Université Moulay Ismail
FST-Errachidia
Département de Physique
Responsable : Pr. SARA TEIDJ

Année Universitaire : 2023/2024
Filière : MIP-S1
Section 2

Contrôle de Thermodynamique P111 (Session Normale)

Durée : 2h

NB : Les questions de chaque exercice peuvent être traitées indépendamment

Questions de cours (4 points)

1. Démontrer l'expression qui donne l'efficacité d'un réfrigérateur et d'une pompe à chaleur e, en fonction des températures de la source chaude T_c et de la source froide T_f .
2. Démontrer que les coefficients calorimétriques $h, l, \lambda\ et\ \mu$ s'expriment en fonction des chaleurs spécifiques massiques à pression constante, c_p, et à volume constant c_V .

Exercice 1 (2 points)

Un thermomètre à mercure gradué de manière uniforme donne les indications suivantes sous la pression atmosphérique :

Le nombre de divisions qu'il affiche lorsqu'il est plongé dans la vapeur d'eau bouillante est $n_{100} = +102$.

Le nombre de divisions qu'il affiche lorsqu'il est plongé dans un bain de glace fondante est $n_0 = -2$.

1. Quelle est la température Celsius θ lorsqu'on lit une indication n ?
2. Faire une application numérique pour n =29.

Exercice 2 (4 points)

Un calorimètre de parois parfaitement imperméables à la chaleur a une capacité thermique $\mu = 0.20\ kJ/K$ et contient une masse $m_1 = 300g$ d'eau à la température d'équilibre initial $\theta_1 = 40\ °C$. On y place un glaçon de masse $m_2 = 40g$ sortant du congélateur à la température $\theta_2 = -6°C$. Au bout d'un certain temps, un nouvel équilibre thermique se produit au sein du calorimètre à la température finale $\theta_e > 0$.

1. Rappeler l'objectif de la calorimétrie.
2. Exprimer la quantité de chaleur Q_1 cédée par le calorimètre et la masse d'eau qu'il contient.
3. Exprimer la quantité de chaleur Q_2 reçu par le glaçon.
4. Calculer à l'équilibre final la température des différents corps présents dans le vase calorimétrique.

Les donnes :

La chaleur massique spécifique de l'eau est $c_e = 4185\, J.kg^{-1}K^{-1}$.

La chaleur massique spécifique de la glace $c_g = 0.5\, cal\,.g^{-1}K^{-1}$.

La chaleur latente de fusion de la glace $L_f = 334\, kJ.kg^{-1}$.

Exercice 3 (10 points)

Un moteur thermique fonctionne avec n moles d'un gaz parfait. Le gaz de volume initial V_A et de température T_A (point A) est refroidi à la pression constante jusqu'à la température T_B (point B). Le gaz subit ensuite une compression adiabatique jusqu'à la température T_C (point C).

Un échauffement isobare CD augmente le volume du gaz jusqu'à V_D(point D). Enfin, une détente adiabatique ferme le cycle en ramenant le gaz au point A.

1. Tracer le cycle dans un diagramme de Clapeyron en indiquant le sens.
2. Déterminer en fonction de n , V_A , T_A , T_B , T_C , γ *et* R :

2.1. Les quantités : P_A , P_B , V_B , P_C , V_C , P_D , V_D *et* T_D .

2.2. L'expression de la quantité de chaleur Q_f échangée par le gaz durant la transformation (AB).

2.3. L'expression de la quantité de chaleur Q_c échangée par le gaz durant la transformation (CD).

2.4. L'expression du travail W_{cycle} échangée par le gaz durant le cycle.

2.5. Le rendement du moteur.

Bonne chance

Université Moulay Ismail
FST-Errachidia
Département de Physique
Responsable : Pr. SARA TEIDJ

Année Universitaire : 2023/2024
Filière : MIP-S1
Section 2

Corrigé du contrôle de Thermodynamique P111
(Session Normale 2023/2024)

Questions de cours : 4points

1. L'efficacité d'un réfrigérateur e est définis par : $e = \frac{Q_f}{W}$

   Or, sur un cycle, le bilan énergétique s'écrit : $\Delta U = W + Q_f + Q_c = 0$

   Soit alors : $W = -Q_f - Q_c$

   D'où : $e = \frac{Q_f}{-Q_f - Q_c} = \frac{1}{-1-\frac{Q_c}{Q_f}}$ (0.5)

   Dans le cas de la transformation réversible et d'après l'égalité de Clausius :

   $\frac{Q_c}{T_c} + \frac{Q_f}{T_f} = 0$ alors, $\frac{Q_f}{Q_c} = -\frac{T_f}{T_c}$ et finalement : $e = \frac{1}{-1+\frac{T_c}{T_f}} = \frac{T_f}{T_c - T_f}$ (0.5)

L'efficacité d'une pompe à chaleur e est définis par : $e = -\frac{Q_c}{W}$

   Or, sur un cycle, le bilan énergétique s'écrit : $\Delta U = W + Q_f + Q_c = 0$

   Soit alors : $W = -Q_f - Q_c$

   $e = \frac{Q_c}{Q_f + Q_c} = \frac{1}{1+\frac{Q_f}{Q_c}}$ (0.5)

   Dans le cas de la transformation réversible et d'après l'égalité de Clausius :

   $\frac{Q_c}{T_c} + \frac{Q_f}{T_f} = 0$ alors, $\frac{Q_f}{Q_c} = -\frac{T_f}{T_c}$ et finalement : $e = \frac{1}{1-\frac{T_f}{T_c}} = \frac{T_c}{T_c - T_f}$ (0.5)

2. Les coefficients calorimétriques h, l, λ et μ s'expriment en fonction des chaleurs spécifiques massiques à pression constante, c_p, et à volume constant c_V :

   Les trois expressions de la quantité de chaleur élémentaire δQ :

   $\delta Q = C_V\, dT + l\, dV$ (1)

   $\delta Q = C_P\, dT + h\, dP$ (2)

   $\delta Q = \mu\, dV + \lambda\, dP$ (3)

$$f(P,V,T) = 0 \ alors \ \ dT = (\frac{\partial T}{\partial V})_P . dV + (\frac{\partial T}{\partial P})_V . dP$$

En substituant dT dans les équations (1) et (2) :

$$\delta Q = C_V\, dT + l\, dV = C_V \left[(\frac{\partial T}{\partial V})_P . dV + (\frac{\partial T}{\partial P})_V . dP \right] + l\, dV$$

$$\delta Q = C_V\, (\frac{\partial T}{\partial P})_V . dP + \left[l + C_V \left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_P \right] . dV = \mu\, dV + \lambda\, dP$$

$$\delta Q = C_P\, dT + h\, dP = C_P \left[(\frac{\partial T}{\partial V})_P . dV + (\frac{\partial T}{\partial P})_V . dP \right] + h\, dP$$

$$\delta Q = C_P\, (\frac{\partial T}{\partial V})_P . dV + \left[h + C_P \left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_V \right] . dP = \mu\, dV + \lambda\, dP$$

Alors : $l + C_V \left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_P = C_P\, (\frac{\partial T}{\partial V})_P$ D'où : $l = (C_P - C_V)\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_P$ (0.5)

$h + C_P \left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_V = C_V\, (\frac{\partial T}{\partial P})_V$ D'où $h = -(C_P - C_V)\left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_V$ (0.5)

$\mu = C_P\, (\frac{\partial T}{\partial V})_P$ (0.5) et $\lambda = C_V\, (\frac{\partial T}{\partial P})_V$ (0.5)

Exercice 1 : 2points

1. La température Celsius θ lorsqu'on lit une indication n : Les 102 division correspondent à la vapeur d'eau (100°C), La division -2 correspond à la glace fondante (0°C)

L'équation thermométrique sous la forme : $\theta = an + b$

Où θ : c'est la température en °C

n : le nombre de divisions lu

a et b sont les deux constantes d'étalonnage

on a : $\begin{cases} 100 = a \times 102 + b \\ 0 = a \times (-2) + b \end{cases}$

On déduit par la résolution du système des deux équations aux deux inconnues a et b que :

$a = \frac{100}{104} = 0.9615$ et $b = 100 - \frac{100}{104} \times 102 = 1.923$

Alors l'équation thermométrique s'écrit :

$\theta(°C) = 0.9615\, n + 1.923$ (1)

2. Pour n =29 alors $\theta(°C) = 29.8°C$ (1)

Exercice 2 : 4 points

1. L'objectif de la calorimétrie est de mesurer les quantités de chaleur échangées au cours d'une transformation d'un système et de calculer la capacité calorifique. (1)
2. La quantité de chaleur Q_1 cédée par l'eau et le calorimètre (initialement en équilibre à la température θ_1) est : $Q_1 = (\mu + m_1 c_e)(\theta_e - \theta_1)$ (1)
3. Puisque $\theta_e > 0$, tout le glaçon a fondu et la quantité de chaleur Q_2 captée par le bloc de glace (initialement en équilibre à la température θ_2) est:

$$Q_2 = m_2 c_g (0 - \theta_2) + m_2 L_f + m_2 c_e (\theta_e - 0)$$

$$Q_2 = -m_2 c_g \theta_2 + m_2 L_f + m_2 c_e \theta_e \qquad (1)$$

4. A l'équilibre final Le système { eau+glaçon+calorimétre} est isolé donc :

$Q_1 + Q_2 = 0$

Alors :

$(\mu + m_1 c_e)(\theta_e - \theta_1) - m_2 c_g \theta_2 + m_2 L_f + m_2 c_e \theta_e = 0$

$$\theta_e = \frac{(\mu + m_1 c_e)\theta_1 + m_2 c_g \theta_2 - m_2 L_f}{(m_1 + m_2) c_e + \mu} \qquad (0.75)$$

L'application numérique : $\theta_e = 27.6°C$ (0.25)

Exercice 3 10 points

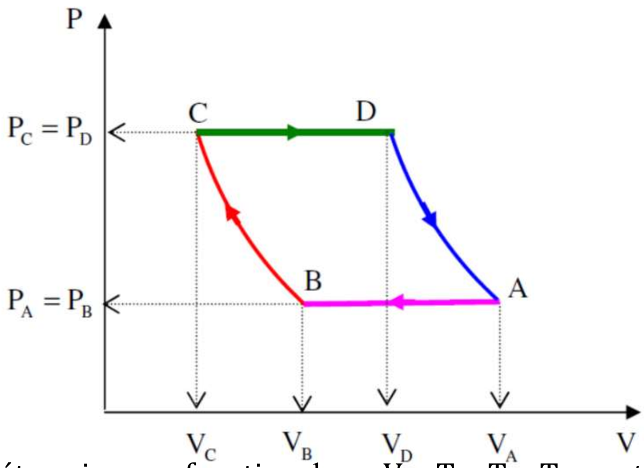
Le cycle considéré comprend les transformations réversibles suivantes :

$(P_A, V_A, T_A) \to (P_B, V_B, T_B)$: Refroidissement isobare $T_B < T_A$ $alors$ $V_B < V_A$

$(P_B, V_B, T_B) \to (P_C, V_C, T_C)$: Compression adiabatique $P_C > P_B$ $alors\, V_C < V_B$

$(P_C, V_C, T_C) \rightarrow (P_D, V_D, T_D)$: Echauffement isobare $T_D > T_C$ *alors* $V_D > V_C$
$(P_D, V_D, T_D) \rightarrow (P_A, V_A, T_A)$: Détente adiabatique $P_A < P_D$ *alors* $V_A > V_D$

1. Le diagramme de Clapeyron décrivant ce cycle est le suivant :



(2)

2. Déterminer en fonction de n, V_A, T_A, T_B, T_C, γ *et* R :

2.1 Les quantités :

<u>La pression P_A</u> :

On a: $P_A V_A = n\,R\,T_A$, d'où $P_A = nR\,\frac{T_A}{V_A}$ (0.5)

<u>La pression P_B</u> :

La transformation (AB) est isobare, donc $P_B = P_A = nR\,\frac{T_A}{V_A}$ (0.5)

<u>Le volume V_B</u> :

On a: $P_B V_B = n\,R\,T_B$, d'où $V_B = nR\,\frac{T_B}{P_B} = \frac{V_A}{\cancel{nR}\,T_A} \times \cancel{nR}\,T_B = V_A\,\frac{T_B}{T_A}$ (0.5)

<u>La pression P_C</u> :

Le gaz est parfait, la transformation (BC) est adiabatique réversible, donc la loi de Laplace s'applique :

$$P_C^{1-\gamma}\,T_C^{\gamma} = P_B^{1-\gamma}\,T_B^{\gamma}$$

D'où : $P_C = P_B\left(\frac{T_B}{T_C}\right)^{\frac{\gamma}{1-\gamma}} = nR\,\frac{T_A}{V_A}\left(\frac{T_B}{T_C}\right)^{\frac{\gamma}{1-\gamma}}$ (0.5)

<u>Le volume V_C</u> :

On a : $P_C V_C = n\,R\,T_C$, d'où $V_C = nR\,\frac{T_C}{P_C}$

Avec l'expression de P_C ci-dessus, on obtient :

$$V_C = n\cancel{R}\,T_C \times \frac{V_A}{\cancel{nR}\,T_A} \times \left(\frac{T_C}{T_B}\right)^{\frac{\gamma}{1-\gamma}} = \frac{V_A}{T_A}\,\frac{(T_C)^{\frac{1}{1-\gamma}}}{(T_B)^{\frac{\gamma}{1-\gamma}}}$$ (0.5)

<u>La pression P_D</u> :

La transformation (CD) est isobare, donc $P_C = P_D = nR\,\frac{T_A}{V_A}\left(\frac{T_B}{T_C}\right)^{\frac{\gamma}{1-\gamma}}$ (0.5)

<u>Le volume V_D</u> :

Le gaz est parfait et la transformation (DA) est adiabatique réversible, donc par l'application de la loi de Laplace, on obtient :

$$P_D V_D^{\gamma} = P_A V_A^{\gamma}$$
$$V_D = V_A \left(\frac{P_A}{P_D}\right)^{1/\gamma}$$

Avec les expressions de P_A et P_D ci-dessus, on obtient :

$$V_D = V_A \left(\frac{\cancel{nR\frac{T_A}{V_A}}}{\cancel{nR\frac{T_A}{V_A}}\left(\frac{T_B}{T_C}\right)^{\frac{\gamma}{1-\gamma}}}\right)^{1/\gamma} = V_A \left(\frac{T_C}{T_B}\right)^{\frac{1}{1-\gamma}} \qquad (0.5)$$

<u>La température T_D</u>

On a : $P_D V_D = n\,R\,T_D$, d'où $T_D = \frac{P_D V_D}{nR}$

En substituent les expressions de P_D et V_D obtenus précédemment, on obtient :

$$T_D = \frac{1}{\cancel{nR}} \times \cancel{nR}\,\frac{T_A}{\cancel{V_A}}\left(\frac{T_B}{T_C}\right)^{\frac{\gamma}{1-\gamma}} \times \cancel{V_A}\left(\frac{T_C}{T_B}\right)^{\frac{1}{1-\gamma}}$$

Ce qui donne : $T_D = \frac{T_A T_C}{T_B}$ (0.5)

2.2 L'expression de la quantité de chaleur Q_f échangée par le gaz durant la transformation (AB) :

La transformation (AB) est isobare : $\delta Q = C_p\, dT$

D'où : $Q_f = \frac{n\,R\,\gamma}{\gamma-1}\,(T_B - T_A)$ (1)

2.3 L'expression de la quantité de chaleur Q_c échangée par le gaz durant la transformation (CD) :

La transformation (CD) est isobare : $\delta Q = C_p\, dT$

D'où : $Q_c = \frac{n\,R\,\gamma}{\gamma-1}\,(T_D - T_C)$ (0.5)

Avec l'expression de T_D calculée précédemment, on obtient :

$$Q_c = \frac{n\,R\,\gamma}{\gamma-1}\left(\frac{T_A T_C}{T_B} - T_C\right) = \frac{n\,R\,\gamma}{\gamma-1} \times \frac{T_C}{T_B} \times (T_A - T_B) \qquad (0.5)$$

2.4 L'expression du travail W_{cycle} échangée par le gaz durant le cycle :

D'après le 1er principe de la thermodynamique durant le cycle, On a :

$\Delta U = W_{cycle} + Q_f + Q_c = 0$ alors que $W_{cycle} = -Q_f - Q_c$ (0.5)

$$W_{cycle} = \frac{n\,R\,\gamma}{\gamma-1}\,(T_A - T_B) - \frac{n\,R\,\gamma}{\gamma-1} \times \frac{T_C}{T_B} \times (T_A - T_B) = \frac{n\,R\,\gamma(T_A - T_B)(T_B - T_C)}{(\gamma-1)T_B} \qquad (0.5)$$

2.5 Le rendement du moteur :

$\eta = \frac{-W_{cycle}}{Q_c}$ (0.5)

$\eta = -\frac{n\,R\,\gamma(T_A - T_B)(T_B - T_C)}{(\gamma-1)T_B} \times \frac{1}{\frac{n\,R\,\gamma}{\gamma-1} \times \frac{T_C}{T_B} \times (T_A - T_B)} = 1 - \frac{T_B}{T_C}$ (0.5)