

Contrôle de Thermodynamique P111 (Session Normale)

Durée : 1h 15 min

NB : Les questions de chaque exercice peuvent être traitées indépendamment

Questions de cours (4 points)

1. Donner l'énoncé du premier principe de la thermodynamique.
2. Donner les expressions de la quantité de chaleur élémentaire δQ pour une mole de gaz parfait reçoit au cours d'une transformation réversible élémentaire, en coordonnées (T, V) , en coordonnées (P, T) et en coordonnées (V, P) .

Exercice 1 (10 points)

On considère une masse $m = 14g$ d'azote, supposé parfait, placée dans les conditions suivantes : Etat A, pression $P_A = 10^5 Pa$, $T_A = 273k$. On donne $R = 8.32 J/mol K$. Masse molaire de l'azote $M = 28g/mol$. Rapport des chaleurs massiques à pression et à volume constants : $\gamma = \frac{C_p}{C_v} = 1.4$

1. Calculer le nombre de moles n et le volume V_A .
2. Le gaz est comprimé de façon isotherme réversible jusqu'à l'état B où $P_B = 10 P_A$.
 - a. Calculer le volume V_B .
 - b. Calculer le travail W_{AB} de cette transformation et déduire la quantité de chaleur Q_{AB} .
3. La même masse de gaz, après avoir été ramené à l'état A est comprimée de façon adiabatique réversible jusqu'à l'état C où $P_C = 10 P_A$.
 - a. Calculer le volume V_C et la température T_C .
 - b. Calculer le travail W_{AC} et déduire la chaleur massique à volume constant de ce gaz.
4. Représenter sur un diagramme de Clapeyron ces transformations.
5. Calculer pour chaque transformation la variation de l'énergie interne.

Exercice 2 (6 points)

On fait subir à n moles d'un gaz parfait les transformations réversibles suivantes :

- Transformation adiabatique amenant le gaz de l'état $A(P_0, V_0, T_0)$ à l'état $B(P_1, V_1, T_1)$.
 - Transformation isobare amenant le gaz de l'état $A(P_0, V_0, T_0)$ à l'état $C(P_2, V_2, T_2)$.
1. En notant R la constante des gaz parfaits et γ la constante adiabatique du gaz, démontrer que les chaleurs spécifiques molaires du gaz, respectivement à volume constant et à pression constante sont données par : $C_{Vm} = \frac{R}{\gamma-1}$ et $C_{Pm} = \frac{\gamma R}{\gamma-1}$.
 2. Déterminer en fonction des températures T_0 et T_1 l'expression du travail échangé durant la transformation $A \rightarrow B$.
 3. Déterminer en fonction des températures T_0 et T_2 l'expression de la quantité de chaleur échangée durant la transformation $A \rightarrow C$

Bonne chance

Corrigé du contrôle de Thermodynamique 2021/2022

Questions de cours :

1. L'énoncé du 1^{er} principe de la thermodynamique :

La somme algébrique de la quantité de chaleur Q et du travail W échangés par le système avec le milieu extérieur est égale à la variation de l'énergie.

$$\Delta U = W + Q \quad (2 \text{pts})$$

2. Les expressions de la quantité de chaleur pour une mole de gaz parfait :

$$\begin{aligned} \delta Q &= C_v dT + P dV \\ \delta Q &= C_p dT - V dP \quad (2 \text{pts}) \\ \delta Q &= \mu dV + \lambda dP \end{aligned}$$

Exercice 1

1. Le nombre de mole n et le volume V_A .

$$n = \frac{m}{M} \quad (0.25)$$

$$\text{AN : } n = 0.5 \text{ mol} \quad (0.25)$$

L'azote est un gaz parfait :

$$\begin{aligned} P_A V_A &= n R T_A \\ V_A &= \frac{n R T_A}{P_A} \quad (0.25) \end{aligned}$$

$$\text{AN : } V_A = 11.4 \text{ l} \quad (0.25)$$

2. De l'état A vers l'état B, la transformation est isotherme réversible : $P V = Cte$

a. Le volume V_B :

$$P_A V_A = P_B V_B \text{ et } P_B = 10 P_A$$

$$V_B = \frac{P_A V_A}{P_B} = \frac{V_A}{10} \quad (0.75)$$

$$\text{AN : } V_B = 1.14 \text{ l} \quad (0.25)$$

b. Le travail et la quantité de chaleur de la transformation AB :

$$\text{Par définition : } \delta W = -P dV \text{ et comme } P V = Cte = P_A V_A \rightarrow P = \frac{P_A V_A}{V}$$

$$\text{Alors : } \delta W = -P_A V_A \frac{dV}{V}$$

$$W_{AB} = -P_A V_A \int_A^B \frac{dV}{V} = -P_A V_A \log \frac{V_B}{V_A}$$

$$W_{AB} = P_A V_A \log \frac{V_A}{V_B} \quad (0.75)$$

$$\text{AN : } W_{AB} = 2613 \text{ J} \quad (0.25)$$

D'après le 1^{er} principe de la thermodynamique : $\Delta U_{AB} = W_{AB} + Q_{AB}$

D'après la 1^{er} Loi de Joule : $\Delta U_{AB} = C_v dT$

On a la transformation est isotherme c'est-à-dire $dT = 0$ alors $\Delta U_{AB} = 0$

Et par conséquence : $Q_{AB} = -W_{AB} \quad (0.75)$

$$\text{AN : } Q_{AB} = -2613 \text{ J} \quad (0.25)$$

3. De l'état A vers l'état C, la transformation est adiabatique réversible avec $P_C = 10P_A$

a. Le volume V_C et la température T_C

La loi de Laplace : $P V^\gamma = Cte$ et $T V^{\gamma-1} = Cte$

$$P_A V_A^\gamma = P_C V_C^\gamma \rightarrow V_C = V_A \left(\frac{P_A}{P_C} \right)^{\frac{1}{\gamma}}$$

$$V_C = V_A \left(\frac{1}{10} \right)^{1/\gamma} \quad (0.75)$$

$$\text{AN : } V_C = 2.2 \text{ l} \quad (0.25)$$

$$T_A V_A^{\gamma-1} = T_C V_C^{\gamma-1}$$

$$T_C = T_A \left(\frac{V_A}{V_C} \right)^{\gamma-1} \quad (0.75)$$

$$\text{AN : } T_C = 527.2 \text{ K} \quad (0.25)$$

b. Le travail W_{AC} et la chaleur massique à volume constante de ce gaz :

Par définition : $\delta W = -P dV$ et $P V^\gamma = Cte = P_A V_A^\gamma = P_C V_C^\gamma \rightarrow P = \frac{P_A V_A^\gamma}{V^\gamma}$

$$\delta W = -P_A V_A^\gamma \frac{dV}{V^\gamma}$$

$$W_{AC} = -P_A V_A^\gamma \int_A^C \frac{dV}{V^\gamma} = -P_A V_A^\gamma \left[\frac{V^{1-\gamma}}{1-\gamma} \right]_A^C = -P_A V_A^\gamma \left[\frac{V_C^{1-\gamma} - V_A^{1-\gamma}}{1-\gamma} \right]$$

$$W_{AC} = \frac{P_C V_C - P_A V_A}{\gamma-1} \quad (0.75)$$

$$\text{AN : } W_{AC} = 2643.6 \text{ J} \quad (0.25)$$

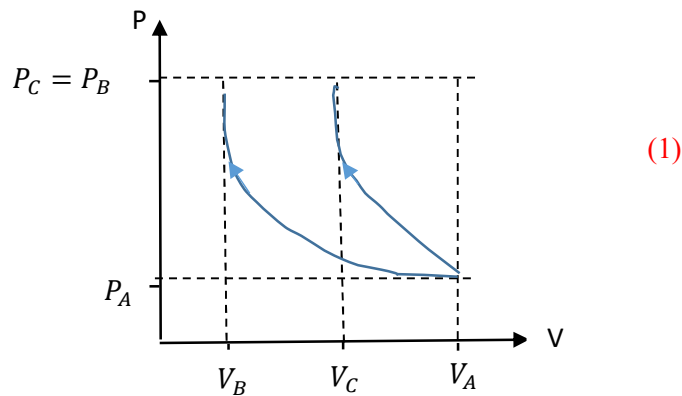
D'après le 1^{er} principe de la thermodynamique $\Delta U_{AC} = W_{AC} + Q_{AC}$ et on la transformation est adiabatique $Q_{AC} = 0$

$$\Delta U_{AC} = W_{AC} = m C_v (T_C - T_A)$$

$$C_v = \frac{W_{AC}}{m(T_C - T_A)} \quad (0.75)$$

$$\text{AN : } C_v = 0.7434 \text{ J/g.K} \quad (0.25)$$

4. Le diagramme de Clapeyron :



5. La variation de l'énergie interne :

- Une transformation isotherme : $\Delta U_{AB} = 0$. (0.5)
- Une transformation adiabatique : $\Delta U_{AC} = W_{AC}$ car $Q_{AC} = 0$ (0.5)

Exercice 2

1. D'après la loi de Mayer : $C_{pm} - C_{vm} = R$

D'après la définition de la constante adiabatique d'un gaz parfait, on a : $\gamma = \frac{C_{pm}}{C_{vm}}$

Donc $C_{pm} = \gamma C_{vm}$ alors $\gamma C_{vm} - C_{vm} = R$

Alors :

$$C_{vm} = \frac{R}{\gamma-1} \quad (1) \quad \text{et} \quad C_{pm} = \frac{\gamma R}{\gamma-1} \quad (1)$$

2. $A \rightarrow B$ Transformation adiabatique alors : $PV^\gamma = Cte$.

On a $\delta W = -P dV$; $P_0 V_0^\gamma = P_1 V_1^\gamma = PV^\gamma \Rightarrow P = P_1 \frac{V_1^\gamma}{V^\gamma}$

$$\delta W = -P_1 V_1^\gamma \frac{dV}{V^\gamma}$$

$$W_{AB} = P_1 V_1^\gamma \int_0^1 \frac{dV}{V^\gamma} = -P_1 V_1^\gamma \left[\frac{V^{1-\gamma}}{1-\gamma} \right]_0^1 = -P_1 V_1^\gamma \left[\frac{V_1^{1-\gamma} - V_0^{1-\gamma}}{1-\gamma} \right] = \frac{-P_1 V_1 + P_0 V_0}{1-\gamma}$$

$$W_{AB} = \frac{P_1 V_1 - P_0 V_0}{\gamma-1} \quad (1)$$

D'après la loi de Gaz Parfait : $PV = nRT$

$$W_{AB} = \frac{nR}{\gamma-1} (T_1 - T_0) \quad (1)$$

3. $A \rightarrow B$ La transformation est isobare alors $dP = 0$, En utilisant l'expression de la quantité de chaleur élémentaire échangée en fonction du couple des variables thermodynamiques (T,P), on a :

$$\delta Q = nC_{pm} dT - h dP$$

Alors $\delta Q = nC_{pm} dT - V dP$ avec $h = -V$

Et on a : $C_{pm} = \frac{\gamma R}{\gamma - 1}$

Et finalement, on obtient :

$$\delta Q = n \frac{\gamma R}{\gamma - 1} dT \quad (1)$$

Par intégration, il vient :

$$Q_{AC} = \frac{n\gamma R}{\gamma - 1} \int_{T_0}^{T_2} dT = \frac{n\gamma R}{\gamma - 1} (T_2 - T_0) \quad (1)$$