Université Moulay Ismail
FST-Errachidia
Département Sciences de l'Ingénieur
Responsable : Pr. SARA TEIDJ

Année Universitaire : 2024/2025
Filière : GP,GC,GI,MSD,MIP (S1)
Section 1

Contrôle de Thermodynamique (Session Normale)

Durée : 2h

NB : Les questions de chaque exercice peuvent être traitées indépendamment

Questions de cours (3 points)

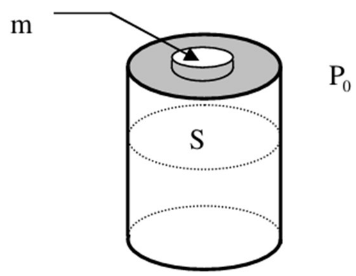
On considère une transformation adiabatique réversible et une transformation isotherme réversible du même gaz parfait à partir du même état initial. Montrer que :

$$\left|\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_{Q=0}\right| > \left|\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_{T}\right|$$, sachant que $\boldsymbol{\gamma > 1}$

Que représentent ces deux quantités dans le diagramme de Clapeyron (P,V) ? conclure.

Exercice 1 (3 points)

Un cylindre vertical, de surface $S = 10\ cm^2$, est placé dans l'air à la pression atmosphérique $P_0 = 1\ bar$. Il est fermé par un piston mobile, sans frottement, de masse $m = 5kg$ et contient un **gaz parfait** à la température $T_1 = 7°C$. Ce gaz occupant alors à l'état 1 un volume de hauteur $h_1 = 35cm$, et sa pression est P_1.



On comprime d'une façon adiabatique et réversible le gaz jusqu'à une pression $P_2 = 3\ bar$ correspondant à l'état 2.

1. Déterminer le volume du gaz V_2
2. Déterminer le déplacement du piston $d = h_1 - h_2$.
3. Calculer la température finale T_2 du gaz pendant cette compression.

On donne : $g = 9.81\ N.Kg^{-1}$ et $\gamma = 1.4$

Exercice 2 (10 points)

On assimile le mélange air carburant dans la chambre de combustion d'un moteur Diesel à un **gaz parfait** pour lequel $\gamma = 1.4$ et $R = 8.314\ J.K^{-1}.mol^{-1}$. Les chaleurs spécifiques molaires, respectivement à pression constante et à volume constant, sont alors : $C_{pm}\ et\ C_{vm}$.

On considère le système formé de $n = 65\ mol$ et on suppose que le moteur Diesel fonctionne selon un cycle en quatre temps composé des transformations réversibles suivantes :

• Une compression adiabatique A→B de taux de compression $x = \frac{V_A}{V_B} = 14$. La température du mélange en A vaut $T_A = 293\ K$.

• Une détente isobare B→C caractérisée par le rapport de détente $y = \frac{V_C}{V_B} = 1.55$. La température du mélange en C vaut $T_C = 1305\ K$.

• Une détente adiabatique C→D telle qu'en D le piston retrouve sa position initiale $V_D = V_A$.

• Un refroidissement isochore D→A où la soupape d'échappement s'ouvre et la pression chute brutalement.

1. Tracer schématiquement ce cycle de Diesel dans le diagramme de Clapeyron en indiquant le sens.
2. Calculer les températures T_B et T_D .
3. Déterminer les quantités de chaleur échangées durant un cycle en fonction des températures aux points A, B, C et D. Faire l'application numérique.
4. Calculer le travail total échangé durant le cycle.
5. Calculer le rendement η de ce moteur thermique.
6. Montrer que $T_D = T_A y^\gamma$ et $T_C = T_A\, y\, x^{\gamma-1}$. En déduire que le rendement du moteur ne dépend que de γ , du taux de compression x et du rapport de détente y .
7. On considère à présent la machine thermique décrivant le cycle inverse du moteur Diesel précédent. Calculer pour cette machine l'efficacité **e** en mode pompe à chaleur.

Exercice 3 (4 points) Vérification de la Loi de Charles-Amontons :

La manipulation est réalisée à volume constant, fixé à V=50 ml. À l'aide du régulateur, la température T est variée, En utilisant le piston de la seringue, placé à l'intérieur de l'enveloppe en verre, la pression correspondante est notée pour chaque température grâce au dispositif Cobra4. La température et la pression sont indiquées dans le tableau suivant :

T(K)	303	308	313	318
P(hPa)	875	887.9	902.4	912.7
P/T				

1. Rappeler le but de la manipulation : Équation d'état d'un gaz parfait.
2. Calculer P/T pour chaque mesure et déduire la loi de Charles-Amontons.

Bonne chance

Correction de contrôle

Questions de cours (3 points)

- La transformation est adiabatique : $PV^{\gamma} = Cste = A$ alors $P = \frac{A}{V^{\gamma}}$ (1pt)
- La transformation est isotherme : $PV = Cste = B$ alors $P = \frac{B}{V}$ (1pt)

$$\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T = -\frac{B}{V^2} = -\frac{P}{V} \quad et \quad \left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_{Q=0} = -\gamma\frac{A}{V^{\gamma+1}} = -\frac{\gamma P}{V}$$

Alors , $\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_{Q=0} = \gamma\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T$ (0.5pt) sachant que $\gamma > 1$ alors $\left|\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_{Q=0}\right| > \left|\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T\right|$

Donc la pente adiabatique est toujours plus élevée que la pente isotherme. (0.5pt)

Autre méthode :

- **Pour une isotherme** $PV = Cte \Rightarrow PdV + VdP = 0 \Rightarrow \left(\frac{dP}{dV}\right)_{isotherme} = -\frac{P}{V}$
- **Pour une adiabatique** $P\,V^{\gamma} = Cte \Rightarrow \gamma\,PdV + V\,dP = 0 \Rightarrow \left(\frac{dP}{dV}\right)_{adiabatique} = -\gamma\frac{P}{V}$

On remarque que:

$$\left|\frac{dP}{dV}\right|_{adia} = \gamma\left|\frac{dP}{dV}\right|_{isoth} \Rightarrow \gamma > 1 \Rightarrow \left|\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_{Q=0}\right| > \left|\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T\right|$$

Ainsi, en un point donné, la pente de l'adiabatique est toujours plus élevée que la pente de l'isotherme.

Exercice 1 (3 points)

1. Calcul du volume en fin de la transformation.
   La transformation est adiabatique donc on peut utiliser la loi de Laplace : $PV^{\gamma} = Cste$

$P_1V_1^{\gamma} = P_2V_2^{\gamma} = cste$ alors $V_2 = V_1\left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{1/\gamma}$ or $V_1 = Sh_1$ et

$P_1 = P_0 + \frac{mg}{S} = 1.49 \times 10^5 Pa$

Alors $V_2 = Sh_1\left(\frac{P_0+\frac{mg}{S}}{P_2}\right)^{1/\gamma}$ (0.75pt)

AN : $V_2 = 10 \times 10^{-4} \times 35 \times 10^{-2} \times \left(\frac{10^5+\frac{5\times9.81}{10\times10^{-4}}}{3\times10^5}\right)^{1/1.4} = 2.124 \times 10^{-4} m^3$ (0.25pt)

2. Calcul le déplacement d :

On a : $V_2 = Sh_2$ alors $h_2 = \frac{V_2}{S} = 0.2124cm$ donc $d = h_1 - \frac{V_2}{S}$ (0.75pt)

AN : $d = 35 \times 10^{-2} - \left(\frac{2.124\times10^{-4}}{10\times10^{-4}}\right) = 0.1376\,m$ (0.25pt)

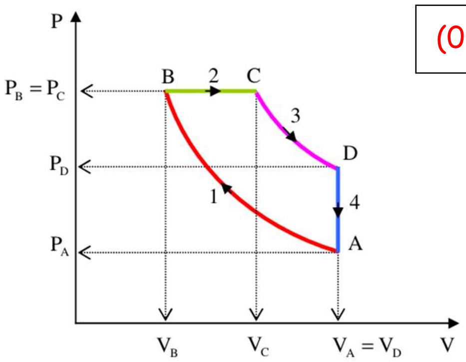
3. Calculer la température finale :
   Par application de l'équation d'état des gaz parfaits, on a : $P_1V_1 = nRT_1$ et $P_2V_2 = nRT_2$
   D'où : $\frac{P_1V_1}{T_1} = nR$ et $\frac{P_2V_2}{T_2} = nR$ alors $T_2 = T_1\frac{P_2V_2}{P_1V_1} = T_1\frac{P_2h_2}{P_1h_1}$ (0.75pt)

AN : $T_2 = (7 + 273.15) \times \frac{3\times10^5\times0.2124}{1.49\times10^5\times35\times10^{-2}} = 342\ K$ (0.25pt)

Exercice 2

1. Représentation de l'allure du cycle dans le diagramme de Clapeyron.

Le cycle est moteur car $W < 0$. On le voit directement à partir du diagramme: le cycle est décrit dans le sens des aiguilles d'une montre. (0.5 pt)



(0.5pt)

2. Calcul de la température T_B :

La transformation (AB) est adiabatique réversible, donc la loi de Laplace s'applique. En utilisant le couple de variables thermodynamiques (T,V), cette loi s'écrit : $T_B V_B^{\gamma-1} = T_A V_A^{\gamma-1}$

D'où $T_B = T_A \left(\frac{V_A}{V_B}\right)^{\gamma-1}$ soit , $T_B = T_A\, x^{\gamma-1}$ (0.75 pt)

AN: $T_B = 293 \times (14)^{1.4-1} = 842\ K$ (0.25 pt)

Calcul la température T_D :

La transformation (CD) est adiabatique réversible, donc la loi de Laplace s'applique. En utilisant le couple de variables thermodynamiques (T,V), cette loi s'écrit : $T_C V_C^{\gamma-1} = T_D V_D^{\gamma-1}$

$T_D = T_C \left(\frac{V_C}{V_D}\right)^{\gamma-1}$ sachant que $V_D = V_A$, cette équation devient : $T_D = T_C \left(\frac{V_C}{V_A}\right)^{\gamma-1}$

Or, $V_A = x\, V_B$ et $V_C = y\, V_B$ d'où $T_D = T_C \left(\frac{y\, V_B}{x\, V_B}\right)^{\gamma-1}$ soit $T_D = T_C \left(\frac{y}{x}\right)^{\gamma-1}$ (0.75 pt)

AN: $T_D = 1305 \times \left(\frac{1.55}{14}\right)^{1.4-1} = 541\ K$ (0.25 pt)

3. Les quantités de chaleur échangées durant un cycle en fonction des températures aux points A, B, C et D

   $Q_{AB} = 0\ J$ car la transformation (AB) est adiabatique (0.5pt)

   $\delta Q_{BC} = n\, C_p\, dT$ car la transformation (BC) est isobare ($dP = 0$)

   $Q_{BC} = n\, C_p\, (T_C - T_B) = \frac{n\, R\, \gamma}{\gamma-1}\, (T_C - T_B)$ (0.25 pt)

   AN: $Q_{BC} = \frac{65\times8.314\times1.4}{0.4}\, (1305 - 842) = 875\ KJ$ (0.25 pt)

   $Q_{CD} = 0\ J$ car la transformation (CD) est adiabatique (0.5 pt)

   $\delta Q_{DA} = n\, C_V\, dT$ car la transformation (DA) est isochore ($dV = 0$)

   $Q_{DA} = n\, C_V\, (T_A - T_D) = \frac{n\, R}{\gamma-1}\, (T_A - T_D)$ (0.25 pt)

   AN: $Q_{DA} = \frac{65\times8.314}{0.4}\, (293 - 541) = -335\ KJ$ (0.25 pt)

4. Le travail total échangé durant le cycle.
   D'après le 1er principe $Q + W = 0$ alors $W = -Q$
   $W = -(Q_{BC} + Q_{DA})$ (0.75 pt)
   AN: $W = -(875 - 335) = -540\ KJ$ (0.25 pt)
5. Le rendement η
   $\eta = \frac{|W|}{Q_{BC}}$ (0.75 pt)
   AN: $\eta = \frac{540}{875} = 61.7\ \%$ (0.25 pt)
6. Montrer que $T_D = T_A y^{\gamma}$ et $T_C = T_A\, y\, x^{\gamma-1}$.
   D'après l'équation d'état : $P_C V_C = nRT_C$ et $P_B V_B = nRT_B$ et $P_B = P_C$
   Donc $\frac{T_C}{V_C} = \frac{T_B}{V_B}$ alors $T_C = \frac{V_C}{V_B} T_B = yT_B$ et on a $T_B = T_A\, x^{\gamma-1}$
   Alors : $T_C = y\, T_A\, x^{\gamma-1}$ (0.5pt)
   D'après la question précédente
   $$T_D = T_C \left(\frac{y}{x}\right)^{\gamma-1} = y\, T_A\, x^{\gamma-1} \left(\frac{y}{x}\right)^{\gamma-1} = y^{\gamma}\, T_A \text{ (0.5pt)}$$
   Le rendement du moteur ne dépend que de γ :
   $$\eta = \frac{|W|}{Q_{BC}} = \frac{Q_{BC} + Q_{DA}}{Q_{BC}} = 1 + \frac{Q_{DA}}{Q_{BC}} = 1 + \frac{\frac{n\,R}{\gamma - 1}\,(T_A - T_D)}{\frac{n\,R\,\gamma}{\gamma - 1}\,(T_C - T_B)} = 1 + \frac{(T_A - T_D)}{\gamma(T_C - T_B)}$$
   $$\eta = 1 \frac{(T_A - y^{\gamma}\, T_A)}{\gamma(y\, T_A\, x^{\gamma-1} - T_A\, x^{\gamma-1})} = 1 + \frac{1 - y^{\gamma}}{\gamma x^{\gamma-1}(y-1)} \text{ (1 pt)}$$
7. L'efficacité **e** en mode pompe à chaleur
   $e = -\frac{Q_{BC}}{w}$ (0.75 pt)
   AN : $e = \frac{875}{540} = 1.62$ (0.25 pt)

Exercice 3

1. Le but de cette manipulation, est de déterminer les relations qui lient les variables d'états (P,T,V) d'un gaz parfait, pour cet effet, on fixe une variable d'état et on fait varier les autres variables. (1 pt)
2. Calculer P/T pour chaque mesure et déduire la loi de Charles-Amontons :

T(K)	303	308	313	318
P(hPa)	875	887.9	902.4	912.7
P/T	2.88	2.88	2.88	2.87

(1 pt)

On remarque que $\frac{P}{T}$ = Cte (0.5 pt) et on a $\frac{P}{T} = \frac{nR}{V} =$ Cte (0.5 pt), on sait que $n = Cte\ , R = Cte$ (0.5 pt)
En déduit alors, la loi de Charles-Amontons : Quand le volume est constant, la température et la pression sont variés. (0.5 pt)