جامعة مولاي إسماعيل
UNIVERSITÉ MOULAY ISMAÏL
ومالتقنيات
FACULTÉ DES SCIENCES
Département de mathématiques

Année Universitaire: 2020/2021
MIP S1, Module: M 111
Responsable: A. HAFIDI
Errachidia

Série 2

Exercice 1

Etudier la convergence des suites suivantes, données par leurs termes généraux:

$$a_n = \frac{(-3)^n}{n},\ b_n = \frac{n-(-1)^n}{n+(-1)^n}, c_n = \frac{3^n - 2^n}{3^n + 2^n},\ d_n = \frac{\sin n + \cos n}{n}$$

$$x_n = (\sin \frac{1}{n})^{\frac{1}{n}},\ y_n = \sqrt{n^2+n+1} - \sqrt{n^2-n+1},\ z_n = \frac{2^n+3^n}{a^n}\ w_n = \frac{n!}{n^n}$$

Exercice 2

Soit (u_n) une suite réelle. Montrer que si cette suite converge vers $l \in \mathbb{R}$, alors la suite $|(u_n)|$ converge vers $|l|$.

Que peut-on dire de la réciproque?

Exercice 3

Soit (u_n) la suite réelle définie par

$$u_n = \frac{1}{(n^3+1)^{\frac{1}{3}}} + \frac{1}{(n^3+2)^{\frac{1}{3}}} + \dots \frac{1}{(n^3+n)^{\frac{1}{3}}}$$

Montrer que cette suite est convergente et calculer sa limite.

Exercice 4

On considère la suite de terme général $u_n = 1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \ldots + + \frac{1}{n!}$ pour tout $n \geq 1$

(1) Montrer que $\frac{1}{n!} \leq \frac{1}{2^{n-1}}$, $\forall n \geq 1$.

(2) En déduire que (u_n) est majorée. Conclure.

Exercice 5

(1) Soit (u_n) la suite réelle définie par

$$u_n = \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \ldots + \frac{1}{n}.$$

Montrer que cette suite est divergente.

Exercice 6

Pour $n \geq 2$, on pose

$$w_n = \ln(1 - \frac{1}{2^2}) + \ln(1 - \frac{1}{3^2}) + \ldots + \ln(1 - \frac{1}{n^2}) = \sum_{k=2}^{n} \ln(1 - \frac{1}{k^2})$$

Etudier la convergence de la suite(w_n), puis calculer sa limite?

Exercice 7

Pour $n \geq 1$, on définit u_n comme la somme de n termes par la formule

$$u_n = \frac{1}{n + \ln 1} + \frac{1}{n + \ln 2} + \frac{1}{n + \ln 3} + \ldots + \frac{1}{n + \ln n}$$

Etudier la convergence de la suite (u_n).

Exercice 8

Soit (u_n) la suite définie par $u_1 = 1$, $u_{n+1} = \sqrt{u_n^2 + \frac{1}{2^n}}$

1) Montrer que la suite (u_n) est croissante.
2) Montrer que pour tout $n \geq 1$ on a $u_{n+1} \leq u_n + \frac{1}{2^n}$. En déduire un majorant de u_n.
3) Montrer que la suite (u_n) converge. Trouver sa limite.