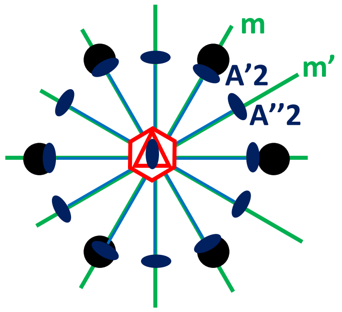
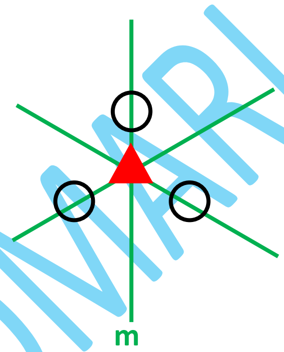
Solution de la série N°1

Exercice 1

1 -

- **Motif 1 :**



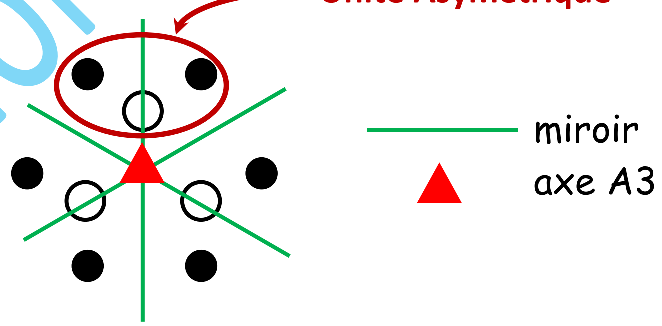


Recensement des éléments de symétrie

- 1A6, 1A3 et A2 confondus ⊥ au motif
- 3A'2 dans le plan ⊥ 3m
- 3A''2 dans le plan ⊥ 3m'
- (i) l'intersection de tous les éléments de symétrie

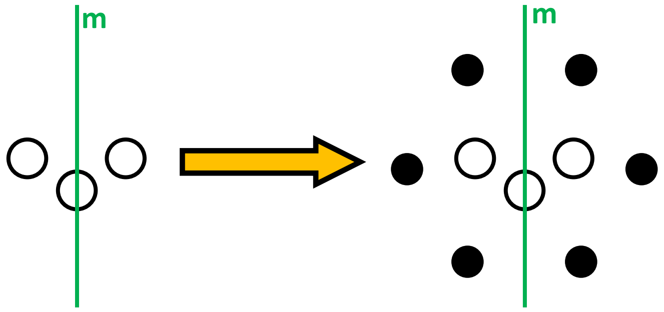
- 1A3 ⊥ au motif
- 3m ⊥ au motif

Les éléments de symétrie du motif sont les éléments communs et confondus des deux types d'atomes formant le motif.



- La formule chimique est A_3B_6
- Les éléments de symétrie sont : l'axe de rotation d'ordre 3 (A3) ⊥ au plan contenant le motif et trois miroirs m dont l'intersection est l'axe A3.
- L'unité asymétrique est AB_2. Chaque motif A_3B_6 est constitué de trois unités asymétries reliées par l'axe A3.

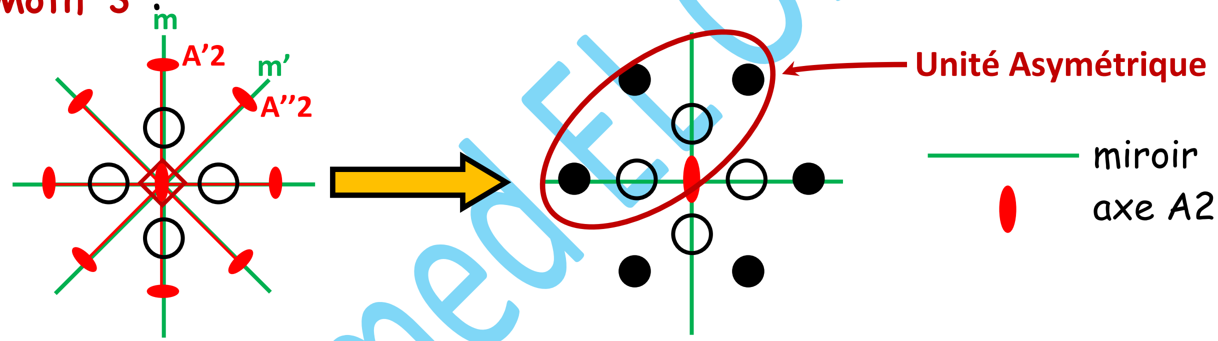
- **Motif 2 :**



- 1m ⊥ au motif

- La formule chimique est A_3B_6
- Un seul élément de symétrie le miroir m (par rapport au motif1 l'axe A3 et les deux autres miroirs sont disparus)
- L'unité asymétrique est égale au motif : A_3B_6.

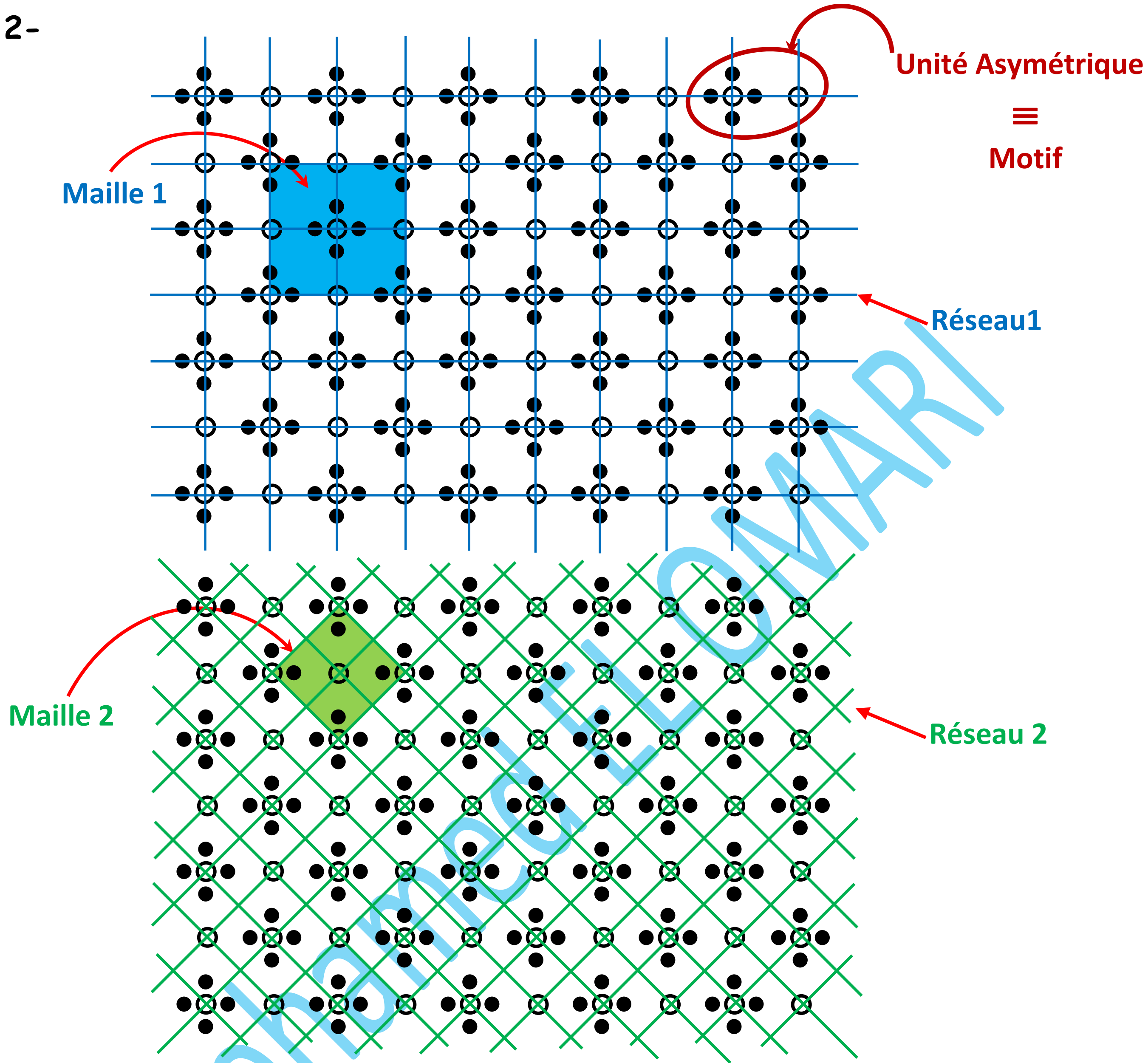
- **Motif 3 :**



- 1A4, et A2 confondus ⊥ au motif
- 2A'2 dans le plan ⊥ 2m
- 2A''2 dans le plan ⊥ 2m'
- (i) l'intersection de tous les éléments de symétrie

- La formule chimique est A_4B_6
- Les éléments de symétrie sont A2, 2 m et (i)
- L'unité asymétrique est A_2B_3. Deux unités asymétriques par motif reliées par l'axe de symétrie A2

2-



a- L'unité asymétrique est A_2B_4 (Voir figures)

b- Voir figures 1 et 2

c- <u>Les critères de choix d'un réseau cristallin</u>

1- La haute symétrie

2- La quantité de matière minimale par maille

- Les mailles 1 et 2 présentent les mêmes éléments de symétrie 1A4, 2m, 2m', 2A2, 2A'2 et un centre de symétrie (i).
- Z(maille 1) = 2 et Z(maille 1) = 1.

  C'est le réseau vert qui est valable pour une description cristallographique.

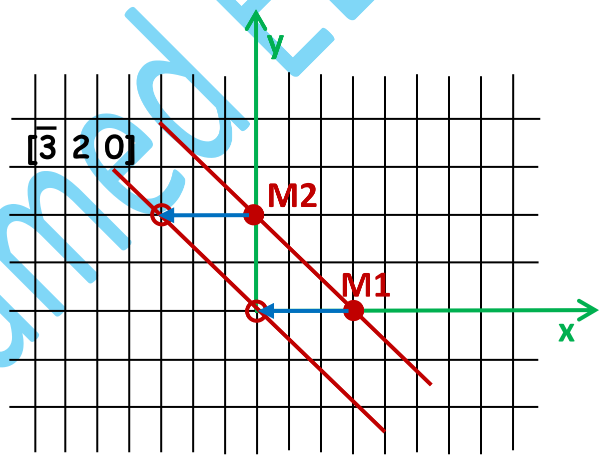
Pr Mohamed EL OMARI

Exercice 2

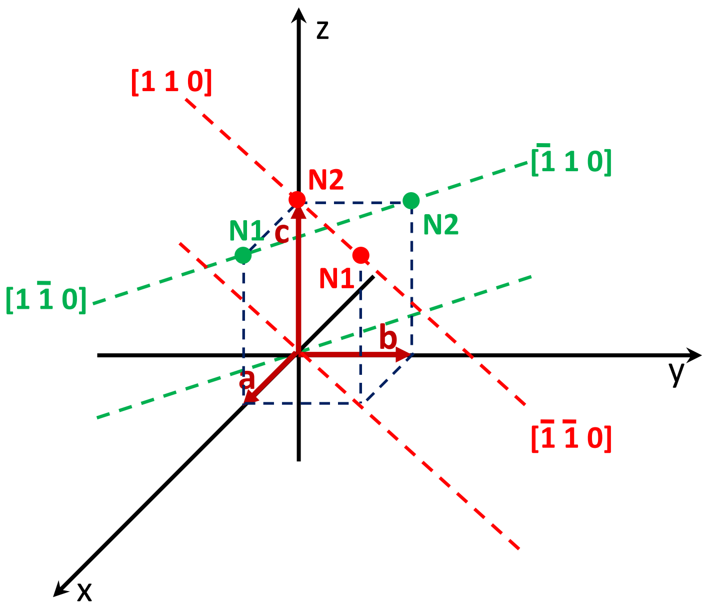
1- Le volume de maille est $V = a \times b \times c = a \times \frac{3}{2} a \times 2a = 3a^3$

2- La rangée qui passe par les nœuds $M_1(3,0,0)$ et $M_2(0,2,0)$ est une droite d'équation $y = \alpha . x + \beta$

- $M1 \Rightarrow 3.\alpha + \beta = 0$
- $M2 \Rightarrow \beta = 2$ on déduit $\alpha = -\frac{2}{3}$
- D'où l'équation de la droite $y = -\frac{2}{3}.x + 2$
- L'équation de la rangée est celle de la droite parallèle qui passe par l'origine. On amène M1 à l'origine (0 0 0) par la translation $\vec{T} = -3\vec{a}$. M2 devient (-3, 2, 0), l'équation devient $y = -\frac{2}{3}.x$ et la notation de la rangée s'écrit [$\bar{3}$ 2 0] ou [3 $\bar{2}$ 0] (les coordonnées réduites du premier nœud rencontré par la droite à partir de l'origine)



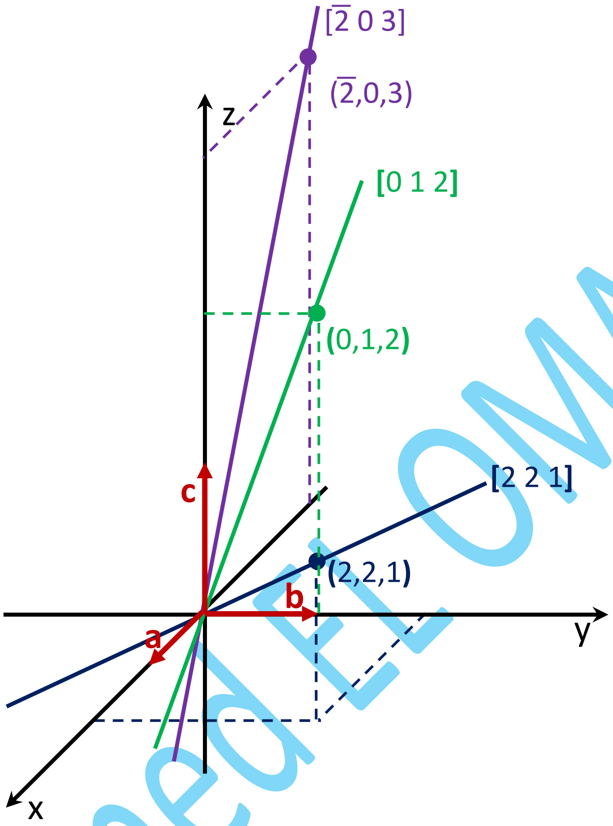
3-



$N_1(1,0,1)$ devient $(0,0,0)$ et $N_2(0,1,1)$ devient$(-1,1,0)$ $\Rightarrow$ la rangée est $[\bar{1}\ 1\ 0]$ ou $[1\ \bar{1}\ 0]$

$N_1(1,1,1)$ devient $(0,0,0)$ et $N_2(0,0,1)$ devient$(-1,-1,0)$ $\Rightarrow$ la rangée est $[1\ 1\ 0]$ ou $[\bar{1}\ \bar{1}\ 0]$.

4-



$N_1 = (\mathbf{2,2,1})$, $N_2 = (\mathbf{0,1,2})$ et $N_3 = (\bar{2}, \mathbf{0,3})$

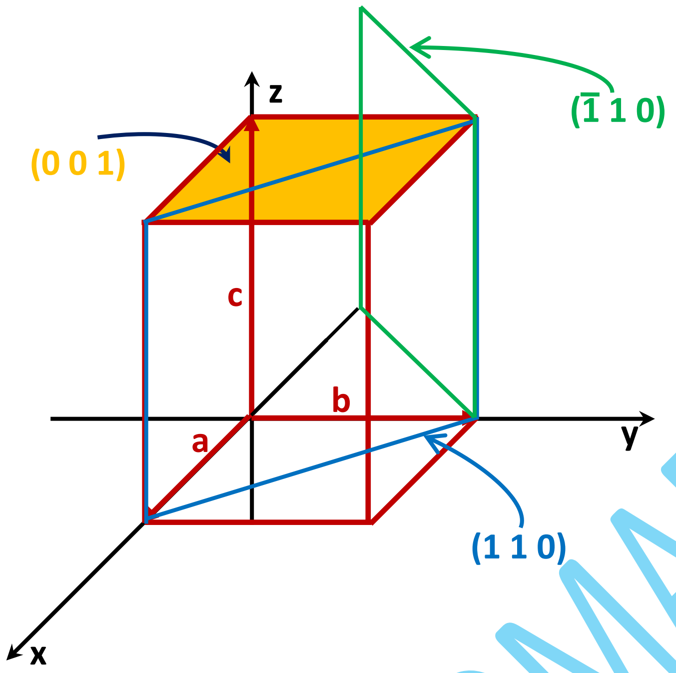
Calculons le volume V engendré par les trois vecteurs $\overrightarrow{ON_1}$, $\overrightarrow{ON_2}$ et $\overrightarrow{ON_3}$. Si ce volume est nul alors les trois vecteurs sont coplanaires.

Soint $\vec{i}, \vec{j}$ et $\vec{k}$ des vecteurs unitaires on aura $\vec{a} = a.\vec{i}$, $\vec{b} = b.\vec{j}$ et $\vec{c} = c.\vec{k}$

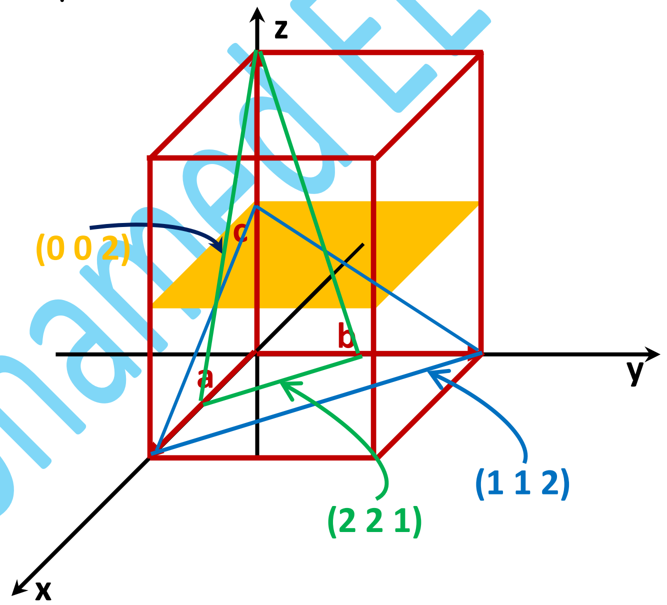
$$V = \overrightarrow{ON_1} \bullet (\overrightarrow{ON_2} \wedge \overrightarrow{ON_3})$$
$$= (2\vec{a} + 2\vec{b} + \vec{c}) \bullet [(\vec{b} + 2\vec{c}) \wedge (-2\vec{a} + 3\vec{c})]$$
$$= (2\vec{a} + 2\vec{b} + \vec{c}) \bullet [(2ab\vec{k} + 3bc\vec{i} - 4ac\vec{j})$$
$$= 6abc - 8abc + 2abc$$
$$= 0$$

Les ranges $[\mathbf{2\ 2\ 1}]$, $[\mathbf{0\ 1\ 2}]$ et $[\bar{2}\ \mathbf{0\ 3}]$ sont coplanaires.

5-

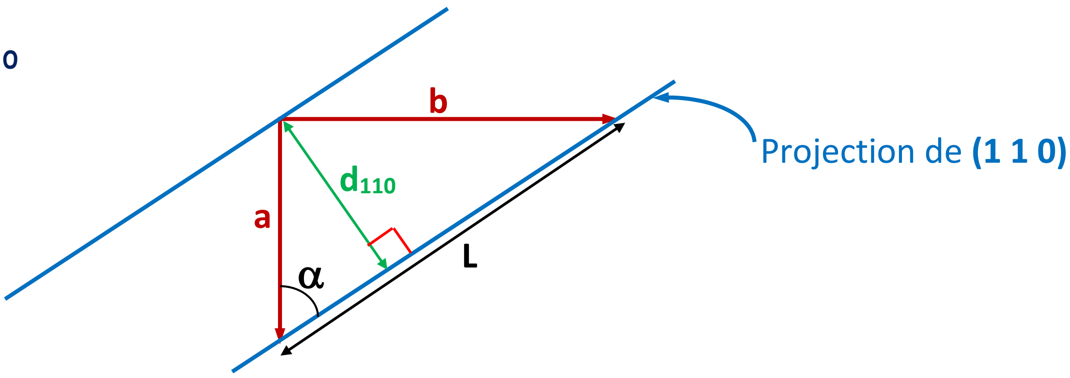


- Le plan (**110**) coupe les axes Ox en a, Oy en b et // à Oz
- Le plan ($\bar{1}$**10**) coupe les axes Ox en -a, Oy en b et // à Oz
- Le plan (**001**) coupe les axes Oz en c, // à Ox et // à Oy



- Le plan (**002**) coupe les axes Oz en c/2, // à Ox et // à Oy
- Le plan (**112**) coupe les axes Ox en a, Oy en b et Oz en c/2
- Le plan (**221**) coupe les axes Ox en a/2, Oy en b/2 et Oz en c

Calculons $\mathbf{d_{110}}$



- $\sin(\alpha) = \frac{d_{110}}{a} = \frac{b}{L}$ on déduit $d_{110} = \frac{a.b}{L} = \frac{3.a^2}{2.L}$
- $L^2 = a^2 + b^2 = a^2 + \left(\frac{3}{2}a\right)^2 = \frac{13.a^2}{4} \Rightarrow L = \frac{\sqrt{13}}{2}a$
- $d_{110} = \frac{3\sqrt{13}}{13}a$

De la figure tridimensionnelle on déduit que :

- $d_{001} = c = 2a$ et $d_{002} = \frac{c}{2} = a$

Exercice 3

1-

a- $(1,1,1) \equiv (0,0,0) \Rightarrow$ représentent les sommets de la maille

$$\left.\begin{array}{ll} (\frac{1}{2},\frac{3}{2},0) \equiv (\frac{1}{2},\frac{1}{2},0) & \Rightarrow \text{faces C centrées} \\ (0,\frac{1}{2},\frac{1}{2}) & \Rightarrow \text{faces A centrées} \end{array}\right\} \Rightarrow \text{faces B centrées}$$

Il s'agit d'un réseau de Bravais F, donc le système cristallin est cubique ou orthorhombique.

b-

L'équation d'un plan réticulaire s'écrit $h.u + k.v + l.w = m$

- (u,v,w) : les coordonnées réduites du nœud
- (h k l) : les indices de Miller du plan réticulaire
- m : l'ordre ou le rang du plan réticulaire.

On aura :

$$\left.\begin{array}{l} \frac{h}{2} + \frac{3.k}{2} = m \\ h + k + l = m \\ \frac{k}{2} + \frac{l}{2} = m \end{array}\right\} \Rightarrow h = -k = -l$$

h, k et l sont des entiers premiers entre eux d'où le plan réticulaire $(\bar{1}\ 1\ 1)$.

On déduit m = 1 ; le rang du plan qui passe par les trois nœuds $(\frac{1}{2},\frac{3}{2},0)$, $(1,1,1)$ et $(0,\frac{1}{2},\frac{1}{2})$.

2-

a- $(1,2,0) \equiv (1,1,2) \equiv (0,0,0) \Rightarrow$ représentent les sommets de la maille

$(\frac{3}{2},\frac{1}{2},\frac{1}{2}) \equiv (\frac{1}{2},\frac{1}{2},\frac{1}{2}) \Rightarrow$ représente le centre de la maille

Il s'agit d'un réseau de Bravais I, donc le système cristallin est cubique ou quadratique ou orthorhombique.

b- On aura :

$$\left.\begin{array}{l} h + 2.k = m \\ h + k + 2.l = m \\ \dfrac{3h}{2} + \dfrac{k}{2} + \dfrac{l}{2} = m \end{array}\right\} \Rightarrow h = 5.l \text{ et } k = 2.l$$

h, k et l sont des entiers premiers eux d'où le plan réticulaire (5 2 1).
On déduit m = 9 ; le rang du plan qui passe par les trois nœuds (1,2,0), (1,1,2) et $(\frac{3}{2},\frac{1}{2},\frac{1}{2})$.

Exercice 4

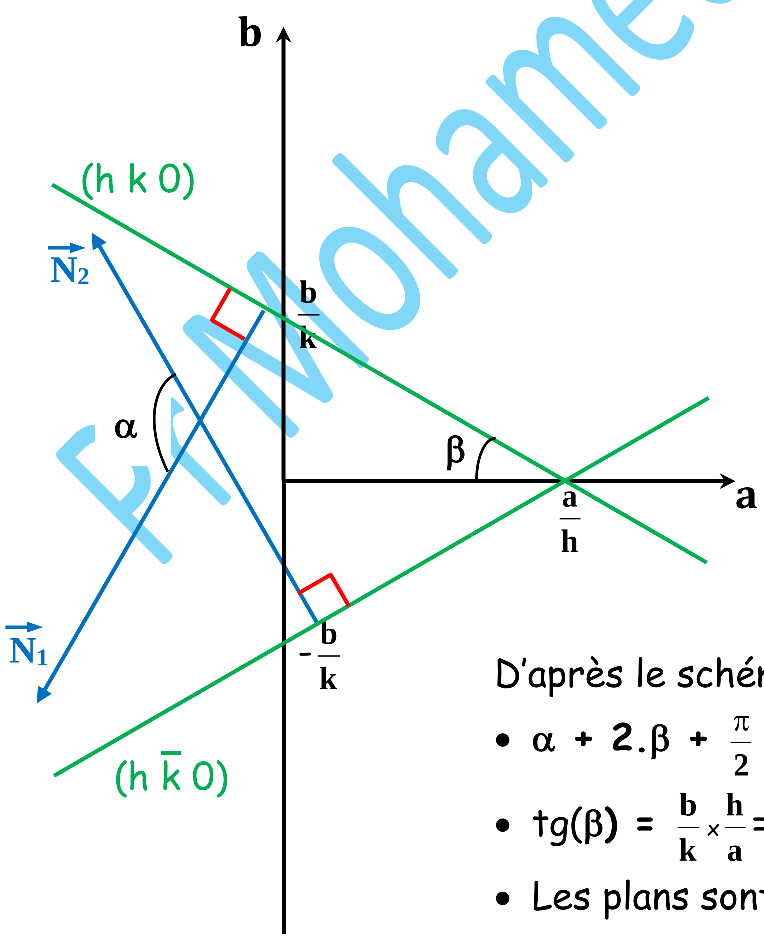
Un système quadratique signifie :

$$a = b \neq c$$
$$\alpha = \beta = \gamma = \frac{\pi}{2}$$

- Le plan (h k 0) coupe l'axe Ox en $\frac{a}{h}$, Oy en $\frac{b}{k}$ et // à Oz.
- Le plan (h $\bar{k}$ 0) coupe l'axe Ox en $\frac{a}{h}$, Oy en $-\frac{b}{k}$ et // à Oz.

  Donc les deux plans sont $\perp$ au plan (xOy).

- $\vec{N_1}$ est la normale du plan (h k 0) et $\vec{N_2}$ celle du plan (h $\bar{k}$ 0)



D'après le schéma on :

- $\alpha + 2.\beta + \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} = 2.\pi$ on déduit β = **63°25'**
- $tg(\beta) = \frac{b}{k} \times \frac{h}{a} = \frac{h}{k} = 2$ on déduit h = 2k
- Les plans sont (2k k 0) et (2k $\bar{k}$ 0)