Physique des Matériaux II

Filière : SMP - Semestre : VI

Travaux Dirigés
Série n°4
2024/2025

Problème n°1

Un barreau de silicium de type N de longueur ***L=2 mm*** et de section ***S=1 mm²***, sa résistance à T=300K est de 100Ω.

1. Calculer la résistivité de ce barreau ;
2. En déduire la concentration des porteurs majoritaires et minoritaires ;
3. A quelle température, le nombre d'électrons provenant de la rupture des liaisons de valence est-il égale au nombre d'électrons provenant de l'ionisation des atomes donneurs.

Silicium : $\mu_n = 1{,}4\,.10^3 cm^2/Vs$ $\mu_p = 0{,}5\,.10^3 cm^2/Vs$ Eg = 1,12 eV

$n_C = n_V = 2{,}5\ 10^{25}\ m^{-3}$ $k_B = 1{,}38\ 10^{-23}$ j/K

1. Résistivité du barreau

$$R = \rho \frac{L}{S} \qquad \rho = R\frac{S}{L} \qquad \rho = 5.10^{-2}\Omega m$$

---

2. Concentration en trous et électrons

$$\sigma = n.e.\mu_n \qquad \rho = \frac{1}{n.e.\mu_n} \qquad n = \frac{1}{\rho.e.\mu_n}$$

$$n = 8{,}93.10^{14} cm^{-3}$$

Loi d'action de masse

$$\boldsymbol{n \approx N_d} \qquad p = \frac{n_i^2}{n} \qquad n_i^2 = n_C n_V e^{-\frac{E_g}{k_B T}}$$

$$n_i = 1{,}1.10^{10} cm^{-3}$$

$$p = 1{,}355.10^{6} cm^{-3}$$

3. Température T_1

La température T1 est la température à laquelle le nombre d’électrons provenant de la rupture des liaisons de valence est égale au nombre d’électrons provenant de l’ionisation des atomes donneurs.

$$\boldsymbol{n \approx N_d}$$

À la température T1

$$\boldsymbol{n_i = N_d} \qquad N_D = \sqrt{n_C n_V}\, e^{-\frac{E_g}{2k_B T_1}}$$

$$-\frac{E_g}{2k_B T_1} = ln\left(\frac{N_D}{\sqrt{n_C n_V}}\right)$$

$$T_1 = -\frac{E_g}{2k_B ln\left(\frac{N_D}{\sqrt{n_C n_V}}\right)} \qquad T_1 = 648K$$

Problème n°2

On se propose d'étudier la conductivité électrique d'un semi conducteur en fonction du dopage.

---

1. Donner l'expression de la conductivité en fonction des concentrations n et n_i ;
2. Calculer la conductivité minimale (σ_m)que l'on peut obtenir par dopage en fonction de : μ_n, μ_p, σ_i (conductivité intrinsèque) ;
3. En déduire les concentrations des porteurs de charges n et p ainsi que la concentration de dopants (N_d-N_a).

Germanium (T=300K) :

$\mu_n = 3{,}6\,.10^3 cm^2/Vs$ $\qquad$ $\mu_p = 1{,}8\,.10^3 cm^2/Vs$ $\qquad$ $n_i = 2\,.10^{19} m^{-3}$

1. Conductivité électrique en fonction des concentrations n et n_i

$$\sigma = e(n.\mu_n + p.\mu_p)$$

$$n.p = n_i^2$$

$$\sigma = e\left(n.\mu_n + \frac{n_i^2}{n}.\mu_p\right)$$

2. Conductivité minimale (σ_m)

$$\left(\frac{\partial\sigma}{\partial n}\right)_{n=n_m} = 0 \qquad \mu_n - \frac{n_i^2}{n_m^2}.\mu_p = 0 \qquad n_m = n_i.\sqrt{\frac{\mu_p}{\mu_n}}$$

$$\sigma_m = e\left(n_m.\mu_n + \frac{n_i^2}{n_m}.\mu_p\right) \qquad \sigma_m = 2e.n_i.\sqrt{\mu_n.\mu_p}$$

Conductivité intrinsèque

$$\sigma_i = e.n_i\,(\mu_n + \mu_p)$$

$$\sigma_m = 2.\sigma_i.\frac{\sqrt{\mu_n.\mu_p}}{\mu_n + \mu_p}$$

Si $\mu_n = \mu_p$

On trouve le cas intrinsèque

$$\sigma_m = \sigma_i$$

3. Concentrations des porteurs de charges

$$n_m = n_i.\sqrt{\frac{\mu_p}{\mu_n}} \qquad\qquad p_m = \frac{n_i^2}{n_m}$$

$$n_m = 1{,}414.10^{19}m^{-3} \qquad\qquad p_m = 2{,}829.10^{19}m^{-3}$$

Equation de neutralité $\quad n_m + N_a = p_m + N_d$

$$N_d - N_a = n_m - p_m$$

$$N_d - N_a = -1{,}415.10^{19}m^{-3}$$

$N_d - N_a < 0$ Dopage de type ***P***

Problème n°3

On a introduit 10^{-6}g d'arsenic par gramme de silicium.

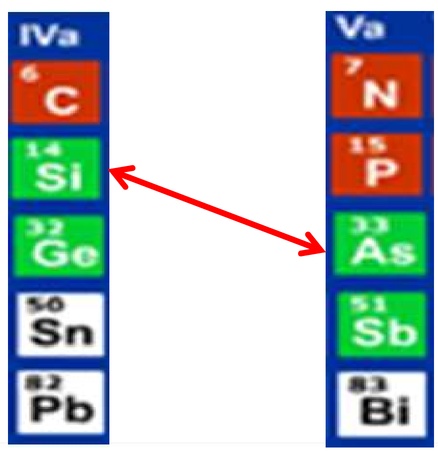
---

1. De quel type de dopage s'agit-il ; justifier votre réponse
2. Calculer la résistivité d'un cristal de silicium;

Silicium : $\mu_n = 1{,}5\,.10^3 cm^2/Vs$ $\quad \mu_p = 5{,}3\,.10^2 cm^2/Vs$ $\quad n_i = 1{,}1\,.10^{16} m^{-3}$

1. Type de dopage

Dopage par un élément de type V



Introduction d'une concentration $\boldsymbol{N_d}$ d'atomes donneurs

Il s'agit d'un dopage de type N

2. Résistivité du cristal de silicium

ρ_{Si}=2,33g/cm^3 $M_{As} = 74{,}9$

$$\rho = \frac{1}{\sigma} \qquad \sigma = e(n.\mu_n + p.\mu_p)$$

On dope du Si par de l'As : 10^{-6} g pour 1g **N_d** : Concentration des dopants

$$N_d = \frac{N_{As}}{V}$$

V : volume occupé par 1g de Si N_{As} : Nb d'atomes d'As contenus dans 10^{-6}g

$$V = \frac{m_{Si}}{\rho_{Si}} \qquad N_{As} = \frac{m_{As}}{M_{As}}.N_{av} \qquad N_d = \frac{\rho_{Si}.m_{As}}{m_{Si}.M_{As}}.N_{av}$$

$$N_d = 1{,}87.10^{16}cm^{-3}$$

Dopage de type N :

$$N_a = 0 \qquad n = N_d \qquad p = \frac{n_i^2}{N_d}$$

$$n = 1{,}87.10^{16}cm^{-3} \qquad p = 6{,}47.10^3cm^{-3}$$

$$\sigma = e(n.\mu_n + p.\mu_p)$$

$2{,}8.10^{19}(V.s.cm)^{-1}$ $3{,}43.10^{6}(V.s.cm)^{-1}$

Si on néglige ***p*** $\rho = 2{,}23\ (\Omega.mm)$

$$\rho = 2{,}22\ (\Omega.mm)$$

Problème n°4

On souhaite étudier l'effet du dopage sur la résistivité d'un cristal de Germanium. On dope ce cristal par des atomes de Phosphore puis par des atomes de Bore.

---

1. Déterminer la concentration atomique du Germanium ;
2. Sachant qu'à T=300K tous les atomes de Phosphore et de Bore sont ionisés ; calculer la résistivité correspondante à chaque cas de dopage, lorsque l'on ajoute :
   a. Un atome de Phosphore pour 10^5 atomes de Germanium ;
   b. Un atome de Bore pour 10^5 atomes de Germanium ;
   c. Interpréter ces résultats ;
3. Quelle doit être la concentration des atomes de Bore pour que les deux résistivités soient égales.

Ge (T=300K) : $\mu_n = 3{,}8\,.10^3 cm^2/Vs$ $\quad \mu_p = 1{,}8\,.10^3 cm^2/Vs$ $\quad \rho_{Ge} = 5{,}33\ g.cm^{-3}$

1. Concentration atomique du Germanium

$$\rho_{Ge} = \frac{N_{at}.M_{Ge}}{V.N_{av}} \qquad n_{at} = \frac{\rho_{Ge}.N_{av}}{M_{Ge}} \qquad n_{at} = 4{,}42.10^{22} cm^{-3}$$

---

2. Résistivité en fonction du type de dopage

Dopage par le Phosphore N | **Dopage par le Bore P**

Un atome de Phosphore/Bore pour 10^5 atomes de Germanium

Dopage par le Phosphore N

$$N_a = 0$$

$$n = N_d \qquad N_d = \frac{n_{at}}{10^5}$$

$$N_d = 4{,}42.10^{17} cm^{-3}$$

$$\rho_{Ge.N} = \frac{1}{n.e.\mu_n}$$

$$\rho_{Ge.N} = \frac{1}{N_d.e.\mu_n}$$

$$\rho_{Ge.N} = 3{,}72.10^{-3} (\Omega.cm)$$

Dopage par le Bore P

$$N_d = 0$$

$$p = N_a \qquad N_a = \frac{n_{at}}{10^5}$$

$$N_a = 4{,}42.10^{17} cm^{-3}$$

$$\rho_{Ge.P} = \frac{1}{p.e.\mu_p}$$

$$\rho_{Ge.P} = \frac{1}{N_a.e.\mu_p}$$

$$\rho_{Ge.P} = 7{,}85.10^{-3} (\Omega.cm)$$

c. Interprétation des résultats

$$\rho_{Ge.N} < \rho_{Ge.P}$$

Pour une même concentration de dopage, la résistivité (N) est inférieure à celle du dopage P.

Un dopage par des atomes pentavalents permet d'avoir un matériau moins résistifs que celui obtenu par un dopage par des atomes trivalents

3. Concentration des atomes de Bore pour que les deux résistivités soient égales

$$\rho_{Ge.N} = \frac{1}{N_d . e . \mu_n} \qquad \rho_{Ge.P} = \frac{1}{N_a . e . \mu_p}$$

$$\rho_{Ge.N} = \rho_{Ge.P}$$

$$N_d . e . \mu_n = N_a . e . \mu_p$$

$$N_a = N_d . \frac{\mu_n}{\mu_p}$$

$$N_a = 9{,}33.10^{17} cm^{-3}$$

Problème n°5

Soit un cristal de Silicium dopé par des atomes de Bore à raison de 10^{16} atomes/cm^3.

Partie A

1. En supposant qu'à la température T=50K tous les atomes de Silicium sont neutres, quelle est la concentration des atomes ionisés et celle des atomes neutres de Bore, si la concentration des porteurs majoritaires vaut 10^{15} trous/cm^3 ;
2. En déduire la concentration des porteurs minoritaires ;

Partie B

On porte la température du cristal à T=300K, de sorte que tous les atomes additifs soient ionisés ;

1. Calculer la concentration :
   a. intrinsèque ;
   b. des trous libres ;
   c. des électrons libres
2. Déterminer la position du niveau de Fermi par rapport au niveau intrinsèque ;
3. Trouver la température pour laquelle la concentration intrinsèque devient égale à la concentration des atomes accepteurs. On négligera les variations des concentrations n_c et n_v en fonction de la température ;

$E_g = 1{,}12$ eV $\quad m_e = 1{,}05 m_0 \quad m_t = 0{,}61 m_0$

Partie A

1. Concentration des atomes de Bore ionisés et neutres

Concentration des porteurs majoritaires vaut 10^{15} trous/cm^3 $\Rightarrow$ $N_a^- = 10^{15} cm^{-3}$

Concentration des atomes de Bore ionisés

Soit N_a^0 la concentration des atomes de Bore neutre

$$N_a^0 = N_a - N_a^- \qquad N_a = 10^{16} cm^{-3}$$

$$N_a^0 = 9.10^{15} cm^{-3}$$

2. Concentration des porteurs minoritaires

À T =50 K : Tous les atomes de Si sont neutres

Le dopage est du type P

Les porteurs minoritaires sont les électrons ; ils proviennent des atomes de Si ionisés

$$n = 0$$

Partie B

On travaille maintenant à T = 300 K : Tous les atomes additifs sont ionisés

$$N_a^- = N_a = 10^{16} cm^{-3}$$

---

1. Calcul des concentrations

   a. Concentration intrinsèque

$$n_i = 2.\left(\frac{2\pi k_B T}{h^2}\right)^{3/2} (m_e.m_t)^{3/4} e^{-E_g/2k_B T}$$

$$n_i = 7{,}08.10^9 cm^{-3}$$

b. Concentration des trous

Tous les atomes additifs sont ionisés $p = N_a$ $p = 10^{16} cm^{-3}$

c. Concentration des électrons $n_i{}^2 = n.p$ $n = \dfrac{n_i{}^2}{p}$

$$n = 5{,}012.10^3 cm^{-3}$$

2. Niveau de Fermi

$$E_{F_i} = \frac{1}{2}(E_C + E_V) + \frac{1}{2}k_B T ln\left(\frac{n_V}{n_C}\right)$$

$$n = n_C e^{\frac{E_F - E_C}{k_B T}}$$

$$E_F - E_C = k_B T ln\left(\frac{n}{n_C}\right)$$

On prend l'origine des énergies au niveau du haut de la bande de valence

$$E_V = 0 \qquad E_C = E_g$$

$$E_{F_i} = \frac{E_g}{2} + \frac{1}{2}k_B T ln\left(\frac{n_V}{n_C}\right)$$

$$E_F - E_{F_i} + E_{F_i} - E_g = k_B T ln\left(\frac{n}{n_C}\right)$$

$$E_F - E_{F_i} = -\frac{E_g}{2} - \frac{1}{2}k_B T ln\left(\frac{n_V}{n_C}\right) + E_g + k_B T ln\left(\frac{n}{n_C}\right)$$

$$E_F - E_{F_i} = \frac{E_g}{2} - \frac{1}{2}k_B T ln\left(\frac{n_V}{n_C}\right) + k_B T ln\left(\frac{n}{n_C}\right)$$

$$E_F - E_{F_i} = -0{,}38\ eV$$

3. Température : $n_i = N_a$

$$n_i = \sqrt{n_C n_V}.\, e^{-\frac{E_g}{2k_B T\prime}} \qquad N_a = \sqrt{n_C n_V}.\, e^{-\frac{E_g}{2k_B T\prime}}$$

$$ln\left(\frac{N_a}{\sqrt{n_C n_V}}\right) = -\frac{E_g}{2k_B T'}$$

$$T' = \frac{E_g}{2k_B ln\left(\frac{\sqrt{n_C n_V}}{N_a}\right)}$$

$$T' = 867{,}2\ K$$