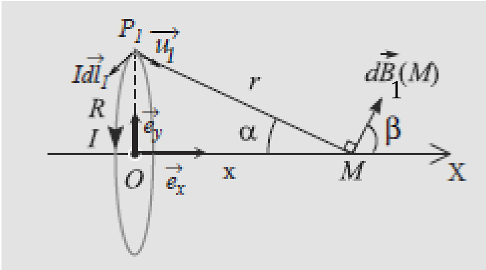
UNIVERSITE MOULAY ISMAIL
FACULTE DES SCIENCES ET TECHNIQUES
DEPARTEMENT DE PHYSIQUE ERRACHIDIA

Correction TD d'électricité
Série n°2

Exercice n°1

1.)



Pour tout point P de la spire la distance PM est identique.
On considère deux éléments de la spire $\overrightarrow{dl_1}$ et $\overrightarrow{dl_2}$ situés de façon symétrique par rapport à l'axe OX, alors les champs produits $\overrightarrow{dB_1}$ et $\overrightarrow{dB_2}$ seront symétriques par rapport à l'axe.

On a : $OM = x$, $P_1M = P_2M = r$

$\overrightarrow{dl_1} \;\; \rightarrow \overrightarrow{dB_1}(M) = \frac{\mu_0}{4\pi} I\overrightarrow{dl_1} \wedge \frac{\overrightarrow{P_1M}}{P_1M^3} = \frac{\mu_0}{4\pi} I\overrightarrow{dl_1} \wedge \frac{\overrightarrow{u_1}}{r^2}$

$\overrightarrow{dl_2}$ (Sym/O de $\overrightarrow{dl_1}$) $\rightarrow \overrightarrow{dB_2}(M) = \frac{\mu_0}{4\pi} I\overrightarrow{dl_2} \wedge \frac{\overrightarrow{P_2M}}{P_2M^3} = \frac{\mu_0}{4\pi} I\overrightarrow{dl_2} \wedge \frac{\overrightarrow{u_2}}{r^2}$

La projection sur ox et oy :

$$\overrightarrow{dB_1}(M) = \overrightarrow{dB_{1x}} + \overrightarrow{dB_{1y}}$$
$$\overrightarrow{dB_2}(M) = \overrightarrow{dB_{2x}} + \overrightarrow{dB_{2y}}$$

De plus $\|\overrightarrow{dl_1}\| = \|\overrightarrow{dl_2}\| \Rightarrow dB_{1x} = dB_{2x}$ et $dB_{1y} = dB_{2y}$
D'où

$$\overrightarrow{dB}\;(M) = \overrightarrow{dB_1} + \overrightarrow{dB_2} = (\overrightarrow{dB_{1x}} + \overrightarrow{dB_{2x}}) + \cancelto{0}{(\overrightarrow{dB_{1y}} + \overrightarrow{dB_{2y}})} = 2\overrightarrow{dB_{1x}}$$

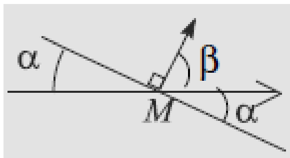
Le champ total $\overrightarrow{dB}\;(M)$est porté par l'axe ox, don il reste à calculer son module B(M)

$$B(M) = 2\int_{1/2 Spire} dB_{1x}(M) \;\; ou \; B(M) = \int_{Spire} dB_{1x}(M)$$

$$dB_{1x} = \overrightarrow{dB_1}\vec{e}_x = dB_1 cos\beta$$

Donc $dB_{1x} = dB_1 \sin\alpha = \frac{\mu_0}{4\pi} I dl_1 \frac{\sin\alpha}{r^2}$

$$\boxed{\sin\alpha = R/r = \frac{R}{\sqrt{R^2 + x^2}}}$$



$$\boxed{\begin{array}{c} \alpha + \beta + \frac{\pi}{2} = \pi \\ \alpha + \beta = \frac{\pi}{2} \end{array}}$$

$\Rightarrow B(M) = 2\frac{\mu_0}{4\pi} I \frac{\sin\alpha}{r^2}\int_0^{\pi R} dl_1$Ou encore $B(M) = \frac{\mu_0}{4\pi} I \frac{\sin\alpha}{r^2}\int_0^{2\pi R} dl_1$

$$\boldsymbol{B(M) = \frac{\mu_0}{2R} I \sin^3\alpha}$$

$$\boldsymbol{\vec{B}(M) = \frac{\mu_0}{2R} I \sin^3\alpha\, \vec{e}_x}$$

En fonction de I, R et α

Ou $\vec{\boldsymbol{B}}(\boldsymbol{M}) = \frac{\mu_0}{2} \boldsymbol{I} \frac{R^2}{(R^2+x^2)^{3/2}} \vec{e}_x$ En fonction de x

Pour N spires identiques $\vec{\boldsymbol{B}}(\boldsymbol{M}) = \frac{\mu_0}{2} \boldsymbol{I} \frac{NR^2}{(R^2+x^2)^{3/2}} \vec{e}_x$

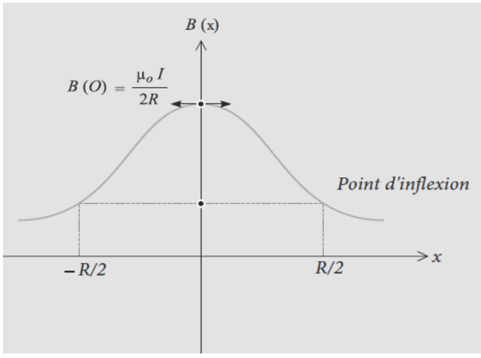
2.) le champ magnétostatique au centre de la spire *x=0*. Dans l'expression de $\vec{B}$ en fonction de *x*.

On trouve $\vec{\boldsymbol{B}}(\boldsymbol{O}) = \frac{\mu_0}{2R} \boldsymbol{I} \vec{e}_x$ Soit $\boldsymbol{B}(\boldsymbol{O}) = \frac{\mu_0}{2R} \boldsymbol{I}$

3.)

$$\boldsymbol{B}(\boldsymbol{O}) = \mathbf{4,18\ 10^{-5}}\ \boldsymbol{T}$$

4.) le graphe de *B=f(x)*



$$\boldsymbol{B}(\boldsymbol{x}) = \frac{\mu_0}{2R} \boldsymbol{I}(1 + \frac{x^2}{R^2})^{-3/2} = \boldsymbol{B}(\boldsymbol{O})(1 + \frac{x^2}{R^2})^{-3/2}$$

La $\frac{d^2B}{dx^2}$ s'annule pour $x = \pm R/2$ ce point est un point d'inflexion

$$\left(1 - 4\frac{x^2}{R^2}\right) = 0 \Rightarrow x^2 = \frac{R^2}{4} \Rightarrow x = \pm\frac{R}{2}$$

$$A(x) = (1 + \frac{x^2}{R^2})^{-3/2} = (1 + u^2)^{-3/2}\ avec\ u = \frac{x}{R}$$

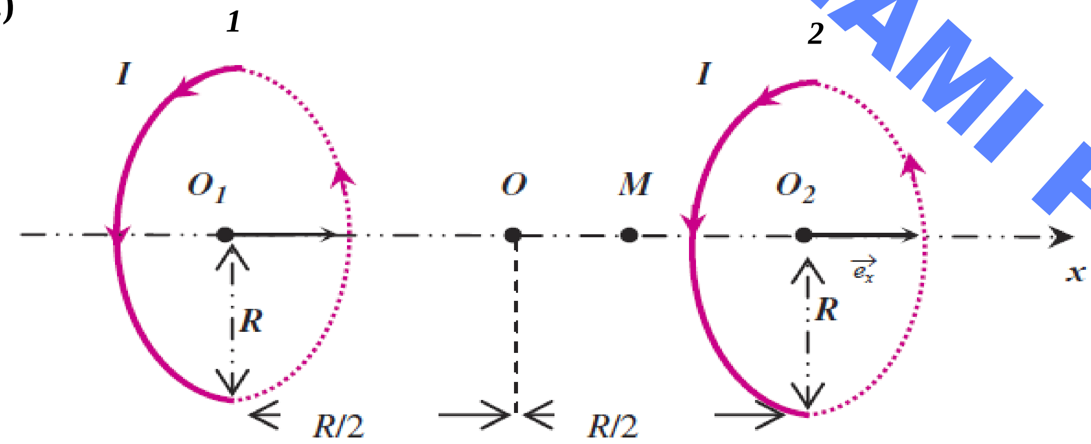
$$\frac{dA}{du} = -3u(1 + u^2)^{\frac{-5}{2}}$$

$$\frac{d^2A}{du^2} = -3u(1 + u^2)^{\frac{-7}{2}}(1 - 4u^2)$$

$$\frac{d^2A}{du^2} = 0 \Rightarrow u = \frac{1}{2}$$

Exercice n°2

1.)



Soit O le milieu de O_1O_2. On repère un point M de l'axe par $OM=x$.
On pose

$$O_1O_2=R,$$
$$O_1O= OO_2=R/2$$
$$O_1M= x_1=x+ R/2$$
$$O_2M= x_2= R/2-x$$

BENAMI FSTE

Le champ créé par chaque spire en M :

$$B_1(M) = B(x_1) = B(o)(1+\frac{x^2{}_1}{R^2})^{-3/2}$$
$$B_2(M) = B(x_2) = B(o)(1+\frac{x^2{}_2}{R^2})^{-3/2}$$

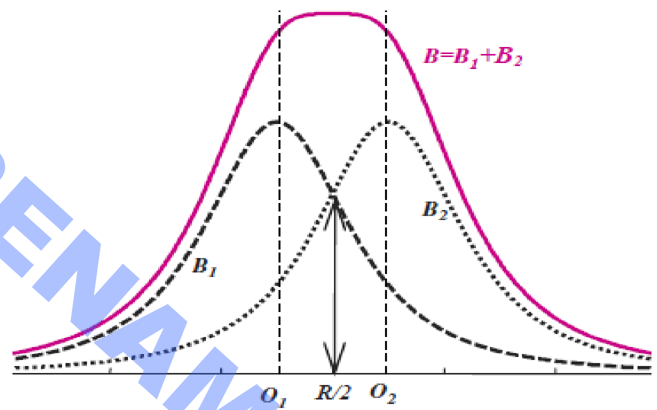
D'après l'Ex 1

Le champ créé par les deux bobines en M est obtenu par la superposition des deux champs de même direction et même sens :

$$B(M) = B_1(M) + B_2(M) = B(o)\left[(1+\frac{x^2{}_1}{R^2})^{-3/2} + (1+\frac{x^2{}_2}{R^2})^{-3/2}\right]$$

(Si $x=0$ au milieu des deux bobines, $O_1M= x_1= O_2M= x_2= R/2$, $B(M) = \frac{\mu_0}{R}I(\frac{5}{4})^{-3/2}$

2.)



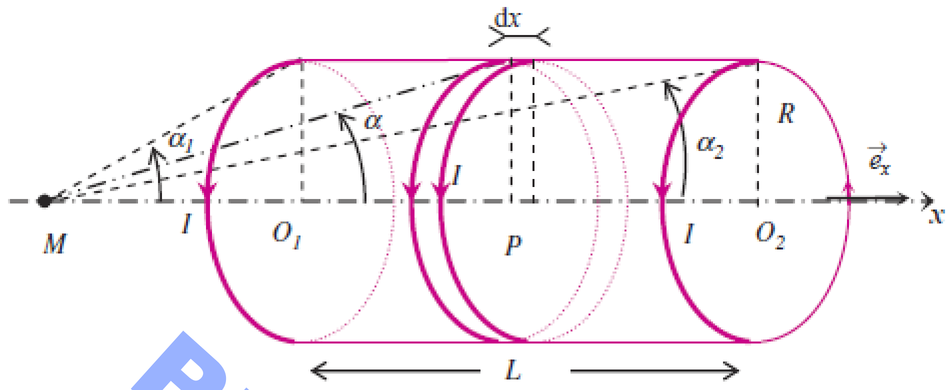
BENAMI FSTE

Exercice n°3

1.)

On appelle respectivement O_1 et O_2 les centres de la 1[er] et la dernière spire du solénoïde. De même α_1 et α_2 sont respectivement les angles sous lesquels du point M on voit un rayon de la 1[er] et la dernière spire.

Le point M est situé à gauche du solénoïde. On pose **OM=x, O_1M=x_1 et O_2M=x_2**



Une tranche de la bobine de longueur ***dx*** et de centre ***O*** contient ***ndx*** spire. Elle crée en ***M*** de l'axe ***OX*** un champ magnétique élémentaire :

$$d\vec{B}(M) = ndx\frac{\mu_0}{2R}I\sin^3\alpha\,\vec{e}_x$$

Les deux variables ***x*** et **α** sont liées par la relation : **tgα=R/x**

$$\Rightarrow x = R/tg\alpha \quad \Rightarrow dx = -\frac{R}{sin^2\alpha}d\alpha$$

L'intensité du champ magnétique élémentaire s'écrit :

$$dB(M) = \frac{\mu_0}{2R}In\left(-\frac{R}{sin^2x}\right)\sin^3\alpha\,d\alpha = -\frac{\mu_0 nI}{2}\sin\alpha\,d\alpha$$

α varie de α_1 à α_2
Et x de x_1 à x_2

$$B(M) = \int dB(M) = -\frac{\mu_0 nI}{2}\int_{\alpha_1}^{\alpha_2} d\alpha sin$$

$$= \frac{\mu_0 nI}{2}(cos\alpha_2 - cos\alpha_1)$$

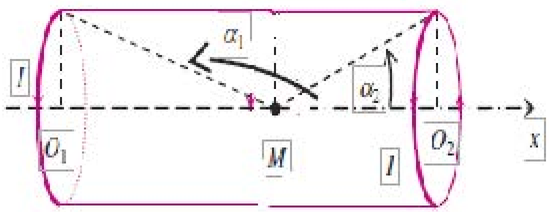
Donc $\vec{B}(M) = \frac{\mu_0 nI}{2}(cos\alpha_2 - cos\alpha_1)\vec{e}_x$

2-) cas du solénoïde infini

Si **L→∞,** le point ***M*** est forcément à l'intérieur.

Lorsque **L→∞** alors **α_2→0 et α_1→ π**

On obtient $\vec{\boldsymbol{B}}(\boldsymbol{M}) = \boldsymbol{\mu_0 nI\vec{e}_x}$



Rq champ est indépendant du rayon du solénoïde.