Département : Sciences de l'ingénieur

Filière : Energies renouvelables

Option : Technologies solaire et éolienne (TSE)

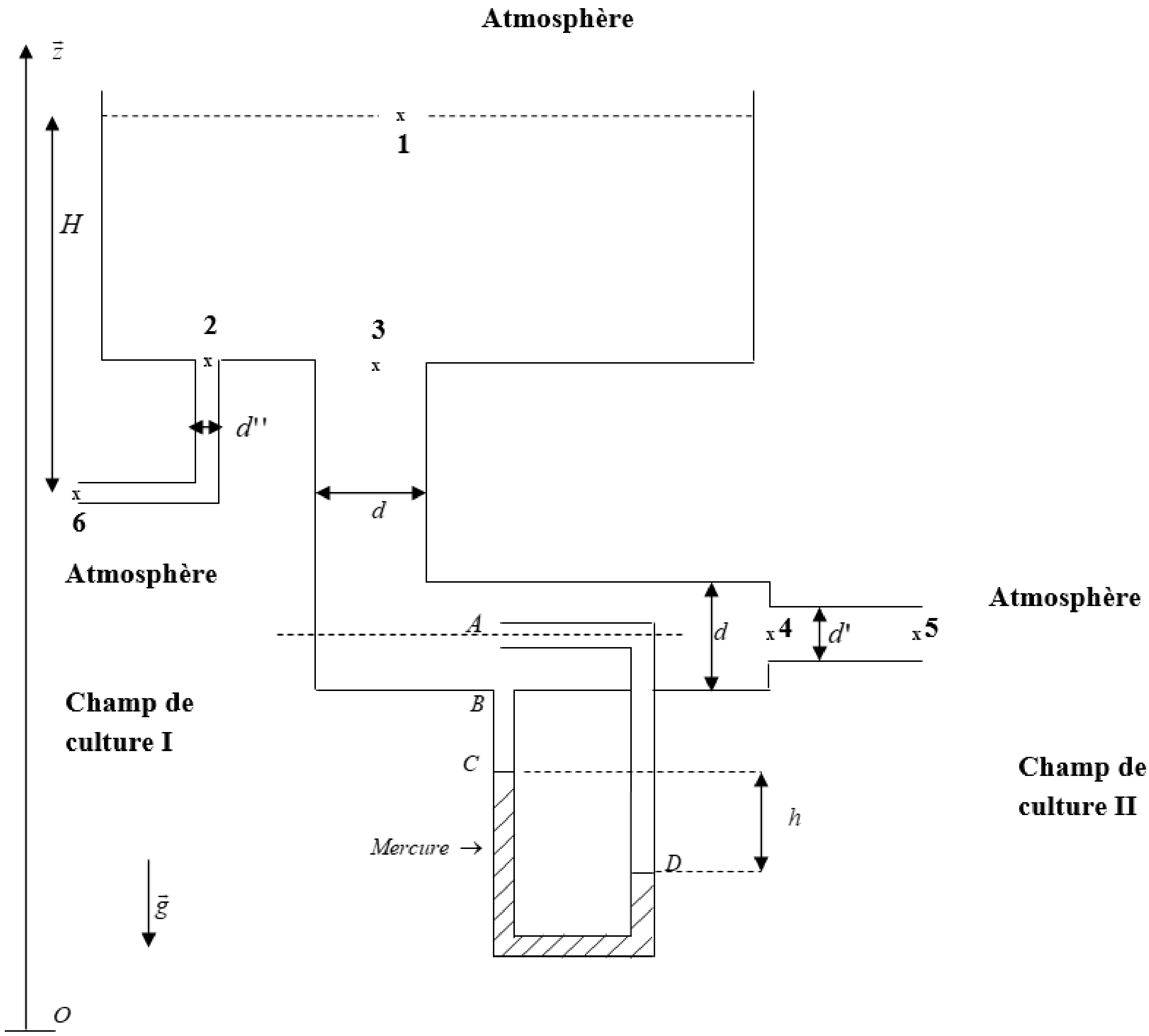
Polycopié des examens corrigés

Mécanique des fluides

Prof. AMRANI Abdel-illah

Année universitaire : 2025-2026

Examen de la mécanique des fluides



Un bassin rempli d'eau (fluide incompressible) **de très grande dimension** est utilisé pour irriguer les champs de culture **I** et **II**. Ce bassin est fermé à sa base par deux bouchons aux points **2 et 3** de section S_2 et S_3 qui sont très petites devant la section S_1 du bassin au point **1**.

Partie I

Dans un premier temps on garde le bouchon au point **2** fermé, l'eau s'écoule par la conduite **cylindrique** où le point **3** se trouve.

1- Que peut-on dire sur la vitesse d'écoulement de l'eau située entre les points **3** et **4 ? Pourquoi ?**

On suppose de plus que le fluide est parfait et que l'écoulement est permanent et irrotationnel.

On désire mesurer la vitesse de l'écoulement au sein de la conduite cylindrique délimitée par les points **3** et **4.** Pour cela on introduit une sonde de Pitot dans la conduite, comme c'est indiqué sur la figure ci-dessus. Le tube contient du mercure de masse volumique ρ_{mer}.

L'ouverture A est placée juste sur l'axe de la conduite et au dessus de l'ouverture latérale B de telle façon que : $z_A - z_B = \frac{d}{2}$.

Le fluide entre par les ouvertures A et B et provoque la dénivellation **h** du mercure. On considère ensuite que le fluide s'arrête au point A (**point d'arrêt $V_A = 0$**).

2- À l'intérieur du tube en U, le fluide et le mercure **sont au repos**. Donner les expressions des différences de pression :
   a) $P_C - P_B$,
   b) $P_D - P_C$,
   c) $P_D - P_A$

3- Donner donc l'expression de $P_A - P_B$ en fonction des différents paramètres **g**, **h, d**, et ρ_{eau}, ρ_{mer}.

4- Donner la vitesse au point A en justifiant votre réponse.

5- En appliquant la relation adéquate entre les points **A** et **B** et en utilisant le résultat de la question 3 :
   a) Donner l'expression de la vitesse de l'écoulement **V (V_B)** dans la conduite située entre **3** et **4**
   b) Calculer cette vitesse.

6- Donner l'expression et la valeur de la vitesse au point **4 (V_4).**

7- Sachant que le volume de l'eau contenu dans le bassin est égal à 2700m^3 calculer le temps nécessaire pour vider tout le bassin de l'eau.

Partie II :

Pour irriguer le champ de culture I, on ferme le bouchon où se situe le point **3**, et on ouvre le bouchon de la conduite située au point **2**

8-Donner l'expression de la vitesse à la sortie de la conduite V_6

9-Calculer V_6

10- calculer le temps nécessaire pour vider tout le bassin de l'eau à travers cette conduite.

Données

$\rho_{eau} = 1000 Kg/m^3$, $\rho_{mercure} = 13600 Kg/m^3$, g=10 m/s^2 et h=10cm

d= 20cm , d'= 10cm, H= 10m, d''= 5cm

Pr. Abdel-illah AMRANI

Correction de l'examen E.R 2021-2022

1- La vitesse de l'écoulement de l'eau située entre les points 3 et 4 est égale à une constante

V = Cte car le diamètre de la conduite est égal est constant, donc le débit volumique

$Q_V = Cte \longrightarrow V = Cte$

2-a) En utilisant la relation fondamentale de l'hydrostatique $P + \rho\, gZ = Cte$ entre les points B et C on a :

$P_B + \rho_{eau}.g.Z_B = P_C + \rho_{eau}.g.Z_C$

$\longrightarrow P_C - P_B = \rho_{eau}.g.(Z_B - Z_C)$ **(équation I)**

2-b) De même, par application de la relation fondamentale de l'hydrostatique entre D et C

$P_D + \rho_{Hg}.g.Z_D = P_C + \rho_{Hg}.g.Z_C$

$\longrightarrow P_D - P_C = \rho_{Hg}.g.(Z_C - Z_D) = \rho_{Hg}.g.h$ **(équation II)**

2-c) De même, par application de la relation fondamentale de l'hydrostatique entre D et A

$P_D + \rho_{eau}.g.Z_D = P_C + \rho_{eau}.g.Z_A$

$\longrightarrow P_D - P_A = \rho_{eau}.g.(Z_A - Z_D)$ **(équation III)**

3- L'expression de $P_A - P_B$

On a (équation I) + (équation II) - (équation III) donne:

$P_A - P_D + P_C - P_B + P_D - P_C$

$\longrightarrow P_A - P_B = \rho_{eau}.g.(Z_B - Z_C) + \rho_{Hg}.g.h - \rho_{eau}.g.(Z_A - Z_D)$

$= \rho_{eau}.g.(Z_B - Z_C) + \rho_{Hg}.g.h + \rho_{eau}.g.(Z_D - Z_A)$

Avec $Z_A = Z_B + d/2$

$P_A - P_B = \rho_{eau}.g.(Z_B - Z_C) + \rho_{Hg}.g.h + \rho_{eau}.g.(Z_D - Z_B - d/2)$

$= \rho_{eau}.g.(Z_B - Z_C) + \rho_{Hg}.g.h + \rho_{eau}.g.(Z_D - Z_C + Z_C - Z_B - d/2)$

Avec $Z_D - Z_C = -h$

$$P_A - P_B = \rho_{eau}.g.(Z_B - Z_C) + \rho_{Hg}.g.h - \rho_{eau}.g.h - \rho_{eau}.g.(Z_B - Z_C) - \rho_{eau}.g.\ d/2$$

$$\longrightarrow \quad P_A - P_B = \rho_{Hg}.g.h - \rho_{eau}.g.h - \rho_{eau}.g.\ d/2 \qquad \textbf{(équ. IV)}$$

4- $V_A = 0$ car l'écoulement est au repos à l'entrée du tube de Pitot

5- a) En appliquant la relation de Bernoulli entre A et B

$$P_A + \rho_{eau}\, gZ_A + ½\, \rho_{eau}\, V_A^2 = P_B + \rho_{eau}\, gZ_B + ½\, \rho_{eau}\, V_B^2$$

$$P_A - P_B = ½\, \rho_{eau}(V_B^2 - V_A^2) + \rho_{eau}.g.(Z_B - Z_A)$$

Avec $(Z_B - Z_A) = -\ d/2$

$$P_A - P_B = ½\, \rho_{eau}(V_B^2 - V_A^2) - \rho_{eau}.g.\ d/2 \qquad \textbf{(équ. V)}$$

Or **(équ. IV) = (équ. V)**

$$\rho_{Hg}.g.h - \rho_{eau}.g.h - \rho_{eau}.g.\ d/2 = ½\, \rho_{eau}(V_B^2 - V_A^2) - \rho_{eau}.g.\ d/2$$

Or $V_A = 0$ car l'écoulement est au repos à l'entrée du tube de Pitot.

$$g.h.(\rho_{Hg} - \rho_{eau}) = ½\, \rho_{eau}.V_B^2 \longrightarrow V_B = \sqrt{\frac{2.g.h.(\rho_{Hg} - \rho_{eau})}{\rho_{eau}}}$$

5-b) Calcul de $V_B = 5.019$ m/s avec h=10cm

6- D'après la conservation du débit volumique on a :

$$Qv = V_B.S = V_4.S' \longrightarrow V_B.\ d^2\frac{\pi}{4} = V_4.\ d'^2\frac{\pi}{4}$$

$$Qv = V_B\left(\frac{d}{d'}\right)^2$$

$V_4 = 20.076$ m/s

7- Le temps nécessaire pour faire vider le bassin :

D'après la conservation du débit volumique car le fluide est incompressible

$$Qv = V_B.S = V_B.\ d^2\frac{\pi}{4} = 0.15\ m^3/s = V_{(volume)}/T_{\ (temps)}$$

$$T_{(temps)} = V_{(volume)}/\ Qv = 2700/0.15$$

$T_{(temps)} =$ 18000 s = 5 heures

8- On applique la relation de Bernoulli entre 1 et 6

$$P_1 + \rho_{eau}\, gZ_1 + ½\, \rho_{eau}\, V_1^2 = P_6 + \rho_{eau}\, gZ_6 + ½\, \rho_{eau}\, V_6^2$$

Avec $P_1 = P_6 = P_{atm}$ et $V_1 = 0$ car le bassin a de très grandes dimensions

$\longrightarrow$ $½\, \rho_{eau}\, V_6^2 = \rho_{eau}\, g.\, (Z_1 - Z_6)$

$V_6 = \sqrt{2.g.(Z1 - Z6)} = \sqrt{2.g.H}$

9- $V_6 = 14.14$ m/s

10- $Qv = V_6.S = V_6.\, d''^2 \frac{\pi}{4} = 0.027\ m^3$

$\longrightarrow$ $T_{(temps)} = V_{(volume)}/ Qv = 2700/0.027$

$T_{(temps)} =$ 100000 s = 27 heures 46min 40s

FIN

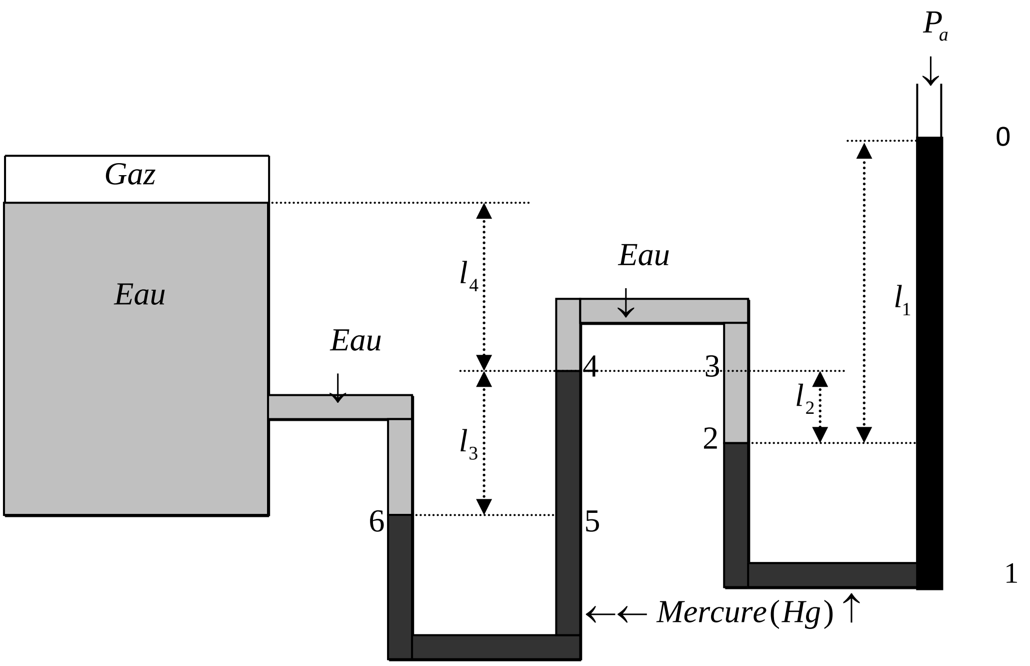
Examen de mécanique des fluides : 1h (session ordinaire)

Questions de cours

1- Donner l'équation de l'hydrostatique.
2- Donner l'équation d'Euler.
3- Donner les hypothèses utilisées pour l'obtention de l'équation de Bernoulli.
4- Donner l'équation de Bernoulli généralisée et son unité.
5- Donner l'équation de la charge totale et son unité.

Exercice 1 :

On considère un réservoir fermé contenant de l'eau jusqu'à une certaine hauteur. Le reste du volume est occupé par un gaz. De ce réservoir ont fait sortir un manomètre contenant de l'eau et du mercure. (Voir figure)



Question : Calculer la pression dans l'interface liquide gaz du réservoir en fonction des données :

P_a = 1. 10^5 Pascal, l_1 = 0,90 m, l_2 = 0,70 m, l_3 = 1 m, l_4 = 1.2 m,

ρ_{eau} = 10^3 (Kg/m^3) , ρ_{Hg} = 13,6 10^3 (kg/m^3) et g= 9,8 m/s^2

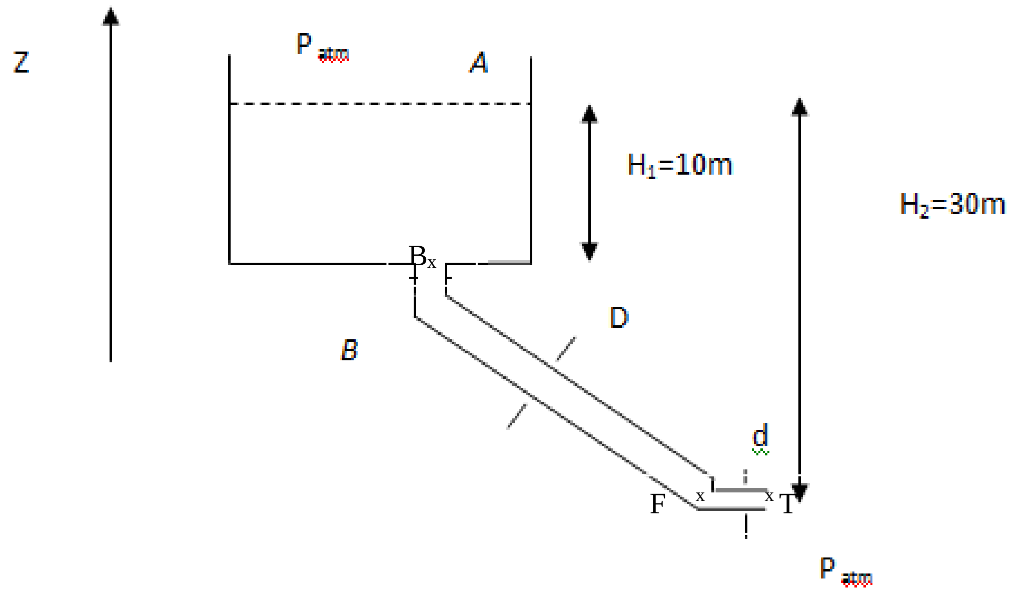
Pr. Abdel-illah AMRANI

Exercice 2 :

On considère un réservoir **R**, de très grande dimension, remplie d'eau et fermé à sa base par un bouchon en B de section **s**, très petite devant la section **S** de la cuve en A. Le réservoir **R** est relié au point B par un tuyau de diamètre **D = 8 cm**. Ce tuyau se termine par une courte tuyère au point T de diamètre **d = 4 cm**. La distance séparant la surface libre du réservoir R et le point B est **H_1= 10 m**. ainsi que la distance séparant la surface libre du réservoir R et le point T est **H_2= 30 m.**

1) Quelle est la valeur de la vitesse V_T à la sortie de la tuyère ?
2) Quel est le débit qui s'écoule ?
3) Quelle est, dans le tuyau, l'expression et la valeur de la vitesse et de la pression en B ainsi que dans un point F situé juste en amont de la tuyère de sortie ?

On donne **$\rho = 10^3$ Kg/m^3** et **g= 10 m/s^2**.



Correction de l'examen E.R 2022-2023

Question de Cours :

1) **L'équation de l'hydrostatique :**

$$-\overrightarrow{\boldsymbol{grad}}\,\mathbf{P} + \rho\vec{g} = \vec{\mathbf{0}}$$

Pour les liquides: P + ρ gZ= cte

2) L'équation d'Euler :

$$\rho\left[\frac{\partial\vec{V}}{\partial t} + \vec{V}.\overrightarrow{grad}V\right] = -\overrightarrow{\boldsymbol{grad}}\,\mathbf{P} + \boldsymbol{\rho\vec{g}} = \rho\vec{g} - \overrightarrow{grad}P$$

Ou:

$$\boldsymbol{\rho\left[\frac{\partial V_1}{\partial t} + V_1\frac{\partial V_1}{\partial x_1} + V_2\frac{\partial V_1}{\partial x_2} + V_3\frac{\partial V_1}{\partial x_3}\right] = -\frac{\partial P}{\partial x_1}}$$
$$\boldsymbol{\rho\left[\frac{\partial V_2}{\partial t} + V_1\frac{\partial V_2}{\partial x_1} + V_2\frac{\partial V_2}{\partial x_2} + V_3\frac{\partial V_2}{\partial x_3}\right] = -\frac{\partial P}{\partial x_2}}$$
$$\boldsymbol{\rho\left[\frac{\partial V_3}{\partial t} + V_1\frac{\partial V_3}{\partial x_1} + V_2\frac{\partial V_3}{\partial x_2} + V_3\frac{\partial V_3}{\partial x_3}\right] = -\rho g - \frac{\partial P}{\partial x_3}}$$

3) les hypothèses sont:
   - fluide incompressible ($\rho = cte$)
   - fluide parfait (pas de viscosité)
   - écoulement permanent $\boldsymbol{\frac{\partial}{\partial t} = 0}$
   - Ecoulement irrotationnel.

4) Equation de Bernoulli :

$$\boldsymbol{P + \frac{1}{2}\rho\left|\vec{V}\right|^2 + \rho g Z = cte = E} \quad \boldsymbol{son\ unit}\text{é}\ \left(\boldsymbol{{}^{joules}/_{m^3}}\right)$$

5) Equation de la charge Totale

$$\boldsymbol{\frac{P}{\rho g} + \frac{\left|\vec{V}\right|^2}{2g} + Z = \frac{E}{\rho g} = H = cte} \qquad \textbf{Son unité (mètre).}$$

EXERCICE 1

$P_1 = P_0 + \rho_{Hg}.g.l_1$ AN : $P_1 = 10^5 + 13{,}6.\ 10^3.\ 9{,}8.\ 0{,}9$ ⟶ **$P_1 =$ 2,19952.10^5Pa**

$P_2 = P_1$ 1 et 2 sont au même niveau ⟶ **$P_2 =$ 2.19952.10^5Pa**

$P_2 = P_3 + \rho_{eau}.g.l_2$ ⟶ $P_3 = P_2 - \rho_{eau}.g.l_2$ = 2,19952.10^5 - 10^3 x 9,8 x 0,7

$\mathbf{P_3= 2,13092.\ 10^5\ Pa}$

$\mathbf{P_3 = P_4 = 2,13092.\ 10^5\ Pa}$

$P_5= P_4 + \rho_{Hg}.g.l_3$

$P_5= 2,13092.\ 10^5 + 13,6.10^3 x9,8 \times 1$

$\mathbf{P_5= 3,46372.10^5\ Pa}$

$\mathbf{P_6 = P_5= 3,46372.10^5\ Pa}$

$P_6 = P(A) + \rho_{eau}.g.(l_3+ l_4) \longrightarrow$ $\mathbf{P(A) = P_6 - \rho_{eau}.g.(l_3+ l_4)}$

$\mathbf{P_A = P_{atm} + \rho_{Hg}.g(l_1 + l_3) - \rho_{eau}.g.(l_2 + l_3+ l_4)}$

P(A)= $3,46372.\ 10^5- 10^3x9,8(1+1,2)=$ $\mathbf{3,24812.10^5\ Pa}$

EXERCICE 2

4) **La vitesse V_T à la sortie de la tuyère**

En appliquant le théorème de Bernoulli entre A et T :

$P_A + \rho g Z_A + ½\ \rho V_A^2 = P_T + \rho g Z_T + ½\ \rho V_T^2$

P_{atm} $V_A=0$ (réservoir de très grandes dimensions) P_{atm}

$½\ \rho V_T^2= \rho g\ (Z_A - Z_T) = \rho g H_2 \longrightarrow$ $V_T = (2gH_2)^{½}$

$\mathbf{V_T=(2x10x30)^{½} = 24,5\ m/s}$

5) **Débit volumique :**

$Q_V= V_T.S_T= V_T.\pi.d^2/4= 24,5x\ 3,14 \times 16.10^{-4}/4$

$Q_V = 0,0308\ m^3/s$

6) a) Expression et la valeur de la vitesse en B

Conservation du débit ou de masse $\longrightarrow$ $V_B.\ S_B = V_T.\ S_T$

$\mathbf{V_B}= V_T.\ S_T/ S_B = V_T.(\pi.d^2/4).\ 4/ \pi.D^2 =$ $\mathbf{V_T.d^2/D^2}$

-Application numérique : $\mathbf{V_B = 6{,}125 m/s}$

b) Expression et la valeur de la pression en B :

Par application de l'équation de Bernoulli entre A et B :

$P_A + \rho g Z_A + ½ \rho V_A^2 = P_B + \rho g Z_B + ½ \rho V_B^2$ avec $V_A = 0$

$P_{atm} + \rho g Z_A = P_B + \rho g Z_B + ½ \rho V_B^2 \longrightarrow P_B = P_{atm} + \rho g(Z_A - Z_B) - ½ \rho V_B^2$

Avec $Z_A - Z_B = H_1 \longrightarrow \mathbf{P_B = P_{atm} + \rho g H_1 - ½ \rho V_B^2}$

A.N :
$P_B = 10^5 + 1000x10x10 - ½. 1000(6{,}125)^2$

$\mathbf{P_B = 1{,}81242.10^5 \ Pa}$

c) Soit F un point situé entre B et T

$S_B.V_B = S_F.V_F$ avec $S_F = S_B \longrightarrow V_B = V_F =$ **6,125m/s**

- l'expression de $\mathbf{P_F}$

On applique Bernoulli entre B et F

$P_B + \rho g Z_B + ½ \rho V_B^2 = P_F + \rho g Z_F + ½ \rho V_F^2 = P_F + \rho g Z_F + ½ \rho V_B^2$

$P_F = P_B + \rho g(Z_B - Z_F)$

Or puisque $Z_F \approx Z_T$ $Z_B - Z_F = Z_B – Z_T = H_2 - H_1$

$\longrightarrow P_F = P_B + \rho g(H_2 - H_1)$

A.N :

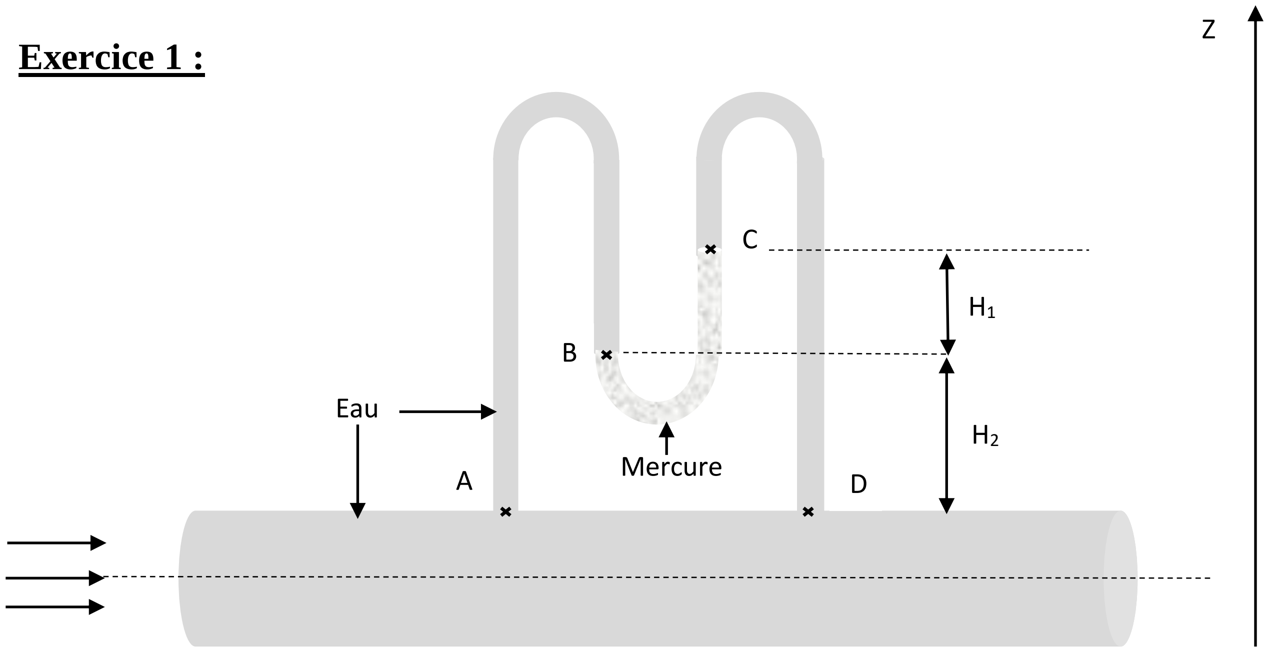
$P_F = 1{,}81242.10^5 + 10^3 \times 10(30-10)$

$\mathbf{P_F = 3{,}81242.\ 10^5 \ Pa}$

FIN

Examen de mécanique des fluides : 1h (session ordinaire)

Exercice 1 :



Afin de déterminer la différence de pression entre les points **A** et **D**, on utilise le dispositif illustré dans la figure ci-dessus. Ce dispositif est considéré comme un manomètre différentiel fixé entre deux sections **A** et **D** où l'eau s'écoule à travers une conduite horizontale. Après un certain moment, une dénivellation du mercure d'une hauteur de $\mathbf{H_1}$ se crée au sein du manomètre.

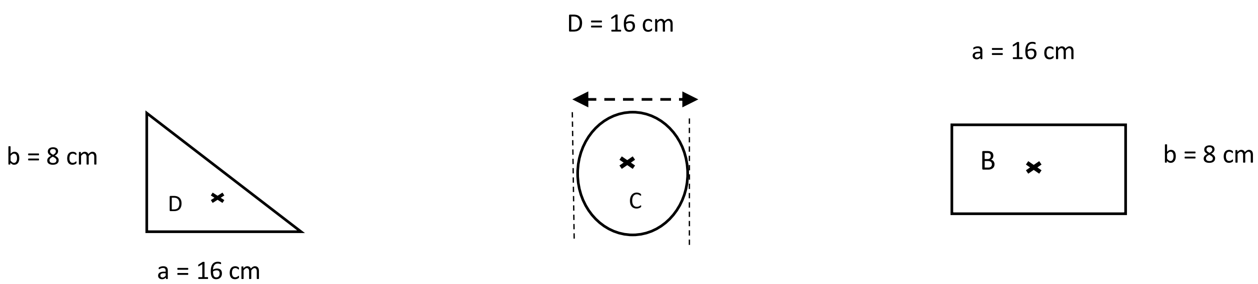
NB : l'ensemble des liquides restent stagnés dans le manomètre après cette dénivellation du mercure.

Question :

En appliquant l'équation adéquate aux différents points, donner l'expression de la différence de pression entre le point **A** et le point **D**

Exercice 2 :

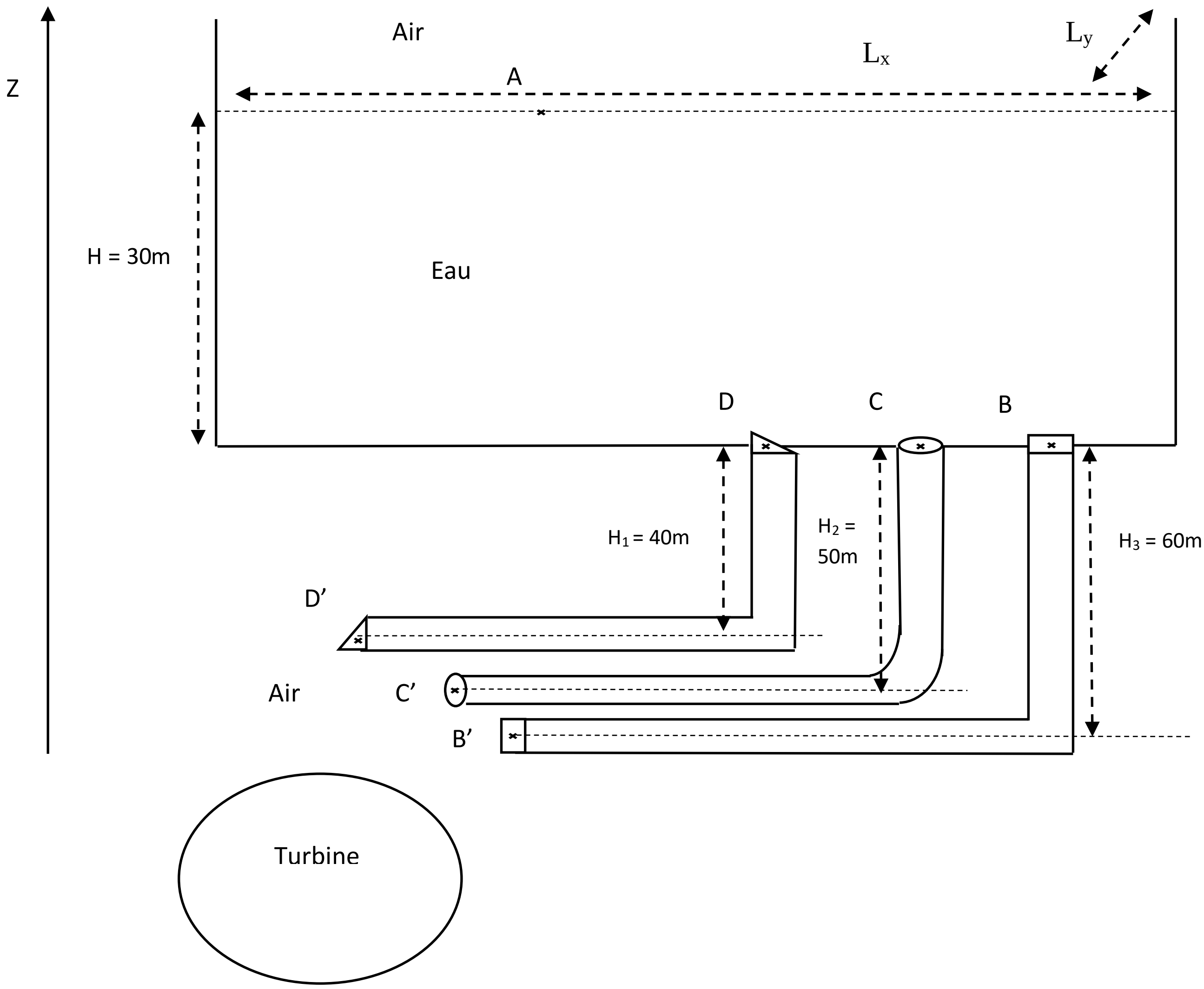
Afin de produire de l'électricité, on dispose d'un bassin de très grande dimension et d'une turbine. Le bassin est relié à sa base par trois conduites de forme différente à travers lesquelles l'eau s'écoule. Les données concernant les dimensions des trois types de conduites sont illustrées dans la figure suivante :



1- Déterminer les pressions aux points B',C' et D'. Justifier votre réponse.
2- Déterminer les expressions et les valeurs des vitesses aux points B',C' et D'.

3- Donner les expressions et les valeurs du débit volumique aux points B,C et D.
4- Déterminer les expressions et les valeurs des vitesses aux points B,C et D.
5- Calculer le temps nécessaire pour vider le bassin si on bouche les conduites C et D à la fois.
6- Calculer le temps nécessaire pour vider le bassin si on bouche les conduites B et D à la fois.
7- Calculer le temps nécessaire pour vider le bassin si on bouche les conduites B et C à la fois.
8- Calculer le temps nécessaire pour vider le bassin si les trois conduites fonctionnent à la fois.

On donne $\rho = 10^3$ **Kg/m³**, $P_{atm} = 10^5$ **Pascal** et **g= 10 m/s²**



Pr. Abdel-illah AMRANI

Correction de l'examen E.R 2023-2024

Partie A:

A-1) Calcul des hauteurs :

a) La hauteur de l'eau h_e

Le volume de l'eau V_e= 0,8.10^6 = 8. 10^6 m^3

$\longrightarrow$ V_e= $S_{base}.h_e$ $\longrightarrow$ $h_e = V_e / S_{base} = 4.\ V_e/\pi.D_{base}^2$

AN : $\longrightarrow$ $h_e = 4.\ 8.10^5/3{,}14.250^2$

$h_e = 16{,}3057$ m

b) La hauteur totale h_T

Volume total V_T

$V_T = S_{base}.h_T$ $\longrightarrow$ $h_T = V_T / S_{base} = 4.\ V_T/\pi.D_{base}^2$

$h_T = 4.10^6/3{,}14.250^2$

$h_T = 20{,}38$ m

a) La hauteur de la boue h_b

$h_T = h_e + h_b$ $\longrightarrow$ $h_b = h_T - h_e$

AN : $h_b = 20{,}38 - 16{,}3057$
$h_b = 4{,}07$ m

Partie B:

B-1) $v_B = v_A = 0$ car le barrage est de très grandes dimensions, la surface libre où se trouve le point A et grande par rapport à la surface de sortie où se trouve le point F

$S_A \gg S_F$ et $v_A \ll v_F$, donc $v_A \longrightarrow 0$.

De même

$S_B \gg S_F$ et $v_B \ll v_F$, donc $v_B \longrightarrow 0$.

B-2) on applique la relation de Bernoulli entre les points A et B

$P_A + \rho_{eau}\, gZ_A + \frac{1}{2}\rho_{eau}\, v_A^2 = P_B + \rho_{eau}\, gZ_B + \frac{1}{2}\rho_{eau}\, v_B^2$, avec $v_A = v_B = 0$ et $P_A = P_{atm}$

$P_A + \rho_{eau}\, gZ_A = P_B + \rho_{eau}\, gZ_B$

$P_B = P_A + \rho_{eau}\, g(Z_A - Z_B)$

$P_B = P_{atm} + \rho_{eau}\, g(Z_A - Z_B)$

$P_B = P_{atm} + \rho_{eau}\, g.h_e$

AN : $P_B = 2,63.\ 10^5$ Pa

B-3) on applique la relation de Bernoulli entre les points B et F

$P_B + \rho_{boue}\, gZ_B + ½\, \rho_{boue}\, v_B^2 = P_F + \rho_{boue}\, gZ_F + ½\, \rho_{boue}\, v_F^2$, avec $v_B = 0$ et $P_F = P_{atm}$

$½\, \rho_{eau}\, v_F^2 = P_B - P_{atm} + \rho_{boue}\, g(Z_B - Z_F)$ avec $Z_B - Z_F = h_b + h$

$½\, \rho_{eau}\, v_F^2 = P_B - P_{atm} + \rho_{boue}\, g(h_b + h)$

$v_F = \sqrt{2PB - Patm + \rho boue\, g(hb + h)/\rho boue}$

$v_F = 23,06$ m/s

B-4) puisque les deux fluides sont des liquides incompressibles, donc le débit volumique est conservé :

$S_D.v_D = S_F.v_F$ donc $v_D = S_F.v_F/ S_D$ $v_D = v_F.(D_F/ D_D)^2$

AN : $v_D = 2,562$ m/s

B-5) puisque les deux fluides sont des liquides incompressibles, donc le débit volumique est conservé :

$S_D.v_D = S_E.v_E$ donc $v_E = S_D.v_D/ S_E$ $v_E = v_D.(D_D/ D_E)^2$

AN : $v_D = 5,76$ m/s

B-6) l'expression du débit volumique Qv_B de l'écoulement de la boue

$Qv_B = S_D.v_D = S_F.v_F = v_F.\ \pi.\,(D_F^2/4)$

$Qv_B = 18,1021\ m^3/s$

B-7) Le temps nécessaire pour vider le barrage :

$Qv_b = V_{(volume\ de\ la\ boue)}/T_{\ (temps)} \longrightarrow T_{\ (temps)} = V_{(volume\ de\ la\ boue)}/\ Qv_b$

AN : $T_{\ (temps)} = 0,2.\ 10^6/18,1021 = 11048$ s = 184 min = 3h 04min

Partie C:

C-1) La nouvelle expression de $Z_A - Z_F$

Puisque le barrage ne contient que de l'eau $\longrightarrow$ $Z_A - Z_F = h_e + h$

C-2) Expression de la vitesse v'_F et sa valeur

On applique la relation de Bernoulli entre A et F

$P_A + \rho_{eau}\, gZ_A + ½\, \rho_{eau}\, v_A^2 = P_F + \rho_{eau}\, gZ_F + ½\, \rho_{eau}\, v'^2_F$, avec $v_A = 0$ et $P_A = P_F = P_{atm}$

$½\, \rho_{eau}\, v'^2_F = \rho_{eau}\, g(Z_A - Z_F) = \rho_{eau}\, g(h_e + h)$

$v'_F = \sqrt{2g(he + h)}$

AN : $v'_F = \sqrt{526}$

$v'_F = 22{,}934$ m/s

C-3) Calcul du débit volumique de l'eau

$Qv_e = S_F.v'_F = v'_F.\, \pi.\, (D_F^2/4)$

AN : $Qv_e = 18\ m^3/s$

C-4) l'expression fournit par l'eau à la turbine pour $Z_F = 0$

On a $E_F = P_F + \rho_{eau}\, gZ_F + ½\, \rho_{eau}\, v'^2_F = E_{Turbine}$

$= P_{atm} + \rho_{eau}\, gZ_F + ½\, \rho_{eau}\, v'^2_F = E_{Turbine}$

Pour $Z_F = 0$, on a $E_{Turbine} = E_F = 10^5 + (½).10^3(22{,}934)^2 + 0$

$E_{Turbine} = 3{,}63.\ 10^5$ Joules/m^3

C-5) L'expression de la puissance de la turbine et sa valeur

$P_{(puissance)} = Qv_e.\ E_{Turbine}$

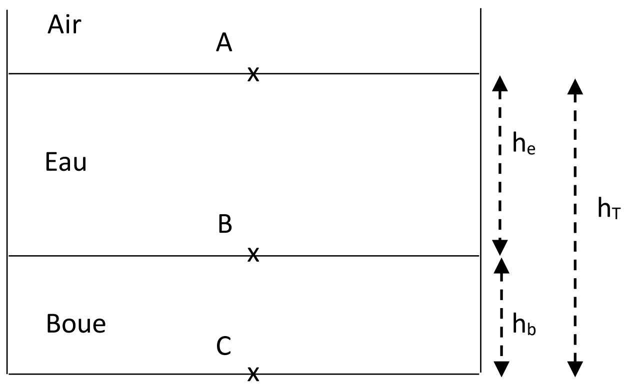
$P_{(puissance)} = 18.\ 3{,}63.\ 10^5 = 6{,}534.\ 10^6$ W

FIN

Examen de la mécanique des fluides : 1h 15min (session ordinaire)

Partie A

Pour produire de l'électricité à partir de l'énergie hydraulique, on considère un barrage de très grande dimension rempli de **80% d'eau** de masse volumique $\rho_{eau} = 10^3\ Kg/m^3$ et de **20% des sédiments de la boue** de masse volumique $\rho_{boue} = 1.3.10^3\ Kg/m^3$. Le volume total des deux fluides est de $10^6 m^3$



Sachant que le barrage a une forme cylindrique et le diamètre de sa base est égale à D_{base} = 250m :

A-1) Calculer les hauteurs h_e, h_b et h_T relatives à la hauteur de l'eau, de la boue et totale.

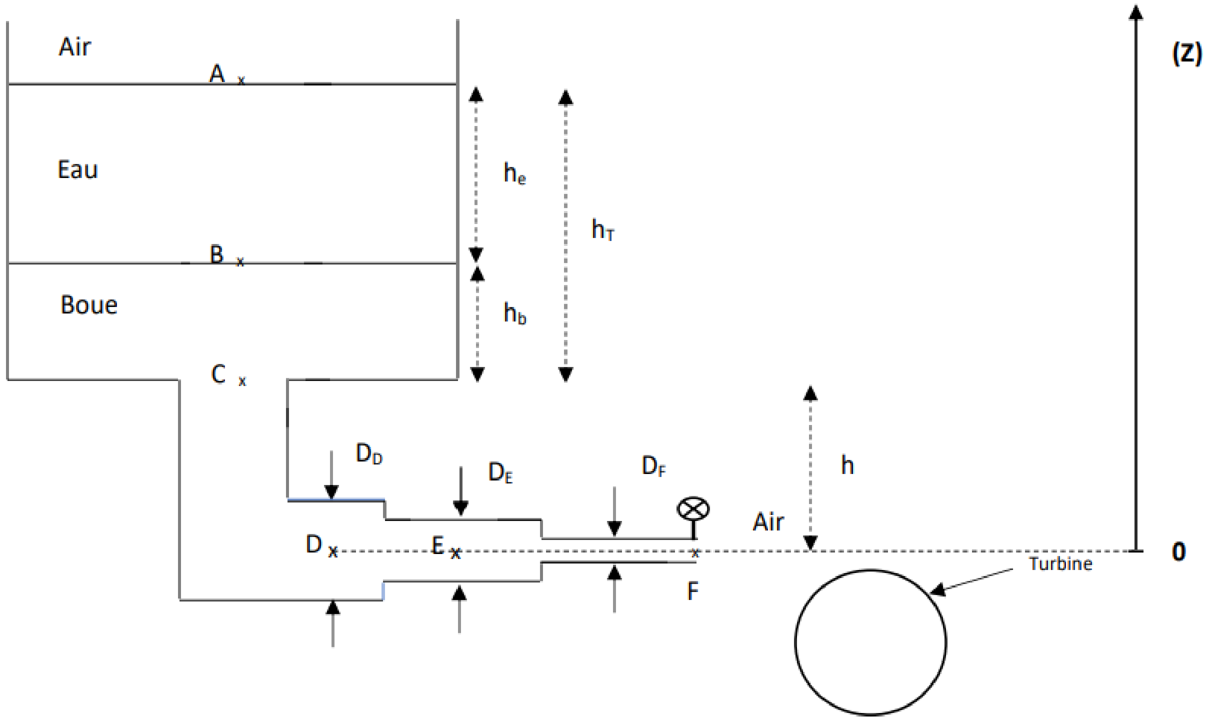
A-2) En utilisant l'équation convenable, donner les expressions des pressions P_A, P_B et P_C

A-3) Calculer les valeurs de P_A, P_B et P_C

Partie B

Avant de procéder à la production de l'électricité par une turbine, les sédiments de la boue doivent être évacués (dégagés) du barrage. Pour cela, on raccorde le barrage au point C par une conduite de forme cylindrique de différents diamètres ($D_D = D_C$ = 3m , D_E =2m et D_F = 1m). La terminaison de cette conduite est équipée par une vanne dans le but de contrôler le débit de l'eau à sa sortie ainsi que la puissance de l'énergie électrique produite par la turbine

Pr. Abdel-illah AMRANI



B-1) On considère que les vitesses $v_B = v_A = 0$. Comment peut-on justifier ce choix ?

B-2) Donner l'expression de la pression au point B. Calculer P_B.

B-3) Donner l'expression de la vitesse de la boue au point F situé à la sortie de la conduite. Calculer v_F.

B-4) Donner l'expression de la vitesse au point D. Calculer v_D.

B-5) Donner l'expression de la vitesse au point E. Calculer v_E.

B-6) Donner l'expression du débit volumique de l'écoulement de la boue. Calculer Q_V.

B-7) Calculer le temps nécessaire pour vider ce barrage des sédiments de la boue.

Partie C

Après avoir vider les sédiments de la boue, le barrage contient **seulement de l'eau.**

C-1) Donner la nouvelle expression de Z_A-Z_F.

C-2) Donner l'expression de la vitesse de l'eau au point F situé à la sortie de la conduite. Calculer v'_F.

C-3) Calculer le débit volumique de l'écoulement de l'eau à sa sortie de la conduite au point F.

C-4) Sachant que la turbine est placée juste à la sortie de la conduite, donner l'expression de l'énergie fournit par l'eau à la turbine. Pour $Z_F = 0$, calculer $E_{Turbine}$.

C-5) Donner l'expression de la puissance de la turbine. Calculer cette puissance.

Correction de l'examen E.R 2024-2025

Partie A:

A-1) Calcul des hauteurs :

c) La hauteur de l'eau h_e

Le volume de l'eau $V_e = 0,8.10^6 = 8.\ 10^6\ m^3$

$\longrightarrow$ $V_e = S_{base}.h_e$ $\longrightarrow$ $h_e = V_e / S_{base} = 4.\ V_e/\pi.D_{base}^2$

AN : $\longrightarrow$ $h_e = 4.\ 8.10^5/3,14.250^2$

$h_e = 16,3057$ m

d) La hauteur totale h_T

Volume total V_T

$V_T = S_{base}.h_T$ $\longrightarrow$ $h_T = V_T / S_{base} = 4.\ V_T/\pi.D_{base}^2$

$h_T = 4.10^6/3,14.250^2$

$h_T = 20,38$ m

b) La hauteur de la boue h_b

$h_T = h_e + h_b$ $\longrightarrow$ $h_b = h_T - h_e$

AN : $h_b = 20,38 - 16,3057$
$h_b = 4,07$ m

Partie B:

B-1) $v_B = v_A = 0$ car le barrage est de très grandes dimensions, la surface libre où se trouve le point A et grande par rapport à la surface de sortie où se trouve le point F

$S_A \gg S_F$ et $v_A \ll v_F$, donc $v_A \longrightarrow 0.$

De même

$S_B \gg S_F$ et $v_B \ll v_F$, donc $v_B \longrightarrow 0.$

B-2) on applique la relation de Bernoulli entre les points A et B

$P_A + \rho_{eau}\ gZ_A + ½\ \rho_{eau}\ v_A^2 = P_B + \rho_{eau}\ gZ_B + ½\ \rho_{eau}\ v_B^2$, avec $v_A = v_B = 0$ et $P_A = P_{atm}$

$P_A + \rho_{eau}\, gZ_A = P_B + \rho_{eau}\, gZ_B$

$P_B = P_A + \rho_{eau}\, g(Z_A - Z_B)$

$P_B = P_{atm} + \rho_{eau}\, g(Z_A - Z_B)$

$P_B = P_{atm} + \rho_{eau}\, g.h_e$

AN : $P_B = 2{,}63.\ 10^5$ Pa

B-3) on applique la relation de Bernoulli entre les points B et F

$P_B + \rho_{boue}\, gZ_B + ½\, \rho_{boue}\, v_B^2 = P_F + \rho_{boue}\, gZ_F + ½\, \rho_{boue}\, v_F^2$, avec $v_B = 0$ et $P_F = P_{atm}$

$½\, \rho_{eau}\, v_F^2 = P_B - P_{atm} + \rho_{boue}\, g(Z_B - Z_F)$ avec $Z_B - Z_F = h_b + h$

$½\, \rho_{eau}\, v_F^2 = P_B - P_{atm} + \rho_{boue}\, g(h_b + h)$

$v_F = \sqrt{2PB\ - Patm\ + \rho boue\, g(hb\ +\ h)/\rho boue}$

$v_F = 23{,}06$ m/s

B-4) puisque les deux fluides sont des liquides incompressibles, donc le débit volumique est conservé :

$S_D.v_D = S_F.v_F$ donc $v_D = S_F.v_F/ S_D$ $v_D = v_F.(D_F/ D_D)^2$

AN : $v_D = 2{,}562$ m/s

B-5) puisque les deux fluides sont des liquides incompressibles, donc le débit volumique est conservé :

$S_D.v_D = S_E.v_E$ donc $v_E = S_D.v_D/ S_E$ $v_E = v_D.(D_D/ D_E)^2$

AN : $v_D = 5{,}76$ m/s

B-6) l'expression du débit volumique Qv_B de l'écoulement de la boue

$Qv_B = S_D.v_D = S_F.v_F = v_F.\ \pi.\,(D_F^2/4)$

$Qv_B = 18{,}1021\ m^3/s$

B-7) Le temps nécessaire pour vider le barrage :

$Qv_b = V_{(volume\ de\ la\ boue)}/T_{\ (temps)} \longrightarrow T_{\ (temps)} = V_{(volume\ de\ la\ boue)}/\ Qv_b$

AN : $T_{\ (temps)} = 0{,}2.\ 10^6/18{,}1021 = 11048$ s = 184 min = 3h 04min

Partie C:

C-1) La nouvelle expression de $Z_A - Z_F$

Puisque le barrage ne contient que de l'eau $\longrightarrow$ $Z_A - Z_F = h_e + h$

C-2) Expression de la vitesse v'_F et sa valeur

On applique la relation de Bernoulli entre A et F

$P_A + \rho_{eau}\, gZ_A + ½\, \rho_{eau}\, v_A^2 = P_F + \rho_{eau}\, gZ_F + ½\, \rho_{eau}\, v'^2_F$, avec $v_A = 0$ et $P_A = P_F = P_{atm}$

$½\, \rho_{eau}\, v'^2_F = \rho_{eau}\, g(Z_A - Z_F) = \rho_{eau}\, g(h_e + h)$

$v'_F = \sqrt{2g(he + h)}$

AN : $v'_F = \sqrt{526}$

$v'_F = 22{,}934$ m/s

C-3) Calcul du débit volumique de l'eau

$Qv_e = S_F.v'_F = v'_F.\, \pi.\, (D_F^2/4)$

AN : $Qv_e = 18\ m^3/s$

C-4) l'expression fournit par l'eau à la turbine pour $Z_F = 0$

On a $E_F = P_F + \rho_{eau}\, gZ_F + ½\, \rho_{eau}\, v'^2_F = E_{Turbine}$

$= P_{atm} + \rho_{eau}\, gZ_F + ½\, \rho_{eau}\, v'^2_F = E_{Turbine}$

Pour $Z_F = 0$, on a $E_{Turbine} = E_F = 10^5 + (½).10^3(22{,}934)^2 + 0$

$E_{Turbine} = 3{,}63.\ 10^5$ Joules/m^3

C-5) L'expression de la puissance de la turbine et sa valeur

$P_{(puissance)} = Qv_e.\ E_{Turbine}$

$P_{(puissance)} = 18.\ 3{,}63.\ 10^5 = 6{,}534.\ 10^6$ W

FIN