UNIVERSITE MOULAY ISMAIL
FACULTE DES SCIENCES DE MEKNES

Année universitaire 2018-2019

EXAMEN DE PHYSIQUE STATISTIQUE II

Session de Juin, 2019, Durée 1h30

Questions courtes : *7 points.*

1. Tracer les diagrammes de phases pression-température des héliums 3 et 4, pris séparément.

2. Rappeler, sans démonstration, la loi de Stefan-Boltzmann concernant la relation entre la pression de radiation totale émise par un corps noir, $\mathcal{R}$, et sa température d'équilibre, T.

3. Démontrer, à l'aide des outils de la Physique Statistique, que la chaleur spécifique (à volume constant) de tout système macroscopique est directement proportionnelle aux fluctuations de l'énergie, c'est-à-dire que :

$$C_V = \frac{1}{k_B T^2}\left[\langle H^2\rangle - \langle H\rangle^2\right]$$

Relier cette chaleur spécifique à l'énergie libre d'Helmholtz, F, et montrer que cette dernière est une fonction *concave* de la température (à volume constant). Montrer que l'entropie, S, est une fonction *croissante* de la température (à volume constant). En déduire que l'énergie libre F est une fonction *décroissante* de la température.

Problème : *13 points.*

L'on admet que le *rayonnement fossile* qui remplit les confins de l'Univers, peut être assimilé à des photons d'un corps noir à la température T, contenu dans un volume Ω. On rappelle qu'un photon d'impulsion p et de fréquence ν a une énergie $\epsilon = pc = h\nu$.

1. Justifier pourquoi le *facteur gyromagnétique* des photons, g, doit égal à 2.

2. Rappeler pourquoi le potentiel chimique d'un gaz de photons à l'équilibre thermique est *nul*.

3. Rappeler l'expression du nombre moyen d'occupation des photons, $\langle n_k\rangle$, en fonction de la fréquence ν et de la température T.

4. Démontrer que la densité d'états des photons, $\mathcal{D}(\epsilon)$, est donnée par :

$$\mathcal{D}(\epsilon) = \Omega \frac{8\pi}{h^3 c^3} \epsilon^2 = \Omega \frac{8\pi}{c^3} \nu^2$$

5. En déduire que le nombre de photons fossiles de fréquence comprise entre ν et $\nu + d\nu$, noté dN_ν, est donné par :

$$dN_\nu = \Omega \frac{8\pi}{c^3} \frac{\nu^2}{e^{h\nu/k_B T} - 1} d\nu$$

Ici, k_B est la constante de Boltzmann.

6. En déduire l'expression de la *densité spectrale d'énergie volumique*, notée u_ν, en fonction de la fréquence ν et de la température T (*loi de rayonnement de Max Planck*). Tracer son allure, en fonction de la fréquence ν, à température T fixée. Dans quelles limites de fréquences, l'on retrouve la loi de *Rayleigh-Jeans* et celle de *Wien* ?

7. On rappelle l'expression de l'énergie interne du gaz :

$$U = \int_0^\infty h\nu \, dN_\nu$$

Déterminer son expression, en fonction du volume Ω et de la température T. Dans cette expression, on fera apparaître la constante de Stefan : $\sigma = \pi^2 k_B^4 / 60\hbar^3 c^2$.

On rappelle l'intégrale :

$$\int_b^c \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = \frac{\pi^4}{15}$$

8. Déduire de l'expression obtenue de l'énergie interne : (1) la chaleur spécifique à volume constant, $C_V(\Omega, \mathrm{T})$, (2) l'entropie, $S(\Omega, \mathrm{T})$, (3) l'énergie libre d'Helmholtz, $F(\Omega, \mathrm{T})$, et (3) l'équation d'état. Relier l'énergie interne, U, au produit $\mathrm{P}\Omega$, et comparer cette relation avec celle relative à un gaz de bosons non relativistes.

9. On rappelle que la densité spectrale d'énergie libre volumique, u_ν, admet un maximum pour la fréquence :

$$\nu_m = 2{,}82 \times \frac{k_B T}{h}$$

Le spectre du rayonnement fossile est bien connu expérimentalement. Les mesures donne $\nu_m = 0{,}16 \times 10^{12}$ Hz. Déduire de l'expression précédente la température actuelle du rayonnement fossile. On donne : $h = 6{,}55 \times 10^{-34}$ $J.s$, $k_B = 1{,}38 \times 10^{-23}$ $J.K^{-1}$ ■