Université Moulay Ismail
Faculté des sciences de Meknès
Département de PHYSIQUE
Pr. Abdelhai RAHMANI Année universitaire 2019/2020

Travaux Dirigés d'Optique Géométrique
Filière SMPC – Semestre 2
Série n° 1

Exercice 1 : Aspect ondulatoire de la lumière

Une radiation émise par une lampe à vapeur de chlorure de sodium a une période temporelle T de 1.8 10^{-15}s. On donne c=3 10^{8} ms^{-1}. On rappelle que $\lambda_{Violet} = 400\ nm$ et $\lambda_{Rouge} = 800\ nm$

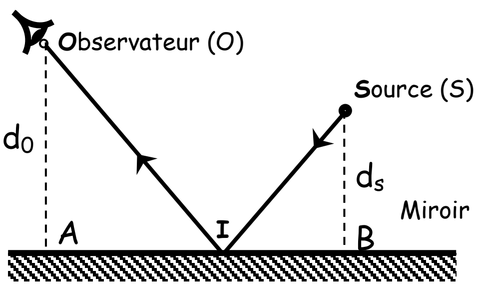
1) Quelle est la fréquence ν d'une telle radiation ? Exprimer le résultat sous forme d'écriture scientifique..
2) Quelle est sa longueur d'onde λ_0 dans le vide, exprimée en micromètre, en nanomètre puis en Angstrom ?
3) Cette radiation est-elle visible à l'œil nu ? si oui indiquer sa couleur.
4) Cette radiation se propage dans une substance d'indice de réfraction n=1.80.
   a. Déterminer la longueur d'onde λ de cette radiation relative à cette substance. Comparer λ et λ_0, ainsi que les vitesses dans le vide et dans la substance d'indice n.
   b. Sa couleur change-t-elle ? Expliquer.

Exercice 2 : Aspect corpusculaire de la lumière

Calculer la longueur d'onde de De Broglie et commenter dans chaque cas le résultat obtenu. :
1) Une balle de fusil de masse 1 g et de vitesse 500 m/s
2) Un grain de poussière de masse 10-15 kg et de vitesse 1 mm/s
3) Un électron accéléré sous une différence de potentiel U = 100 V
4) Un électron dans l'atome d'hélium ayant une énergie cinétique de 24,6 eV correspondant à l'énergie d'ionisation de l'hélium
5) Une particule α (noyau d'hélium) ayant une énergie cinétique de 7,7 MeV.

Exercice 3 : Première loi de Snell-Descartes

L'œil d'un observateur, en O, regarde une source fixe ponctuelle S, à travers un miroir plan.
1) A l'aide de la notion de trajet minimal de la lumière, déterminer le point I où le rayon lumineux issu de S atteint le miroir (et se réfléchit suivant IO).
2) En déduire la relation entre les angles d'incidence et de réflexion.



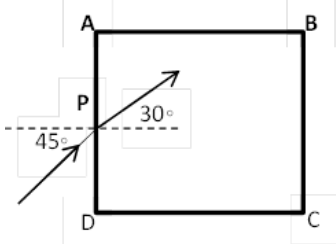
Exercice 4 : Principe de Fermat

Un vacancier veut aller d'un point **A** sur la plage à une bouée **B** en mer. Sa vitesse de marche sur le sable est $\mathbf{v_1}$ tandis que sa vitesse de nage est $\mathbf{v_2}$ ($\mathbf{v_2} < \mathbf{v_1}$).
1) Quel parcours doit-il choisir pour effectuer ce trajet en un minimum de temps ?
2) Monter que les lois de Snell-Descartes rendent compte de ce résultat.

Exercice 5 : Réfraction et Réflexion

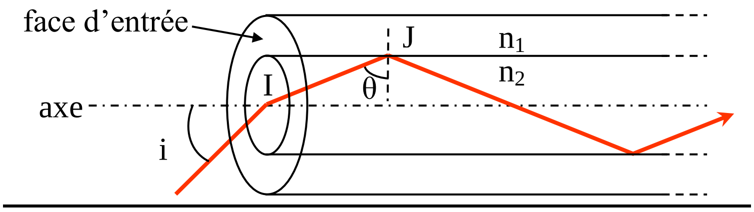
Un rayon lumineux pénètre en P dans un bloc en plastique transparent d'indice n et de forme cubique. La figure ci-après schématise une coupe du cube par le plan d'incidence et indique les orientations des rayons incident et réfracté par rapport à la face d'entrée. P se situe sur le centre de la face AD du cube.

1) Déterminer l'indice n du plastique.
2) Construire la marche des rayons dans le cube. On étudiera le comportement du rayon lumineux au niveau des faces AB et BC.
3) Déterminer l'angle de déviation (angle formé par les rayons incident et émergent du cube).



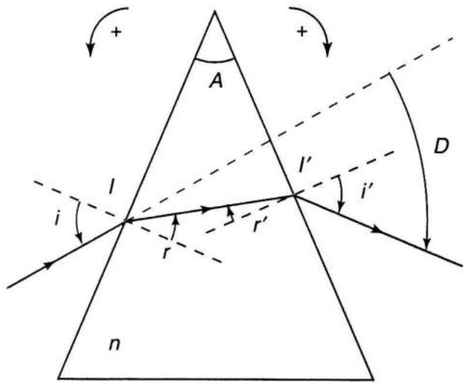
Exercice 6 : Fibre optique

Une fibre optique est formée de deux milieux transparents : le "coeur", cylindrique, d'indice n_1, entouré par la "gaine", d'indice plus grand n_2. L'ensemble est entouré d'une enveloppe protectrice opaque. Déterminer l'angle d'incidence maximal appelé acceptance qui permet le guidage de la lumière dans la fibre.



Exercice 7 : Prisme

1) Sur la figure ci-contre, les orientations des angles sont choisies pour que les valeurs des angles i, i′, r, r′ et D soient positives.
   c. Exprimer les lois de Snell-Descartes en fonction de i, i′, r, r′ et n, traduisant les réfractions à l'entrée I et à la sortie I′ du prisme, lors du passage d'un rayon lumineux monochromatique dans le plan de section principale.
   d. Déterminer les relations géométriques liant les angles A, r et r′ d'une part et l'angle de déviation D aux angles A, i et i′ d'autre part.

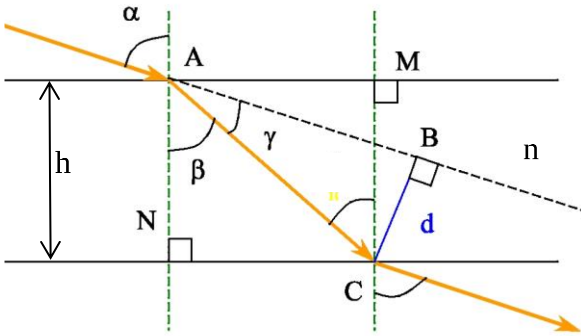


2) Expérimentalement, en lumière monochromatique, on met en évidence l'existence d'un minimum de déviation, noté D_m quand l'angle d'incidence i varie. Le tracé du rayon lumineux est alors symétrique par rapport au plan bissecteur de l'angle A du prisme. Préciser dans le cas de cette déviation minimale :
   a. les relations entre les angles i et i′ d'une part, puis r et r′ d'autre part ;
   b. expliciter la relation donnant l'indice n en fonction de l'angle A du prisme et de la déviation minimale D_m.

Exercice 8 : Lame à face paralléle

Le rayon d'un faisceau de lumière monochromatique issu d'un laser est dirigé sur une lame de verre à faces parallèles d'épaisseur h=$\sqrt{3}cm$. Pour cette lumière, l'indice du verre est n=$\sqrt{3}$.

1) Calculer l'angle de réfraction β lorsque la lumière pénètre dans le verre avec un angle d'incidence α=60°.
2) Avec quel angle d'incidence i la lumière atteint elle la surface de sortie séparant le verre et l'air ?
3) Calculer l'angle de réfraction r lorsque la lumière sort du verre.
4) Comparer les directions des rayons incident et émergent.



5) Le rayon incident subit un déplacement latéral d lors de son passage à travers la lame, donner d en fonction de l'épaisseur h de la lame. de l'angle d'incidence α et de l'angle de réfraction β, et des indices de réfraction.

Travaux Dirigés d'Optique Géométrique
Filière SMPC – Semestre 2
Corrigé de la série n° 1

Exercice 1 : Aspect ondulatoire de la lumière

On a T=1.8 10^{-15}s. c=3 10^{8} ms^{-1}. $\lambda_{Violet} = 400\,nm$ et $\lambda_{Rouge} = 800\,nm$

1) La fréquence ν d'une radiation est donnée par : ν=1/T
   AN : ν=1/1.8 10^{-15}s ⇒ ν=5.55 10^{14} Hz
2) La longueur d'onde λ_0 dans le vide :
   On a $\lambda_0 = \frac{c}{\nu} = \frac{3.10^8}{5.55\,10^{14}} = 540.54\,10^{-9}m$
   $$\lambda_0 = 540.54\,10^{-9}x\,10^6\mu m = 540.54\,10^{-3}\mu m$$
   $$\lambda_0 = 540.54\,10^{-9}x\,10^{10}\text{Å} = 5405.4\,\text{Å}$$
3) on a $\lambda_0 = 540.54\,nm$
   $$Puisque\ \lambda_{Violet} = 400\,nm < \lambda_0 < \lambda_{Rouge} = 800\,nm$$
   Cette radiation est donc visible à l'œil nu et sa couleur est le vert
4) a) l'indice de réfraction de la substance traversée est n=1.80
   On a $n = \frac{\lambda_0}{\lambda} \leftrightarrow \lambda = \frac{\lambda_0}{n} = \frac{540.54}{1.80} \leftrightarrow \lambda = 300\,nm,$ donc $\lambda < \lambda_0$
   La vitesse de propagation de cette radiation dans le vide est c=3 10^{8} ms^{-1}
   Sa vitesse dans la substance d'indice n est $v = \frac{c}{n} = \frac{300\,000}{1.8} = 1.66\,10^6\,km/s$
   Donc c=300 000 km/s > v=166 000 km/s
   b) sa couleur ne change pas car sa fréquence est constant.

Exercice 2 : Aspect corpusculaire de la lumière

La longueur d'onde de De Broglie est définie par : **λ = h/p**
Avec p = mv quantité du mouvement et h est la constante de Planck (h= = 6,62.10^{-34} J.s)

1) Longueur d'onde associée à la balle de fusil :
On a : p = mv = 10^{-3} x 500 = 0,5 kg.m.s^{-1} donc **λ** =1,33.10^{-33} m
λ est trop petite pour être mise en évidence expérimentalement

2) Longueur d'onde associée à un grain de poussière de masse 10^{-15} kg et de vitesse 1 mm/s
On a : p = mv = 10^{-15} x 10^{-3} = 10^{-18} kg.m.s^{-1} donc **λ** = 6,64.10^{-16} m
λ est encore trop petite pour être mesurée

3) Longueur d'onde associée à un électron accéléré sous une différence de potentiel U = 100 V
Comme $E_C = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{p^2}{2m}$ on aura $p = \sqrt{2mE_c}$ et $\lambda = \frac{h}{\sqrt{2mE_c}} = \frac{h}{\sqrt{2meU}}$
AN : λ= 1,23 Å
Cette longueur d'onde se situe dans le domaine des rayons X

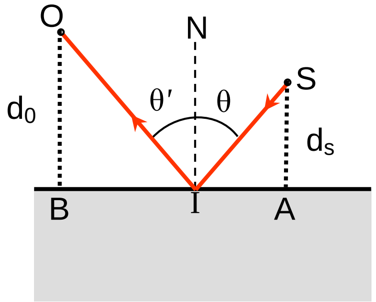
4) Longueur d'onde associée à un électron de l'atome d'hélium d'énergie cinétique 24,6 eV
$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2mE_c}} = 2{,}5\,\text{Å}$$
Cette longueur d'onde se situe également dans le domaine des rayons X

5) Longueur d'onde associée à une particule α ayant une énergie cinétique de 7,7 MeV (1 MeV = 1.60.10^{-13}J)
On a : E_c = 7,7 MeV =12,32.10^{-13} J et m_α = 6,67.10^{-27} Kg
$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2mE_c}} = 5{,}16.10^{-15}\,m$$

Exercice 3 : Première loi de Snell-Descartes

L'œil d'un observateur, en O, regarde une source fixe ponctuelle S, à travers un miroir plan M.

Le temps mis par la lumière pour aller de S à O :



$$t = \frac{SI + IO}{v} = \frac{1}{v}\left(\frac{d_s}{\cos\theta} + \frac{d_O}{\cos\theta'}\right)$$

à un petit déplacement de I correspond des variations dθ et dθ' de θ et θ' respectivement.

$$dt = \frac{1}{v}\left(\frac{d_s \sin\theta}{\cos^2\theta} d\theta + \frac{d_O \sin\theta'}{\cos^2\theta'} d\theta'\right)$$

dθ et dθ' ne sont pas indépendants lorsque I varie :

$$IA\ +\ IB = d_s tg\theta + d_o tg\theta' = Cte$$

En différentiant : $\frac{d_s}{\cos^2\theta} d\theta + \frac{d_O}{\cos^2\theta'} d\theta' = 0$

En portant dans l'expression de dt :

$$dt = \frac{1}{v}\frac{d_s}{\cos^2\theta}(\sin\theta - \sin\theta')d\theta$$

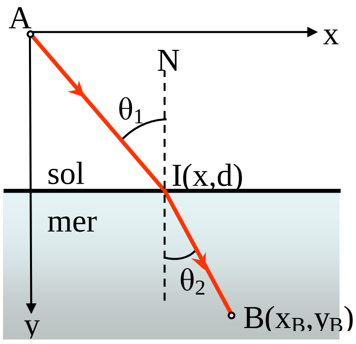
Le principe de Fermat stipule qu'au voisinage de la trajectoire réelle, dt = 0. Il s'ensuit donc que sinθ=sinθ' et donc : $\boxed{\theta = \theta'}$.

Exercice 4 : Principe de Fermat

1) A l'instant t=0, le vacancier est au point A sur la plage. Il se met à courir sur la plage avec la vitesse $\mathbf{v_1}$ et nager avec la vitesse $\mathbf{v_2}$ pour atteindre B.

Le problème est de savoir quel chemin doit-il suivre pour atteindre B dans le minimum de temps. Doit-il suivre la ligne AB, ou une ligne brisée AIB ?

La durée du trajet AIB s'exprime en fonction de l'abscisse x de I par :



$$\tau = t_1 + t_2 = \frac{AI}{v_1} + \frac{IB}{v_2} = \frac{\sqrt{d^2 + x^2}}{v_1} + \frac{\sqrt{(y_B - d)^2 + (x_B - x)^2}}{v_2}$$

La condition $\tau(x)$ minimale se traduit par : $\frac{d(t_1 + t_2)}{dt} = \frac{d\tau}{dx} = 0$

$$\Rightarrow \qquad \frac{1}{v_1}\frac{x}{\sqrt{d^2 + x^2}} - \frac{1}{v_2}\frac{x_B - x}{\sqrt{(y_B - d)^2 + (x_B - x)^2}} = 0$$

En introduisant les angles θ_1 et θ_2 définis sur la figure.

$$\sin\theta_1 = \frac{x}{\sqrt{d^2 + x^2}} \qquad \text{et} \qquad \sin\theta_2 \frac{x_B - x}{\sqrt{(y_B - d)^2 + (x_B - x)^2}}$$

On déduit que : $\frac{\sin\theta_1}{v_1} = \frac{\sin\theta_2}{v_2}$

2) Par analogie, la durée minimale du trajet optique AI IB effectivement suivi par la lumière correspond à : $n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2$ avec $n_1 = \dfrac{c}{v_1}$ et $n_2 = \dfrac{c}{v_2}$.

On retrouve ainsi la 3eme loi de **Descartes** relative à la réfraction à partir du principe de Fermat.

Exercice 5 : Réfraction et Réflexion

1) Indice n du plastique : les angles d'incidence et de réfraction en P seront notés respectivement i_1 et i_2. En P : i_1= 45° et i_2 = 30°

$$sini_1 = nsini_2$$

$$n = \frac{sin45°}{sin30°} = \frac{\sqrt{2}/2}{1/2} = \sqrt{2}$$

2) Marche d'un rayon lumineux dans le cube :

Sur la face AB, l'angle d'incidence i'_1=60°, or l'angle d'incidence limite λ qui correspond à une réflexion totale en I est tel que :

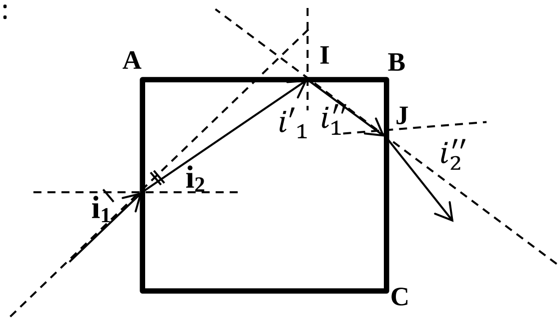
$$nsin\lambda=1 \text{ donc } \lambda=45°$$

$$i'_1 > \lambda$$

Le rayon lumineux subit une réflexion totale en I.

Sur la face BC, en J, l'angle d'incidence i''_1=30°< ⍰=45° donc le rayon subit une réfraction en J telle que : $n\sin i''_1 = \sin i''_2$=> i''_1 =45°

3) Angle de déviation D :



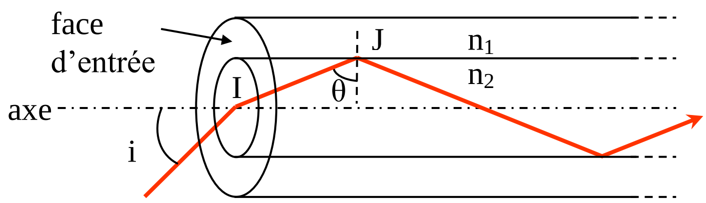
La déviation D du rayon sortant par rapport au rayon incident est :

$$D = (i_1 - i_2) + (\pi - 2i'_1) + (i''_2 - i''_1)$$

$$D = (45 - 30) + (180 - 120) + (45 - 30) = 90°$$

Exercice 6 : Fibre optique à saut d'indice

La transmission du rayon à l'intérieur de la fibre se fait par réflexion totale à l'interface cœur gaine. La gaine doit donc être moins réfringente que le cœur $n_1 < n_2$.



En J, la lumière doit subir une réflexion totale. La face d'entrée étant plane et perpendiculaire à l'axe de la fibre, il existe un angle d'incidence maximum (noté θ_o) au-dessus duquel la lumière n'est plus transmise (il y a réfraction en J).

Il y a réflexion totale en J si : $\sin\theta \geq \dfrac{n_1}{n_2}$.

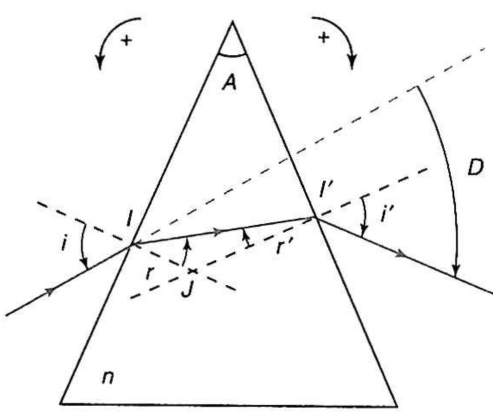
Appliquons la loi de la réfraction à la face d'entrée : $\sin i = n_2 \cos\theta = n_2\sqrt{1-\sin^2\theta} \leq \sqrt{n_2^2 - n_1^2}$

Ainsi la valeur maximum de l'angle i (angle d'acceptance) est : $i_o = \arcsin\sqrt{n_2^2 - n_1^2}$

On appelle ouverture numérique (ON) de la fibre la quantité : $ON = \sqrt{n_2^2 - n_1^2}$

Exercice 7 : Prisme

Marche d'un rayon à travers le prisme



1) a. Les lois de Snell-Descartes en I et I′ donnent :

sin i = n sin r et n sin r′ = sin i′

b. Les droites (IJ) et (JI′) étant orthogonales respectivement à la face d'entrée et à la face de sortie du prisme, on a :

Dans le triangle II′J, la somme des angles de ce triangle est : $r + \pi - A + r' = \pi$. On en déduit :

A = r + r′

En I, le rayon subit une déviation de $i - r$, et en I′, il subit une nouvelle déviation de $i' - r'$. La déviation totale du rayon à travers le prisme est donc : $D = i - r + i' - r'$, $D = i + i' - (r + r')$

D = i + i′ − A

2) a. Les rayons incidents et émergents étant symétriques par rapport au plan bissecteur de A, on a donc $i = i'$ et par application des lois de Snell-Descartes en I et I′, on obtient que $r = r'$.

b. On a alors $A = 2r$, soit $r = \frac{A}{2}$, et $D_m = 2i - A$.

De cette dernière expression, il vient : $i = \frac{A+D_m}{2}$,

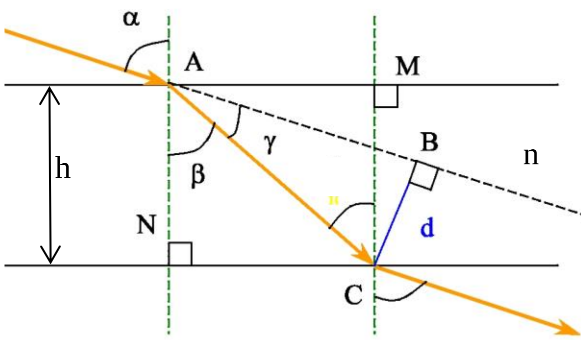
Lorsqu'on remplace i et r par leurs expressions en fonction de A et D_m dans la loi de la réfraction en I, il vient :

$$\sin\left(\frac{A+D_m}{2}\right) = n\sin\left(\frac{A}{2}\right)$$

D'où

$$n = \frac{\sin\left(\frac{A+D_m}{2}\right)}{\sin\left(\frac{A}{2}\right)}$$

Exercice 8 : Lame à face paralléle



1) Loi de réfraction en A, donne : $\sin\alpha = n\sin\beta$

$$\sin\beta = \frac{1}{n}\sin\alpha$$

Avec $\sin 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}$ et $n = \sqrt{3}$, nous aurons :

$$\beta = \sin^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) \rightarrow \beta = 30°$$

2) Du fait de la symétrie du problème, on a en C les mêmes angles qu'en A. On obtient donc :

$$i = \beta = 30°$$

3) D'après la loi de la réfraction en C : $n \cdot \sin i = \sin r$

Puisque $i = \beta$ donc $r = \alpha = 60°$

4) Le rayon lumineux qui sort de la plaque est donc parallèle au rayon lumineux incident

5) Sur le schéma, on peut reconnaître une relation entre α, β et γ :

$\gamma + \beta = \alpha \Rightarrow \gamma = \alpha - \beta$

Dans le triangle ABC, on a le déplacement latéral:

$d = BC = AC\sin\gamma \Rightarrow d = AC\sin(\alpha - \beta)$ (1)

Nous pouvons introduire l'épaisseur h de la plaque.

Dans le triangle ACN: h = AN = AC cos β ⇒ $AC = \frac{h}{\cos\beta}$ (2)

(2) dans (1) donne: $d = h\frac{\sin(\alpha - \beta)}{\cos\beta}$

Le déplacement latéral augmente proportionnellement avec l'épaisseur h de la lame. Il dépend également de l'angle d'incidence α et de l'angle de réfraction β, donc, via la loi de réfraction, des indices de réfraction.

A l'aide de la formule trigonométrique sin(x − y) = sin(x) · cos(y) − cos(x) · sin(y)

On peut exprimer la formule du déplacement latéral par :

$$d = h\frac{\sin(\alpha - \beta)}{\cos\beta} = h\frac{\sin\alpha\ \cos\ \beta - \cos\ \alpha\ \sin\beta}{\cos\beta}$$

$$d = h\left(\sin\alpha - \frac{\cos\ \alpha\ \sin\beta}{\cos\beta}\right) = h\sin\beta\left(\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} - \frac{\cos\ \alpha}{\cos\beta}\right)$$

$$d = h\sin\beta\left(n - \frac{\cos\ \alpha}{\cos\beta}\right)$$

$$d = \sqrt{3}\sin 30\left(\sqrt{3} - \frac{\cos\ 60}{\cos 30}\right) = 1cm$$