrow \quad \overline{CF} = -\frac{nR}{2(n-1)} \quad \& \quad n = 1.5 \quad \Rightarrow \quad \overline{CF} = -\frac{3}{2}R < 0$$

Le foyer ***objet*** est **réel**. Pour $R = 10$ cm : $\overline{CF} = -15$ cm.

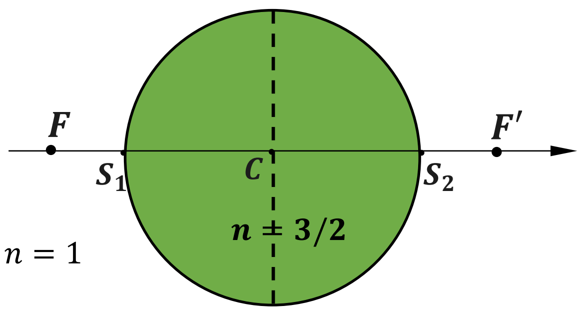
✓ **Foyer image $\boldsymbol{F'}$ de la boule de verre:**

Pour $\overline{CA} \to \infty$, on obtient :

$$\frac{1}{\overline{CF'}} = \frac{2(n-1)}{nR} \quad \Rightarrow \quad \overline{CF'} = \frac{nR}{2(n-1)} \quad \& \quad n = 1.5 \quad \Rightarrow \quad \overline{CF} = +\frac{3}{2}R > 0$$

Le foyer ***image*** est **réel**. Pour $R = 10$ cm : $\overline{CF'} = +15$ cm.

<u>Remarque</u> : Noter que les foyers objet et image de la boule sont symétriques par rapport à la boule (voir figure ci-contre).



3) $\overline{CA} = -\overline{CA'}$: image et objet sont symétriques par rapport au centre C de la boule. Dans ce cas, la relation de conjugaison de la boule donne :

$$-\frac{2}{\overline{CA}} = \frac{2(n-1)}{nR} \qquad \Rightarrow \qquad \overline{CA} = \frac{nR}{1-n}$$

Soit : $\overline{CA} = -\overline{CA'} = -30$ cm.