Université Moulay Ismail
FST-Errachidia
Département de Physique
Responsable : Pr. SARA TEIDJ

Année Universitaire : 2022/2023
Filière : MIP-S1
Section 2

Contrôle de Thermodynamique P111 (Session Normale)

Durée : 2h

NB : Les questions de chaque exercice peuvent être traitées indépendamment

Questions de cours (3 points)

1. Donner l'énoncé de 2 ème principe de la thermodynamique (de Clausius (1850) et de Kelvin).
2. Donner l'égalité de Clausius pour un cycle de Carnot réversible.
3. Donner l'égalité de Clausius pour un cycle de Carnot irréversible.

Exercice 1 (3 points)

Déterminer l'équation d'état du gaz à partir des coefficients thermoélastiques :

$$\alpha = \frac{R}{PV} + \frac{a}{VT^2} \quad (\ a \text{ étant une constante non nulle}) \quad \text{et} \quad \chi_T = \frac{RT}{VP^2}$$

Exercice 2 (4 points)

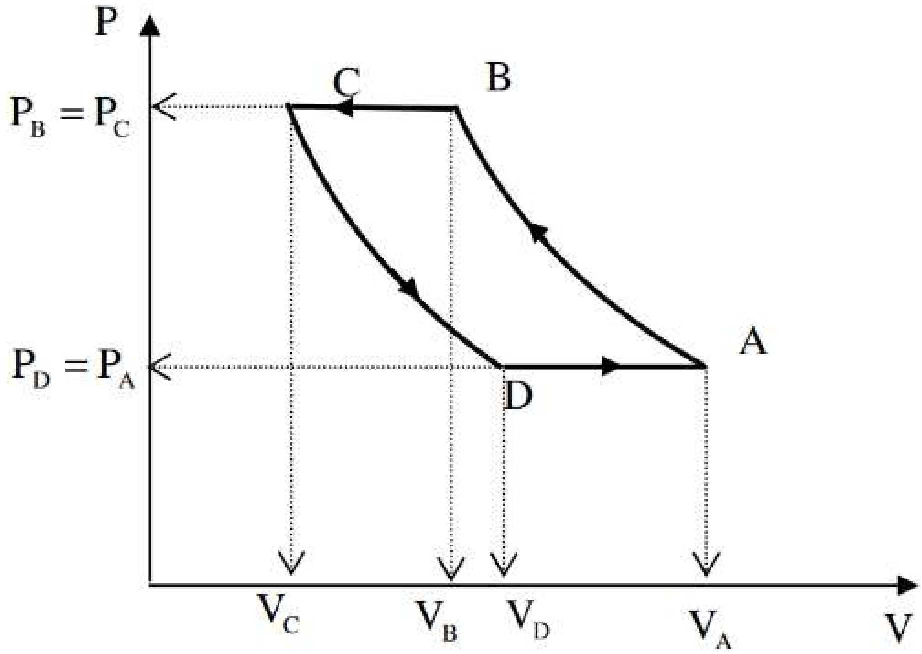
On sort un bloc de plomb de masse $m_1 = 280g$ d'étude à la température $\theta_1 = 98°C$.On le plonge tout de suite après dans un calorimètre de capacité thermique $\mu = 209\ J/K$contenant une masse $m_2 = 350g$ d'eau. L'ensemble est à la température initiale $\theta_2 = 16°C$.On mesure la température d'équilibre thermique $\theta_e = 17.7°C$.

1. Déterminer la capacité thermique massique du plomb sachant que la chaleur massique de l'eau est $c_e = 4185\ J.kg^{-1}K^{-1}$.
2. Vérifier la loi de Dulong et petit sachant que la masse molaire de plomb est $207.2\ g/mol$ et la constante des gaz parfaits $R = 8.314\ J\ K^{-1}mol^{-1}$.

Exercice 3 (10 points)

On fait subir à une masse $m = 7\ kg$ d'air qu'on considère comme gaz parfait, le cycle de transformations suivantes :

- A-B : Compression quasistatique adiabatique.
- B-C : Refroidissement isobare.
- C-D : Détente adiabatique quasistatique.
- D-A : Réchauffement isobare.



On donne : $T_A = 273\ K$, $T_C = 373\ K$, $P_A = 1bar$, $P_B = 6\ bar$,$M_{air} = 29g/mol$, $\gamma = 1.4$

et $R = 8.314$ J/K.mol.

1. D'après l'allure du cycle dans un diagramme de Clapeyron. S'agit-il d'un cycle moteur ou récepteur ?
2. Etablir les expressions des capacités thermiques molaires à pression et à volume constants respectivement C_{Pm} et C_{Vm} en fonction de γ et de R.
3. Calculer le nombre de moles n , les températures T_B et T_D.
4. Déterminer les expressions des quantités de chaleur échangées au cours du cycle. Faire l'application numérique (en kilojoule).
5. Déterminer les travaux échangés au cours des 4 transformations. En déduire l'expression du travail total W échangé au cours du cycle en fonction de n, γ, R et 4 températures. Calculer W en (KJ).
6. Montrer qu'à 0.5 kJ près, le premier principe est bien vérifié et calculer l'efficacité e de cette machine.

Bonne chance

Université Moulay Ismail
FST-Errachidia
Département de Physique
Responsable : Pr. SARA TEIDJ

Année Universitaire : 2022/2023
Filière : MIP-S1
Section 2 ; Durée : 2h

Corrigé du contrôle de Thermodynamique 2022/2023

Questions de cours :

1. L'énoncé du 2éme principe de la thermodynamique :

   Clausius : « La chaleur ne passe pas spontanément d'un corps froid à un corps chaud ». (0.5)

   Kelvin : « Un système en contact avec une seule source de chaleur ne peut, au cours d'un cycle, que recevoir du travail et fournir de la chaleur ». (0.5)

2. L'égalité de Clausius pour un cycle de Carnot réversible :

$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} = 0 \ (1)$$

3. L'égalité de Clausius pour un cycle de Carnot irréversible :

$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} < 0 \quad (1)$$

Exercice 1 :

L'équation d'état de gaz :

On a:

$\alpha = \frac{1}{V}\left.\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P = \frac{R}{PV} + \frac{a}{VT^2}$

Alors $\left.\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P = \frac{R}{P} + \frac{a}{T^2}$

A $P = cste$, $dV = \frac{R}{P}\,dT + \frac{a}{T^2}\,dT$

$$\int dV = \int \frac{R}{P}\,dT + \int \frac{a}{T^2}\,dT$$

$V = \frac{R}{P}T - \frac{a}{T} + f(P) \quad (1) \qquad$ (1)

On a :

$$\chi_T = -\frac{1}{V}\left.\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T = \frac{RT}{VP^2} \quad (2)$$

D'après l'équation (1) on obtient :

$$\left.\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T = -\frac{RT}{P^2} + f'(P)$$

$$\frac{RT}{VP^2} = -\frac{1}{V}\left[-\frac{RT}{P^2} + f'(P)\right]$$

$\frac{RT}{P^2} = \frac{RT}{P^2}$ alors $f'(P) = 0 \; donc \; f(P) = cste = b$ (1)

On remplace dans l'équation (1) , et on obtient :

$$V = \frac{R}{P}T - \frac{a}{T} + b$$

$$PV = RT - \frac{aP}{T} + b\,P$$

$$P(V-b)RT - \frac{aP}{T} \quad (1)$$

Exercice 2

1. Soit Q_1 la quantité de chaleur cédée par le bloc de plomb :

   $Q_1 = m_1 c_{plomb}(\theta_e - \theta_1)$ (1)

   Soit Q_2 la quantité de chaleur captée par l'eau et le calorimètre :

   $Q_2 = m_2 c_{eau}(\theta_e - \theta_2) + \mu(\theta_e - \theta_2)$ (1)

   le système (eau+calorimètre+plomb) est isolé : $Q_1 + Q_2 = 0$

   $$m_2 c_{eau}(\theta_e - \theta_2) + \mu(\theta_e - \theta_2) + m_1 c_{plomb}(\theta_e - \theta_1) = 0$$

   $c_{plomb} = -\frac{m_2 c_{eau}(\theta_e-\theta_2)+\mu(\theta_e-\theta_2)}{m_1(\theta_e-\theta_1)}$ (0.75)

   AN : $c_{plomb} = 0.1266$ J/g.K (0.25)

2. La loi de Dulong et petit est :

   $$M.c_{plomb} \simeq 3.R \quad (0.5)$$

   Donc : $M.c_{plomb} = 207.6 \times 0.1266 = 22.2315$

   $$3.R = 3 \times 8.314 = 25$$

   Alors $M.c_{plomb} \simeq 3.R$ donc la loi de Dulong et petit est bien vérifié (0.5)

Exercice 3

1. L'allure est décrite dans le sens trigonométrique, alors le cycle est un récepteur. (2)
2. Par définition, on a : $\gamma = \frac{C_{pm}}{C_{vm}}$ et la relation de Mayer : $R = C_{pm} - C_{vm}$

   En substituant C_{pm} par son expression en fonction de C_{vm} dans la relation de Mayer, il vient :

   $C_{vm} = \frac{R}{\gamma-1}$ (0.5) et $C_{pm} = \frac{\gamma R}{\gamma-1}$ (0.5)

3. Le nombre de moles n :

$$n = \frac{m}{M_{air}} \quad (0.25)$$

AN : n=241.3 mol (0.25)

La température T_B :

Le gaz est parfait et la transformation (AB) est adiabatique réversible, on peut donc appliquer la loi de Laplace :

$$T_A^{\gamma}\, P_A^{1-\gamma} = T_B^{\gamma}\, P_B^{1-\gamma}$$

$$T_B = T_A \left(\frac{P_A}{P_B}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \quad (0.25)$$

AN : $T_B = 455.5\ K$ (0.25)

La température T_D :

La transformation (BC) et (DA) sont isobares d'où : $P_C = P_B$ et $P_A = P_D$

Et comme la transformation (CD) est adiabatique réversible et le gaz est parfait , la loi de Laplace s'applique, il vient :

$$T_D = T_C \left(\frac{P_C}{P_D}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_C \left(\frac{P_B}{P_A}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \quad (0.25)$$

AN : $T_D = 223.5\ K$ (0.25)

4. Les quantités de chaleur échangée durant le cycle sont :

$Q_{AB} = 0\ Kj$ car la transformation (AB) est adiabatique (0.5)

Q_{BC} :

La transformation (BC) est isobare, $\delta Q = n\, C_{pm}\, dT$ car $dP = 0$

$Q_{BC} = n\, C_{pm}\,(T_C - T_B)$ (0.25)

AN : $Q_{BC} = -579.5\ Kj$ (0.25) car $C_{pm} = 29.1$ J/K.mol

$Q_{CD} = 0\ Kj$ car la transformation (CD) est adiabatique (0.5)

Q_{DA} :

La transformation (DA) est isobare, $\delta Q = n\, C_{pm}\, dT$ car $dP = 0$

$Q_{DA} = n\, C_{pm}\,(T_A - T_D)$ (0.25)

AN : $Q_{DA} = 347.7\ Kj$ (0.25)

5. Les travaux échangés au cours des quatre transformations :

$\delta W = -PdV$ et la transformation (AB) est adiabatique alors ,on peut appliquer la loi de Laplace $P_A V_A^{\gamma} = P_B V_B^{\gamma} = PV^{\gamma} = Cste \Longrightarrow P = \frac{P_A V_A^{\gamma}}{V^{\gamma}}$

$$\delta W = -P_A V_A^\gamma \frac{dV}{V^\gamma}$$

$$W_{AB} = -P_A V_A^\gamma \int_A^B \frac{dV}{V^\gamma} = -P_A V_A^\gamma \left[\frac{V^{1-\gamma}}{1-\gamma}\right]_A^B = \frac{-P_A V_A^\gamma}{1-\gamma}\left(V_B^{1-\gamma} - V_A^{1-\gamma}\right)$$

Or, $P_B V_B = nRT_B$ et $P_A V_A = nRT_A$

$$W_{AB} = \frac{nR}{\gamma-1}(T_B - T_A) \quad (0.25)$$

AN : $W_{AB} = 915.6\ KJ$ (0.25)

$\delta W = -PdV$ et la transformation (BC) est isobare $P_B = P_C = P$

$W_{BC} = -\int P\ dV = -P_B \int dV = -P_B\,(V_C - V_B) = -P_C\,V_C + P_B V_B$

$W_{BC} = nR\,(T_B - T_c)$ (0.25)

AN : $W_{BC} = 165{,}6\ KJ$ (0.25)

$W_{CD} = \frac{nR}{\gamma-1}(T_D - T_C)$ (0.25)

AN : $W_{CD} = -749.8\ KJ$ (0.25)

$W_{DA} = nR\,(T_D - T_A)$ (0.25)

AN : $W_{DA} = -99.2\ KJ$ (0.25)

Le travail total échangé au cours du cycle :

$$W = W_{AB} + W_{BC} + W_{CD} + W_{DA}$$

$$W = W_{AB} = \frac{nR}{\gamma-1}(T_B - T_A) + nR\,(T_B - T_c) + \frac{nR}{\gamma-1}(T_D - T_C) + nR\,(T_D - T_A)$$

$W = \frac{nR\gamma}{\gamma-1}(T_B - T_A + T_D - T_C)$ (0.25)

AN : $W = 232.2\ KJ$ (0.25)

6. La quantité de chaleur total échangé durant le cycle est :

   $Q = Q_{AB} + Q_{BC} + Q_{CD} + Q_{DA}$ (0.25)

   AN : $Q = -232.1\ KJ$ (0.25)

   On remarque qu'à 0.5 KJ prés, on a :

   $W + Q = 0$, ce qui vérifié bien le 1[er] principe de la thermodynamique qui stipule que durant un cycle : $\Delta\ U = W + Q = 0$ (0.25)

   L'efficacité de la machine est :

   $e = -\frac{Q_{BC}}{W} = 2.5$ (0.25)