Circuits électriques
Parcours électronique

Chapitre 3
PUISSANCE EN REGIME SINUSOÏDAL

Pr. Omar EL OUTASSI
o.eloutassi@umi.ac.ma

- Puissance active ou puissance moyenne
  - Exemple
- Puissance apparente et puissance réactive
  - Puissance apparente
  - Puissance réactive
- Puissance complexe
  - Grandeurs efficaces complexes
  - Théorème de Boucherot
- Distribution de puissance électrique
- Circuits pont de Wheatstone
  - Pont de Wheatstone
  - Application : Détecteur de lumière du pont de Wheatstone

Pr. Omar EL OUTASSI
o.eloutassi@umi.ac.ma

Puissance active ou puissance moyenne

Puissance instantanée reçue par un dipôle en régime variable

$$P_i(t) = u(t)i(t) = u_m\cos(\omega t + \varphi)\ i_m\cos(\omega t)$$

Les fréquences habituellement utilisées dans l'ARQS, souvent > 50 Hz

Durée T_d d'une expérience >> $T = \frac{1}{f}$

Puissance moyenne ou puissance active reçue

$$P = \overline{P_i}(t) = \frac{1}{T_d}\int_0^{T_d} P_i(t)dt = \frac{1}{T_d}\int_0^{T_d} u_m\cos(\omega t + \varphi)\ i_m\cos(\omega t)\,dt = \frac{1}{2}u_m i_m\cos(\varphi)$$

Pr. Omar EL OUTASSI
o.eloutassi@umi.ac.ma

Puissance active ou puissance moyenne

Valeur efficace d'une tension ou d'un courant variables est la valeur qu'il faudrait donner à cette grandeur, en régime stationnaire, pour dissiper la même puissance que dans un résistor.

Puissance P dissipée dans un résistor soumis à une tension sinusoïdale

$$P = \frac{1}{2} u_m i_m = U_{eff} I_{eff}$$

$$U_{eff} = U = \frac{u_m}{\sqrt{2}} \qquad\qquad I_{eff} = I = \frac{i_m}{\sqrt{2}}$$

Pr. Omar EL OUTASSI
o.eloutassi@umi.ac.ma

Puissance active ou puissance moyenne

Exemple

la tension efficace du réseau d'alimentation électrique sinusoïdale des particuliers est de 230V, ce qui correspond à une tension d'amplitude $u_m = U\sqrt{2} = 325V$.

$X = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T x^2(t)dt}$ valeur efficace d'une grandeur x(t) périodique, de période T

$\cos(\varphi) = \frac{Re(Z)}{|Z|}$ facteur de puissance s'exprime simplement à l'aide de l'impédance du dipôle :

la puissance moyenne reçue par le dipôle peut varier de

UI pour $\varphi = 0rad$

0 pour $\varphi = \pm\frac{\pi}{2}rad$

Pr. Omar EL OUTASSI
o.eloutassi@umi.ac.ma

Puissance active ou puissance moyenne

Exemple

Pour un résistor d'impédance réelle

le facteur de puissance maximal $\cos(\varphi) = 1$

la puissance active reçue vaut UI.

Pour un condensateur idéal ou une bobine parfaite

le facteur de puissance et la puissance reçue sont nuls puisque $\varphi = \pm\frac{\pi}{2} rad$

la puissance active P est nulle, alors que la puissance instantanée ne l'est pas

$P_i(t) = u(t)i(t) = iL\frac{di}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}Li^2\right)$ bobine

$P_i(t) = u(t)i(t) = uC\frac{du}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}Cu^2\right)$ condensateur

Pr. Omar EL OUTASSI
o.eloutassi@umi.ac.ma

Puissance apparente et puissance réactive

Puissance apparente

puissance moyenne reçue par un dipôle

$P = UI\cos(\varphi)$ (Puissane active en W) ≤S= UI (puissance apparente en VA).

Puissance réactive

la puissance réactive $Q = \frac{1}{2}u_m i_m \sin(\varphi) = UI\sin(\varphi)$ en voltampère-réactif (VAR).

puissance réactive d'un résistor est nulle, différence de phase entre la tension et le courant est nulle.

puissance réactive d'une bobine d'inductance L $Q = UI\sin(\varphi) = UI = \mathrm{L}\omega I^2$

puissance réactive d'un condensateur de capacité C $Q = UI\sin(\varphi) = \frac{-I^2}{C\omega}$

Pr. Omar EL OUTASSI
o.eloutassi@umi.ac.ma

Puissance apparente et puissance réactive

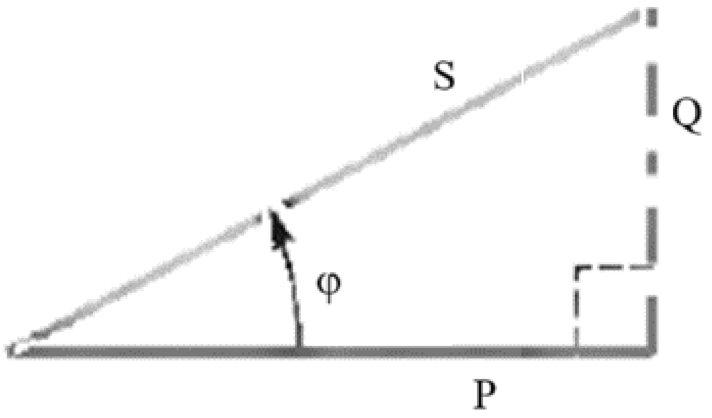
Puissance réactive

Le concept de puissance réactive permet de caractériser le type d'installation :

- si $Q > 0$, le système reçoit de la puissance réactive, puisque $\sin(\varphi) > 0$; l'installation est de type inductif,
- si $Q < 0$,, le système fournit de la puissance réactive, puisque $\sin(\varphi) < 0$ l'installation est de type capacitif.

Remarque

$S^2 = P^2 + Q^2$



Pr. Omar EL OUTASSI
o.eloutassi@umi.ac.ma

Puissance complexe

Par définition $\hat{P} = \frac{1}{2}\hat{u}_m \hat{\imath}_m^* = P + jQ$

$P = Re(\hat{P})$ $\quad$ $Q = Im(\hat{P})$ $\quad$ $S = |\hat{P}|$

$\hat{\imath}_m^*$ conjugué du complexe $\hat{\imath}_m$

$$P = \frac{1}{2}Re(\hat{u}_m \hat{\imath}_m^*)$$
$$= \frac{1}{2}Re\left(u_m e^{j\varphi_u} e^{\mathrm{j}\,\omega t} i_m e^{-j\varphi_i} e^{-\mathrm{j}\,\omega t}\right)$$
$$= \frac{1}{2}Re\left(u_m i_m e^{j(\varphi_u - \varphi_i)}\right)$$
$$= \frac{1}{2}u_m i_m \cos(\varphi)$$

$$Q = \frac{1}{2}Im(\hat{u}_m \hat{\imath}_m^*)$$
$$= \frac{1}{2}Im\left(u_m e^{j\varphi_u} e^{\mathrm{j}\,\omega t} i_m e^{-j\varphi_i} e^{-\mathrm{j}\,\omega t}\right)$$
$$= \frac{1}{2}Im\left(u_m i_m e^{j(\varphi_u - \varphi_i)}\right)$$
$$= \frac{1}{2}u_m i_m \sin(\varphi)$$

Pr. Omar EL OUTASSI
o.eloutassi@umi.ac.ma

Puissance complexe

Puissance complexe reçue par un dipôle d'impédance $Z = R + jX$

$$\hat{P} = \frac{1}{2}\hat{u}_m\hat{\imath}_m^* = \frac{1}{2}Z|\hat{\imath}_m|^2 = ZI^2 = RI^2 + jXI^2$$

ou d'admittance $Y = G + jB$

$$\hat{P} = \frac{1}{2}\hat{u}_m\hat{\imath}_m^* = \frac{1}{2}\hat{u}_m Y^*\hat{u}_m^* = \frac{1}{2}Y^*|\hat{u}_m|^2 = Y^*U^2 = GU^2 - jBU^2$$

Remarque

Partie réelle de la puissance complexe est la puissance moyenne réelle (puissance active) et non la puissance instantanée réelle.

Pr. Omar EL OUTASSI
o.eloutassi@umi.ac.ma

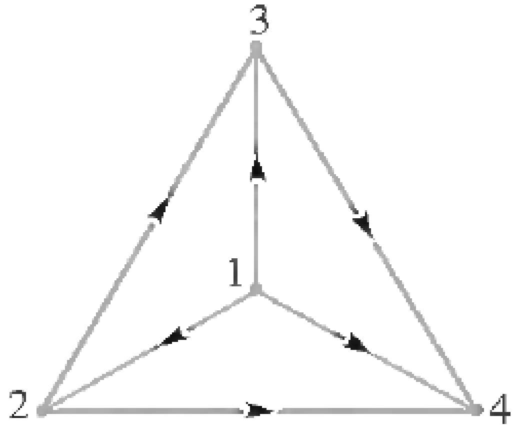
Puissance complexe

Grandeurs efficaces complexes

Les grandeurs complexes efficaces, associées aux tensions et aux intensités sinusoïdales

$$\left.\begin{aligned}\hat{U} &= \frac{\hat{u}_m}{\sqrt{2}} = U e^{j\varphi_u} \\ \hat{I} &= \frac{\hat{\imath}_m}{\sqrt{2}} = I e^{j\varphi_i}\end{aligned}\right\} \quad \hat{u}(t) = \sqrt{2}\hat{U}e^{j\omega t} \quad \hat{\imath}(t) = \sqrt{2}\hat{I}e^{j\omega t} \text{ et } P = Re(\hat{U}\hat{I}^*)$$

Théorème de Boucherot



- Dans un réseau électrique, parcouru par des courants sinusoïdaux
- la somme des puissances actives est nulle
- La somme des puissances réactives est nulle
    - prenons l'exemple simple d'un réseau constitué de quatre nœuds, numérotés 1, 2, 3 , 4
    - En régime quasi stationnaire sinusoïdal, la puissance complexe du réseau est la somme des puissances :

$$\hat{P} = \sum_b \hat{P}_b = \frac{1}{2}\sum_b \hat{u}_{mb}\,\hat{\imath}^*_{mb} = \sum_b \hat{U}_b\,\hat{I}^*_b = \hat{U}_{12}\hat{I}^*_{12} + \hat{U}_{23}\hat{I}^*_{23} + \hat{U}_{34}\hat{I}^*_{34} + \hat{U}_{13}\hat{I}^*_{13} + \hat{U}_{14}\hat{I}^*_{14} + \hat{U}_{24}\hat{I}^*_{24}$$

Pr. Omar EL OUTASSI
o.eloutassi@umi.ac.ma

Puissance complexe

Grandeurs efficaces complexes

Théorème de Boucherot

$$\hat{P} = \sum_b \hat{P}_b = \frac{1}{2}\sum_b \hat{u}_{mb}\,\hat{\imath}^*_{mb} = \sum_b \hat{U}_b\,\hat{I}^*_b = \hat{U}_{12}\hat{I}^*_{12} + \hat{U}_{23}\hat{I}^*_{23} + \hat{U}_{34}\hat{I}^*_{34} + \hat{U}_{13}\hat{I}^*_{13}\hat{U}_{14}\hat{I}^*_{14} + \hat{U}_{24}\hat{I}^*_{24}$$

les potentiels électriques efficaces complexes aux nœuds 1, 2, 3 et 4 les potentiels efficaces complexes :

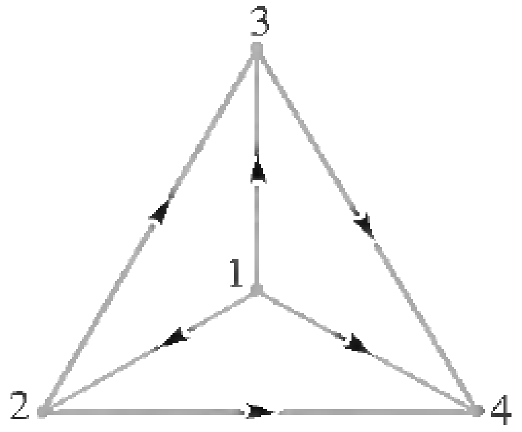
$$\hat{P} = (\hat{V}_1 - \hat{V}_2)\hat{I}^*_{12} + (\hat{V}_2 - \hat{V}_3)\hat{I}^*_{23} + (\hat{V}_3 - \hat{V}_4)\hat{I}^*_{34} + (\hat{V}_1 - \hat{V}_3)\hat{I}^*_{13} + (\hat{V}_1 - \hat{V}_4)\hat{I}^*_{14} + (\hat{V}_2 - \hat{V}_4)\hat{I}^*_{24}$$

$$= \hat{V}_1(\hat{I}^*_{12} + \hat{I}^*_{13} + \hat{I}^*_{14}) + \hat{V}_2(-\hat{I}^*_{12} + \hat{I}^*_{23} + \hat{I}^*_{24}) + \hat{V}_3(-\hat{I}^*_{23} + \hat{I}^*_{34} - \hat{I}^*_{13}) + \hat{V}_4(-\hat{I}^*_{34} - \hat{I}^*_{14} - \hat{I}^*_{24})$$

Loi des nœuds

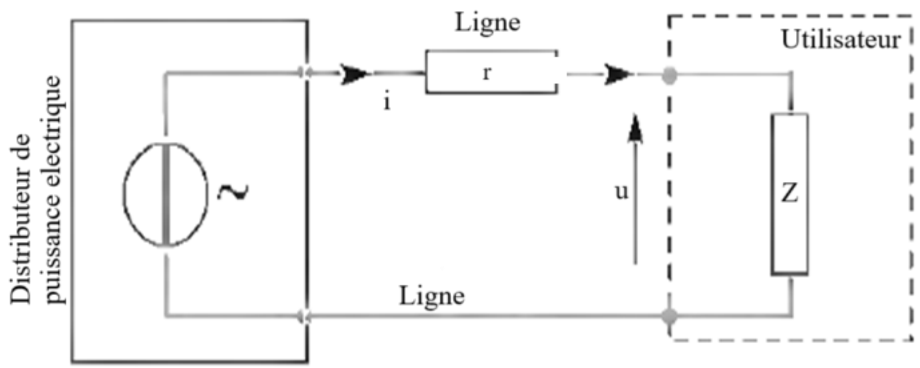
$$\hat{P} = \textstyle\sum_b P_b = 0$$

$$\hat{P} = \sum_b \hat{P}_b = \sum_b (P_b cos(\varphi_b) + jP_b sin(\varphi_b)) = 0$$



Pr. Omar EL OUTASSI
o.eloutassi@umi.ac.ma

Distribution de puissance électrique

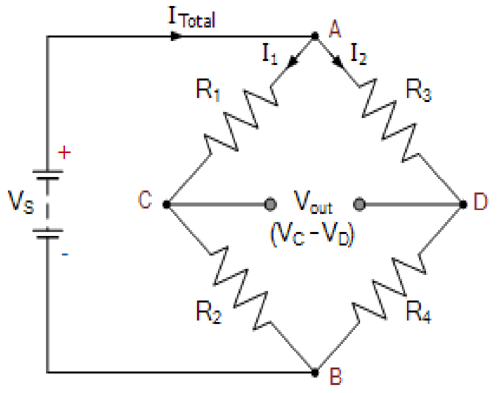


- Distributeur de puissance électrique
- cherche à diminuer les pertes de puissance le long des lignes conductrices en raison de l'effet Joule.
  - r la résistance des lignes
  - Z la charge, I l'intensité efficace du courant dans la ligne
  - U la tension efficace aux bornes de la charge.

Pr. Omar EL OUTASSI
o.eloutassi@umi.ac.ma

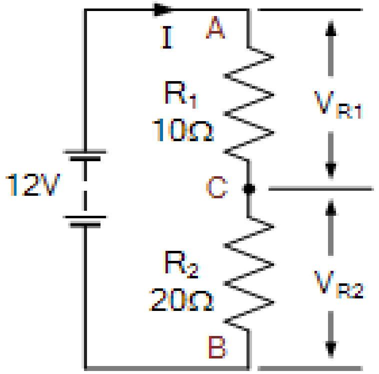
Circuits pont de Wheatstone

Pont de Wheatstone



En équilibre, le pont de Wheatstone

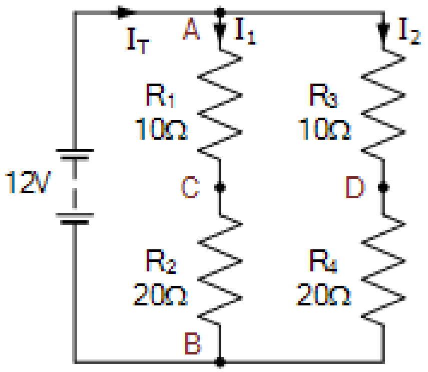
une chute de courant I_R et ou une chute de tension U_R sur les résistances en série

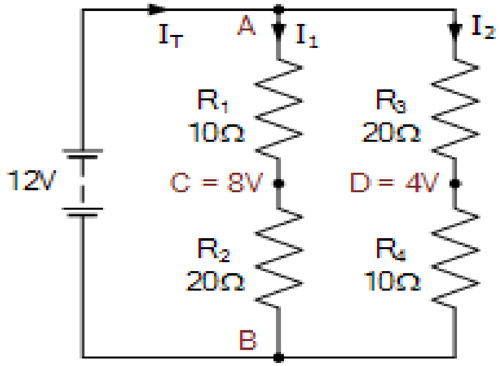


$$I = V \div R = 12V \div 1(0\Omega + 20\Omega) = 0.4A$$

$$R_2 : V_{R2} = I \times R_2 = 0.4A \times 20\Omega = 8V$$

$$V_{R1} = 4V \text{ et } V_{R2} = 8V.$$





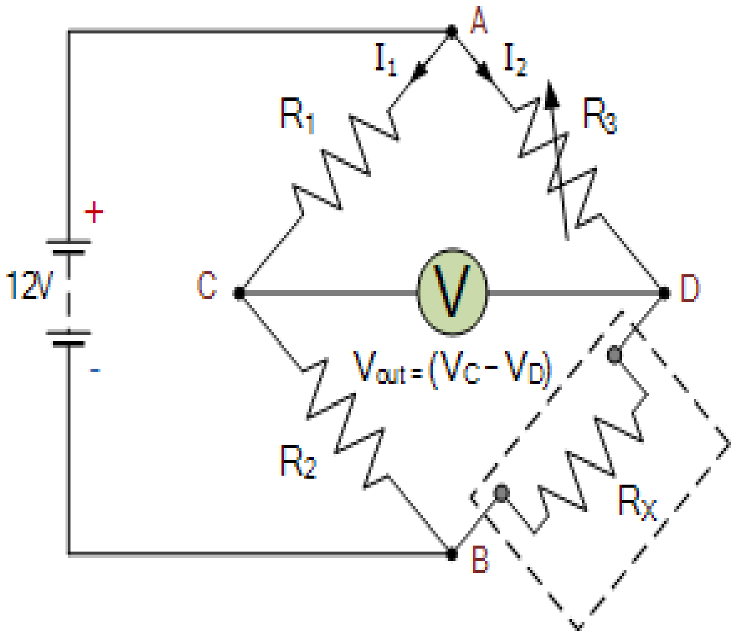
Pr. Omar EL OUTASSI
o.eloutassi@umi.ac.ma

Circuits pont de Wheatstone

Analyse du circuit pont de Wheatstone

R_4 remplacée R_X et en ajustant la résistance opposée, R_3 pour équilibrer le réseau du pont

$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_X} = 1$



à l'équilibre

$V_{out} = (V_C - V_D) = (V_{R2} - V_{R4}) = 0$

$R_C = \frac{R_2}{R_1+R_2}$ et $R_D = \frac{R_3}{R_3+R_4}$

à l’équilibre

$R_C = R_D$

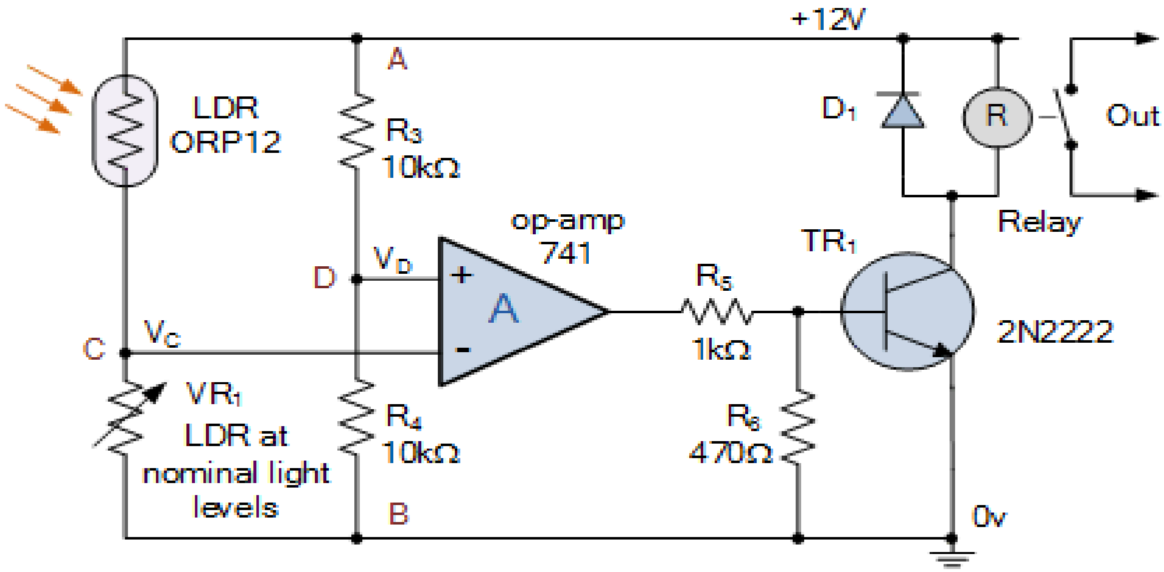
$\frac{R_2}{R_1+R_2} = \frac{R_3}{R_3+R_4}$

$$R_4 = \frac{R_2 R_3}{R_1} = R_X$$

Pr. Omar EL OUTASSI
o.eloutassi@umi.ac.ma

Circuits pont de Wheatstone

Application : Détecteur de lumière du pont de Wheatstone



- La cellule photoélectrique LDR est connectée au circuit du pont de Wheatstone
- Lorsque le niveau de lumière détecté passe au-dessus ou en dessous de la valeur prédéfinie déterminée par V_{R1}
- l'Op-amp amplifie cette variation

Pr. Omar EL OUTASSI
o.eloutassi@umi.ac.ma

FIN

Pr. Omar EL OUTASSI
o.eloutassi@umi.ac.ma