

Série 1

Exercice 1

- (1) Montrer que $1=0,99999\dots$
- (2) Trouver les entiers naturels a et b tels que $\frac{a}{b} = 5,17363636\dots36\dots$ à partir de la troisième décimale, le développement décimal est composé d'une suite infinie de nombres 36. On fera apparaître la somme des termes d'une suite géométrique.

Exercice 2

Résoudre dans \mathbb{R} les inégalités suivantes :

- (1) $|x + 3| < 0.5$.
- (2) $|x - 3| \geq 10$.
- (3) $|x| \geq |x + 5|$.

Exercice 3

Soient $A; B$ deux parties non vides et bornées de \mathbb{R} . On pose $A+B = \{a + b; a \in A, b \in B\}$.

1. Montrer que $A \cup B$ est bornée de \mathbb{R} .
 - (a) Montrer que $\sup(A \cup B) = \max(\sup A, \sup B)$.
 - (b) Montrer que $\inf(A \cup B) = \min(\inf A, \inf B)$.
2. Montrer que $A + B$ est bornée.
3. a) Montrer que $\sup(A + B) = \sup(A) + \sup(B)$.
b) Montrer que $\inf(A + B) = \inf(A) + \inf(B)$.

Exercice 4

Déterminer, lorsque elles existent les bornes inférieures supérieures, dans \mathbb{R} des ensembles suivants :

$$A = \left\{ \frac{2n-1}{2n+1}, n \in \mathbb{N} \right\}, B = \left\{ \frac{n^2-1}{n^2}, n \in \mathbb{N}^* \right\}, C = \left\{ \frac{1}{n} + (-1)^n, n \in \mathbb{N} \right\}, D = \{e^n, n \in \mathbb{N}\}.$$