Indications 3 (Série n° 2, exercices : 8, 9, 10, 12)

Ex 8 (Série 2) : 1

1°) Par l'absurde, construire une suite strictement croissante d'idéaux principaux.

2°) a) facile (à le faire).

b) Voir le cours

c) A partir d'une décomposition en éléments irréductibles, et comme A factoriel alors x irréductible $\Rightarrow (x)$ idéal premier...

3°) a) $\Rightarrow$ b) cours.

b) $\Rightarrow$ c) Par l'absurde.

c) $\Rightarrow$ a) utiliser b) 2°).

Rachid CHIBLOUN - F.S Méknès

Ex 9 // (Série n° 2)

9

1°) Non car...

2°) $\boxed{\Rightarrow}$ Si $I = (a, b) = (d)$.

Montrer que $d = pgcd(a, b)$

$\boxed{\Leftarrow}$ Si $I = (a_1, \dots, a_n)$ un idéal de type fini de A. Montrer par récurrence sur n que I est principal.

3°) facile (à le faire).

Ex 10 // (Série n° 2)

1°) a) facile (à faire)

b) Il suffit de montrer que chaque élément a non nul et non inversible de A, est produit d'élts irréductibles de A, $a \in A[X]$ et $A[X]$ factoriel donc ...

3

2°) Voir le cours.

Ex12 // (Série)

1°) Montrer que $U(B) = U(A)$.

2°) Si $Q \in B$, $\exists n \in \mathbb{N}^*$ tel que $Q \in A_n$, montrer qu'un élément irréductible de A_n est irréductible dans B, puis montrer que le lemme de Gauss est vérifié dans B.

N.B. Pour maitriser ce module (Alg. 7), refaire toutes les preuves du cours avec des justifications à 100% (et non à 99%).