

Circuits électriques Parcours électronique

Chapitre 3: PUISSANCE EN REGIME SINUSOÏDAL

- Puissance active ou puissance moyenne
 - Exemple
- Puissance apparente et puissance réactive
 - Puissance apparente
 - Puissance réactive
- Puissance complexe
 - Grandeurs efficaces complexes
 - Théorème de Boucherot
- Distribution de puissance électrique
- Circuits pont de Wheatstone
 - Pont de Wheatstone
 - Application : Détecteur de lumière du pont de Wheatstone

Puissance active ou puissance moyenne

Puissance instantanée reçue par un dipôle en régime variable

$$P_i(t) = u(t)i(t) = u_m \cos(\omega t + \varphi) i_m \cos(\omega t)$$

Les fréquences habituellement utilisées dans l'ARQS, souvent > 50 Hz

Durée T_d d'une expérience $\gg T = \frac{1}{f}$

Puissance moyenne ou puissance active reçue

$$P = \bar{P}_i(t) = \frac{1}{T_d} \int_0^{T_d} P_i(t) dt = \frac{1}{T_d} \int_0^{T_d} u_m \cos(\omega t + \varphi) i_m \cos(\omega t) dt = \frac{1}{2} u_m i_m \cos(\varphi)$$

Puissance active ou puissance moyenne

Valeur efficace d'une tension ou d'un courant variables est la valeur qu'il faudrait donner à cette grandeur, en régime stationnaire, pour dissiper la même puissance que dans un résistor.

Puissance P dissipée dans un résistor soumis à une tension sinusoïdale

$$P = \frac{1}{2} u_m i_m = U_{eff} I_{eff}$$

$$U_{eff} = U = \frac{u_m}{\sqrt{2}}$$

$$I_{eff} = I = \frac{i_m}{\sqrt{2}}$$

Puissance active ou puissance moyenne

Exemple

la tension efficace du réseau d'alimentation électrique sinusoïdale des particuliers est de 230V, ce qui correspond à une tension d'amplitude $u_m = U\sqrt{2} = 325V$.

$X = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T x^2(t) dt}$ valeur efficace d'une grandeur $x(t)$ périodique, de période T

$\cos(\varphi) = \frac{\text{Re}(Z)}{|Z|}$ facteur de puissance s'exprime simplement à l'aide de l'impédance du dipôle :

la puissance moyenne reçue par le dipôle peut varier de



0 pour $\varphi = \pm \frac{\pi}{2} \text{ rad}$ UI pour $\varphi = 0 \text{ rad}$

Puissance active ou puissance moyenne

Exemple

Pour un résistor d'impédance réelle

le facteur de puissance maximal $\cos(\varphi) = 1$

la puissance active reçue vaut UI .

Pour un condensateur idéal ou une bobine parfaite

le facteur de puissance et la puissance reçue sont nuls puisque $\varphi = \pm \frac{\pi}{2} rad$

la puissance active P est nulle, alors que la puissance instantanée ne l'est pas

$$P_i(t) = u(t)i(t) = iL \frac{di}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} Li^2 \right) \text{ bobine}$$

$$P_i(t) = u(t)i(t) = uC \frac{du}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} Cu^2 \right) \text{ condensateur}$$

Puissance apparente et puissance réactive

Puissance apparente

puissance moyenne reçue par un dipôle

$$P = UI \cos(\varphi) \text{ (Puissance active en W)} \leq S = UI \text{ (puissance apparente en VA)}.$$

Puissance réactive

la puissance réactive $Q = \frac{1}{2} u_m i_m \sin(\varphi) = UI \sin(\varphi)$ en voltampère-réactif (VAR).

puissance réactive d'un résistor est nulle, différence de phase entre la tension et le courant est nulle.

puissance réactive d'une bobine d'inductance L $Q = UI \sin(\varphi) = UI = L\omega I^2$

puissance réactive d'un condensateur de capacité C $Q = UI \sin(\varphi) = \frac{-I^2}{C\omega}$

Puissance apparente et puissance réactive

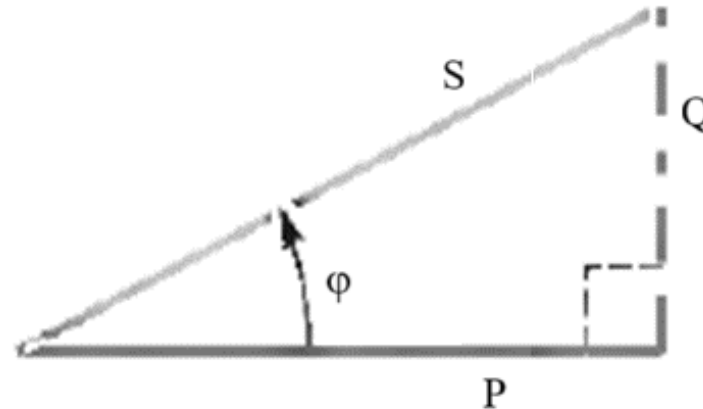
Puissance réactive

Le concept de puissance réactive permet de caractériser le type d'installation :

- si $Q > 0$, le système reçoit de la puissance réactive, puisque $\sin(\varphi) > 0$; l'installation est de type inductif,
- si $Q < 0$, le système fournit de la puissance réactive, puisque $\sin(\varphi) < 0$ l'installation est de type capacitif.

Remarque

$$S^2 = P^2 + Q^2$$



Puissance complexe

Par définition $\hat{P} = \frac{1}{2} \hat{u}_m \hat{i}_m^* = P + jQ$

$$P = \text{Re}(\hat{P}) \qquad Q = \text{Im}(\hat{P}) \qquad S = |\hat{P}|$$

$\hat{i}_m^*$ conjugué du complexe $\hat{i}_m$

$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{2} \text{Re}(\hat{u}_m \hat{i}_m^*) \\ &= \frac{1}{2} \text{Re}(u_m e^{j\varphi_u} e^{j\omega t} i_m e^{-j\varphi_i} e^{-j\omega t}) \\ &= \frac{1}{2} \text{Re}(u_m i_m e^{j(\varphi_u - \varphi_i)}) \\ &= \frac{1}{2} u_m i_m \cos(\varphi) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Q &= \frac{1}{2} \text{Im}(\hat{u}_m \hat{i}_m^*) \\ &= \frac{1}{2} \text{Im}(u_m e^{j\varphi_u} e^{j\omega t} i_m e^{-j\varphi_i} e^{-j\omega t}) \\ &= \frac{1}{2} \text{Im}(u_m i_m e^{j(\varphi_u - \varphi_i)}) \\ &= \frac{1}{2} u_m i_m \sin(\varphi) \end{aligned}$$

Puissance complexe

Puissance complexe reçue par un dipôle d'impédance $Z = R + jX$

$$\hat{P} = \frac{1}{2} \hat{u}_m \hat{i}_m^* = \frac{1}{2} Z |\hat{i}_m|^2 = Z I^2 = R I^2 + j X I^2$$

ou d'admittance $Y = G + jB$

$$\hat{P} = \frac{1}{2} \hat{u}_m \hat{i}_m^* = \frac{1}{2} \hat{u}_m Y^* \hat{u}_m^* = \frac{1}{2} Y^* |\hat{u}_m|^2 = Y^* U^2 = G U^2 - j B U^2$$

Remarque

Partie réelle de la puissance complexe est la puissance moyenne réelle (puissance active) et non la puissance instantanée réelle.

Puissance complexe

Grandeurs efficaces complexes

Les grandeurs complexes efficaces, associées aux tensions et aux intensités sinusoïdales

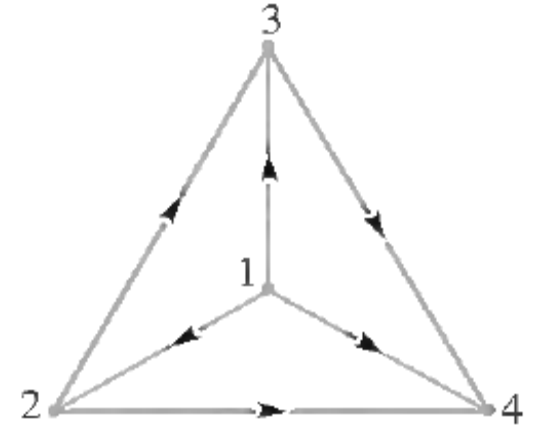
$$\hat{U} = \frac{\hat{u}_m}{\sqrt{2}} = U e^{j\varphi_u}$$

$$\hat{I} = \frac{\hat{i}_m}{\sqrt{2}} = I e^{j\varphi_i}$$

$$\left. \begin{array}{l} \hat{U} = \frac{\hat{u}_m}{\sqrt{2}} = U e^{j\varphi_u} \\ \hat{I} = \frac{\hat{i}_m}{\sqrt{2}} = I e^{j\varphi_i} \end{array} \right\} \hat{u}(t) = \sqrt{2}\hat{U}e^{j\omega t} \quad \hat{i}(t) = \sqrt{2}\hat{I}e^{j\omega t} \text{ et } P = \text{Re}(\hat{U}\hat{I}^*)$$

Théorème de Boucherot

- Dans un réseau électrique, parcouru par des courants sinusoïdaux
- la somme des puissances actives est nulle
- La somme des puissances réactives est nulle
 - prenons l'exemple simple d'un réseau constitué de quatre nœuds, numérotés 1, 2, 3, 4
 - En régime quasi stationnaire sinusoïdal, la puissance complexe du réseau est la somme des puissances :



$$\hat{P} = \sum_b \hat{P}_b = \frac{1}{2} \sum_b \hat{u}_{mb} \hat{i}_{mb}^* = \sum_b \hat{U}_b \hat{I}_b^* = \hat{U}_{12} \hat{I}_{12}^* + \hat{U}_{23} \hat{I}_{23}^* + \hat{U}_{34} \hat{I}_{34}^* + \hat{U}_{13} \hat{I}_{13}^* + \hat{U}_{14} \hat{I}_{14}^* + \hat{U}_{24} \hat{I}_{24}^*$$

Puissance complexe

Grandeurs efficaces complexes

Théorème de Boucherot

$$\hat{P} = \sum_b \hat{P}_b = \frac{1}{2} \sum_b \hat{u}_{mb} \hat{i}_{mb}^* = \sum_b \hat{U}_b \hat{I}_b^* = \hat{U}_{12} \hat{I}_{12}^* + \hat{U}_{23} \hat{I}_{23}^* + \hat{U}_{34} \hat{I}_{34}^* + \hat{U}_{13} \hat{I}_{13}^* + \hat{U}_{14} \hat{I}_{14}^* + \hat{U}_{24} \hat{I}_{24}^*$$

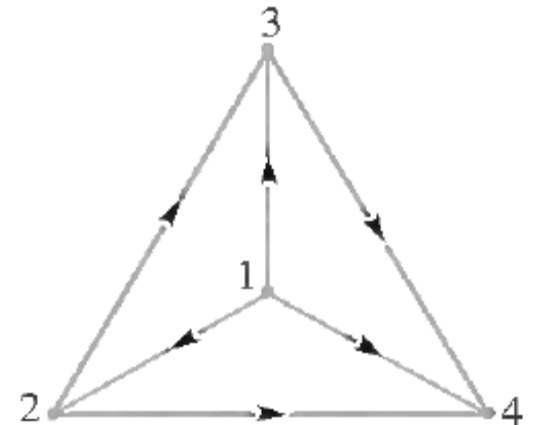
les potentiels électriques efficaces complexes aux nœuds 1, 2, 3 et 4 les potentiels efficaces complexes :

$$\begin{aligned} \hat{P} &= (\hat{V}_1 - \hat{V}_2) \hat{I}_{12}^* + (\hat{V}_2 - \hat{V}_3) \hat{I}_{23}^* + (\hat{V}_3 - \hat{V}_4) \hat{I}_{34}^* + (\hat{V}_1 - \hat{V}_3) \hat{I}_{13}^* + (\hat{V}_1 - \hat{V}_4) \hat{I}_{14}^* + (\hat{V}_2 - \hat{V}_4) \hat{I}_{24}^* \\ &= \hat{V}_1 (\hat{I}_{12}^* + \hat{I}_{13}^* + \hat{I}_{14}^*) + \hat{V}_2 (-\hat{I}_{12}^* + \hat{I}_{23}^* + \hat{I}_{24}^*) + \hat{V}_3 (-\hat{I}_{23}^* + \hat{I}_{34}^* - \hat{I}_{13}^*) + \hat{V}_4 (-\hat{I}_{34}^* - \hat{I}_{14}^* - \hat{I}_{24}^*) \end{aligned}$$

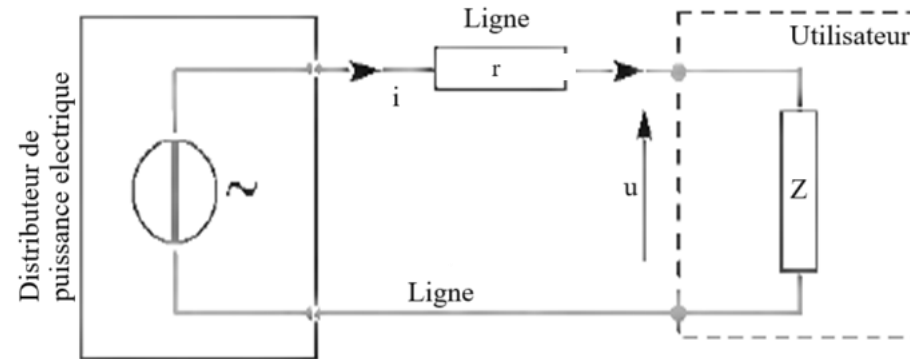
Loi des nœuds

$$\hat{P} = \sum_b P_b = 0$$

$$\hat{P} = \sum_b \hat{P}_b = \sum_b (P_b \cos(\varphi_b) + j P_b \sin(\varphi_b)) = 0$$



Distribution de puissance électrique



- Distributeur de puissance électrique
- cherche à diminuer les pertes de puissance le long des lignes conductrices en raison de l'effet Joule.
 - r la résistance des lignes
 - Z la charge, I l'intensité efficace du courant dans la ligne
 - U la tension efficace aux bornes de la charge.

Circuits pont de Wheatstone

Pont de Wheatstone

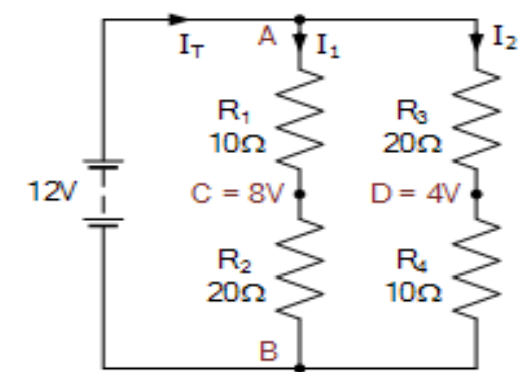
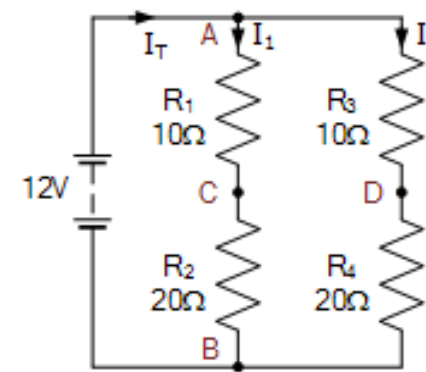
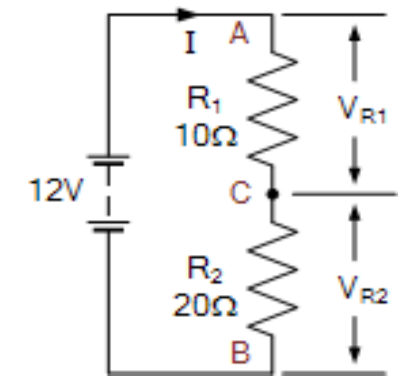
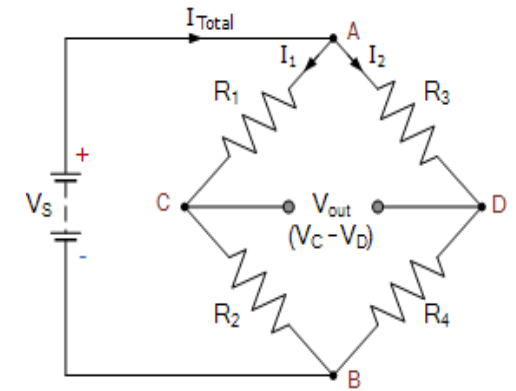
En équilibre, le pont de Wheatstone

une chute de courant I_R et ou une chute de tension U_R sur les résistances en série

$$I = V \div R = 12V \div 1(0\Omega + 20\Omega) = 0.4A$$

$$R_2 : V_{R2} = I \times R_2 = 0.4A \times 20\Omega = 8V$$

$$V_{R1} = 4V \text{ et } V_{R2} = 8V.$$



Circuits pont de Wheatstone

Analyse du circuit pont de Wheatstone

R_4 remplacée R_X et en ajustant la résistance opposée, R_3 pour équilibrer le réseau du pont

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_X} = 1$$

à l'équilibre

$$V_{out} = (V_C - V_D) = (V_{R2} - V_{R4}) = 0$$

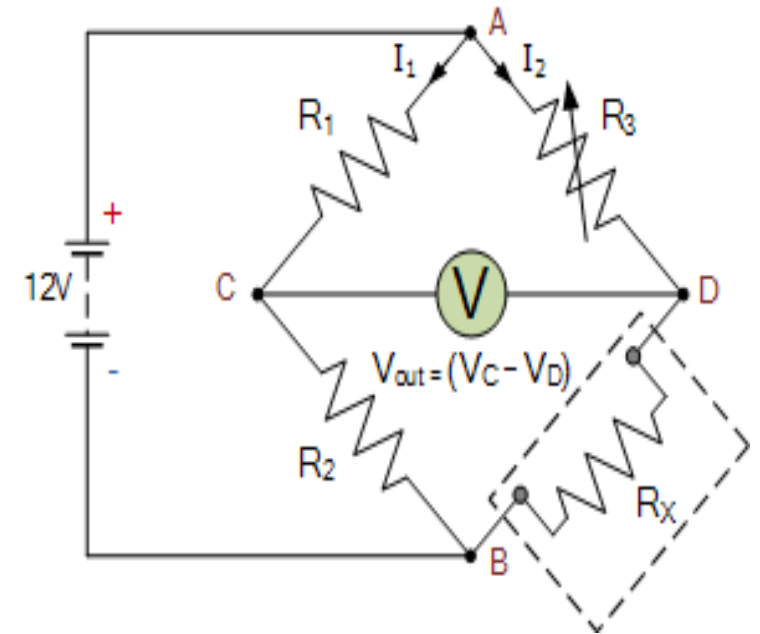
$$R_C = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \text{ et } R_D = \frac{R_3}{R_3 + R_4}$$

à l'équilibre

$$R_C = R_D$$

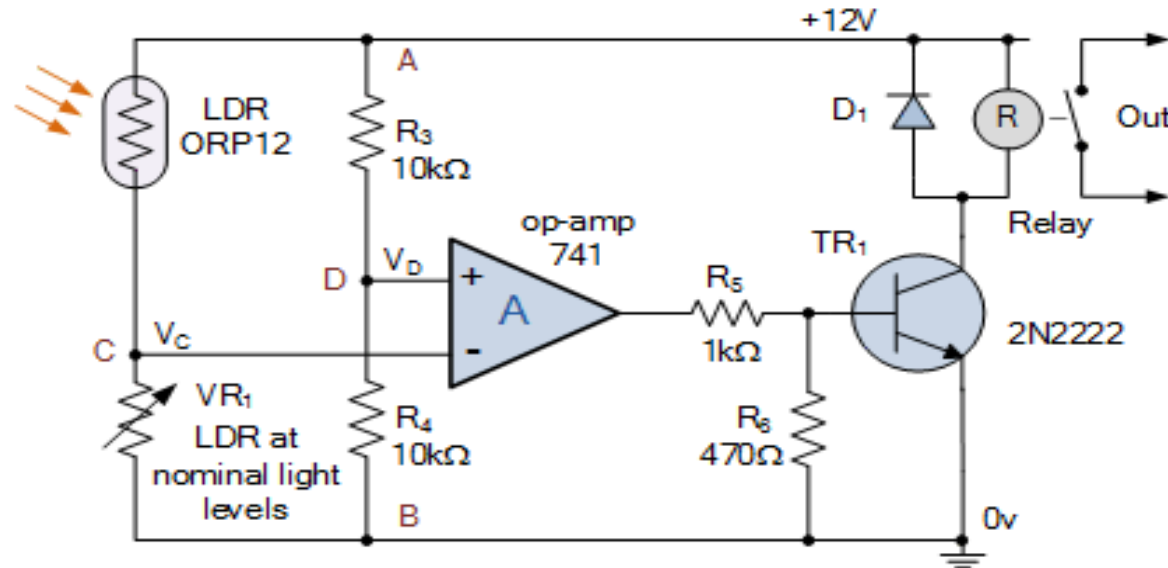
$$\frac{R_2}{R_1 + R_2} = \frac{R_3}{R_3 + R_4}$$

$$R_4 = \frac{R_2 R_3}{R_1} = R_X$$



Circuits pont de Wheatstone

Application : Détecteur de lumière du pont de Wheatstone



- La cellule photoélectrique LDR est connectée au circuit du pont de Wheatstone
- Lorsque le niveau de lumière détecté passe au-dessus ou en dessous de la valeur prédéfinie déterminée par V_{R1}
- l'Op-amp amplifie cette variation

FIN