Série 2

Exercice 1

Soit un mince ruban de cuivre de largeur a, d'épaisseur b de longueur L parcouru par un courant I de densité uniforme $\vec{j}$ suivant $\vec{e}x$, il est plongé dans un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ perpendiculaire au ruban dans le sens de $\vec{e}_z$. On appelle M et P les deux faces au bord du ruban, ces deux faces étant distantes de a (Figure 1).

1. En admettant que les électrons de conduction en mouvement de vitesse v dans le ruban de cuivre sont soumis à la force de Lorentz ($\vec{F}_m$), montrer qu'il apparait sur les faces M et P des charges électriques et une tension V_H (tension de Hall). On indiquera le sens de V_H et les polarités des faces M et P du ruban.
2. Donner l'expression de la force $\vec{F}_m$ subie par les électrons.
3. En déduire l'expression de la force totale subie par les électrons.
4. Déterminer $\vec{E}_H$ en fonction de j, B, n et e.
5. En déduire la différence de potentiel entre les deux face (P) et (M) ; $U_H = V_P - V_M$ appelée tension de Hall.
6. Montrer que U_H s'écrit $U_H = \frac{C_H}{b} I.B$, et exprimer la constante C_H. En quoi la mesure de cette tension de Hall peut-elle être utile ?

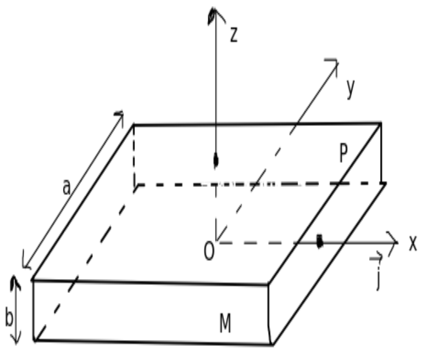

Figure 1

Exercice 2

Soit une nappe plane conductrice dans le plan xoy, d'épaisseur négligeable. La densité superficielle de courant $\vec{j}_s$ et parallèle à (Ox) et uniforme (Figure 2).

1. Déterminer la direction, le sens et les variables dont dépend le champ magnétique $\vec{B}$.
2. Pour calculer le champ magnétique, en utilisant le théorème d'Ampère :
   (a) Donner la forme de la courbe d'Ampère.
   (b) Calculer le champ magnétique créé par cette nappe en tout point $M(x,y,z)$.
   (c) En déduire la valeur de B pour $z = 0$.
3. Montrer que B est discontinue en traversant la nappe.
4. Déterminer à une constante près le potentiel vecteur $\vec{A}$ en tout point M.
5. En déduire la constante dans le cas ou $\vec{A}$ est nul à l'origine.

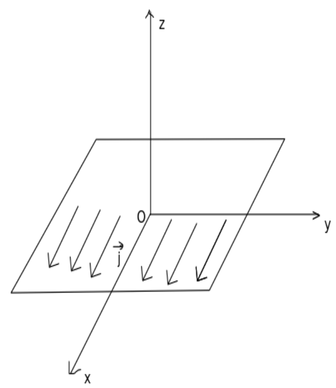

Figure 2

Indication : $\vec{B}_{T_2} - \vec{B}_{T_1} = \mu_0 \vec{J}_s \wedge \vec{n}_{12}$: c'est la relation de discontinuité de la composante tangentielle du champ à la traversée d'une nappe.

Exercice 3

Un câble coaxial (Figure 1), rectiligne, de longueur l, est constitué de deux fils conducteurs concentriques. Le cylindre central (1) de rayon R_1 est plein et le cylindre extérieur (2) de rayons R_2 et R_3 est creux. Les deux fils cylindriques sont traversés par le même courant I selon des sens opposés (Figure 3). On suppose que les densités de courant (qu'on note j) se répartissent uniformément dans les sections de ces conducteurs. On suppose que la longueur du câble est très grande devant R_3 (câble « infini »).

1. En utilisant les propriétés de symétrie et d'invariance d'une telle distribution de courant, justifier que le champ magnétique $\vec{B}$ produit au point $M(r,\theta,z)$ est de la forme $\vec{B} = B(r)\vec{e}_\theta$.
2. En utilisant le théorème d'Ampère, déterminer le champ magnétique en tout point de l'espace (il y a quatre régions $r < R_1$, $R_1 < r < R_2$, $R_2 < r < R_3$ et $r > R_3$).

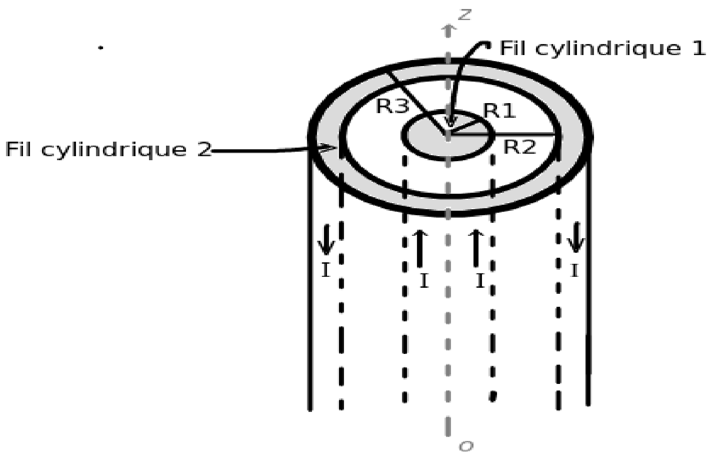

Figure 3

Exercice 4

Soit un solénoide S infini d'axe $\vec{O}z$, comportant n spires par unité de longueur l parcouru par un courant permanent I.

1. Étudier les invariance et symétrie du potentiel vecteur $\vec{A}$ et vérifier que $\vec{\nabla}.\vec{A} = 0$.
2. Déterminer $\vec{A}$ en tout point en appliquant $\oint \vec{A}.\vec{dl} = \int\int_S \vec{B}\vec{ds}$ sur un contour C.
3. Exprimer $\vec{A}$ à partir de la relation $\vec{B} = \vec{\nabla} \wedge \vec{A}$.

On donne $\vec{B}_{int} = \mu_0 n I \vec{e}_z$ pour tout point à l'intérieur du solénoide et $\vec{B} = 0$ à l'extérieur.

Exercice 5

Une barre métallique de longueur L dont l'une des extrémités est fixée par une liaison pivot d'axe Oz. L'autre extrémité de la barre est en contact avec un bain de mercure qui permet la circulation d'un courant I continu. Le tout est placé dans un champ magnétique uniforme parallèle à l'axe (OZ) et orienté comme l'indique la figure 4. On repère la position de la barre par l'angle de rotation α.

1. Déterminer la force de Laplace subie par la barre.
2. On suppose que la force de Laplace est équivalente à une force unique s'appliquant au centre de la barre. La barre de masse m est également soumise à son poids qui s'applique également au centre de la barre. Dessiner sur le schéma l'ensemble des forces appliquées à la barre.
3. Déterminer en fonction de m, B et I l'angle α d'équilibre.
4. Sous l'effet de la force de Laplace, le bas de la barre sort du bain de mercure, expliquer qualitativement ce qui se passe après cette action.

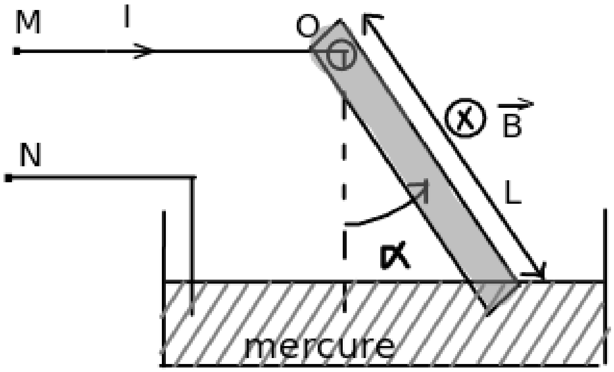

Figure 4

Exercice 6

1. Montrer à partir de l'expression de l'énergie potentielle d'interaction $E_\rho = -\vec{M}\vec{B}$ d'un dipôle magnétique de moment $\vec{M}$ placé dans un champ magnétique extérieur $\vec{B}$, que la résultante des forces agissant sur le dipôle a pour composantes :

$$F_x = \vec{M}\frac{\partial \vec{B}}{\partial x},\ F_y = \vec{M}\frac{\partial \vec{B}}{\partial y} \text{ et } F_z = \vec{M}\frac{\partial \vec{B}}{\partial z}$$

.

2. *Application :* Un dipôle magnétique de moment $\vec{M} = M\vec{e}_z$, est placé au point D de côte $OD = z$ de l'axe Oz (de vecteur unitaire $\vec{e}_z$) d'une bobine plate de centre O, ayant N spires de rayon R. Calculer :
   (a) La force F subie par le dipôle dans le champ de la bobine plate.
   (b) La force résultante F' subie par la bobine, dans le champs du dipôle. Vérifier ainsi le principe de l'action et de la réaction.
   (c) Le travail que doit fournir un opérateur pour amener ce dipôle depuis la position $z = z_0$ jusqu'au centre de la bobine.