Université Moulay Ismail **Module : ES-EC**

Faculté des sciences Meknès **Section : SMPC**

Département de Physique

Série N°2

Exercice 1

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$. Un point M de l'espace est repéré dans la base cylindrique $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{u}_z)$ par ses coordonnées(r, θ, z).

A/ On considère un cylindre creux (S) de rayon R, de longueur infinie, chargé en surface par une densité surfacique de charges uniforme $\sigma > 0$ (voir figure 6). Soit M un point quelconque de l'espace.

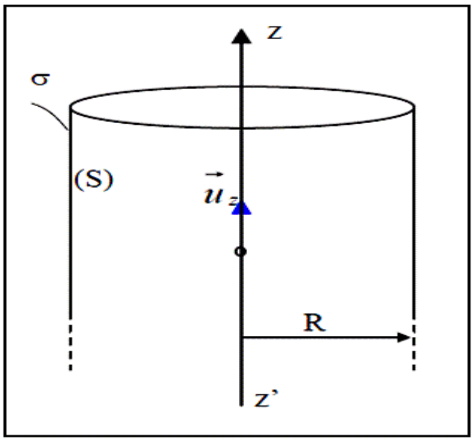


Figure 1

1) Indiquer les coordonnées dont dépend le champ électrostatique $\vec{E}(M)$ et déterminer sa direction.

2) a) Définir et justifier la surface de Gauss.

b) Déterminer le champ $\vec{E}(M)$ en tout point M de l'espace (r < R et r > R).

3) a) Tracez l'allure de E(r) en fonction de r (où E(r) est la norme du champ).

b) Le champ $\vec{E}(M)$ est-il continu à la traversée de la surface du cylindre.

4) En prenant comme référence du potentiel V_0 ($V_{r=0}$), calculez le potentiel V(r) en tout point M de l'espace.

5) a) Tracez l'allure de V(r) en fonction de r.

b) Vérifier que le potentiel V(r) est continu à la traversée du cylindre (à la surface).

B/ Une couronne cylindrique (C) d'axe $\overrightarrow{z'z}$ et de rayon intérieur R_1 et extérieur R de longueur infinie, porte une charge volumique répartie entre les surfaces des deux cylindres avec une densité constante $\rho > 0$ (figure 7).

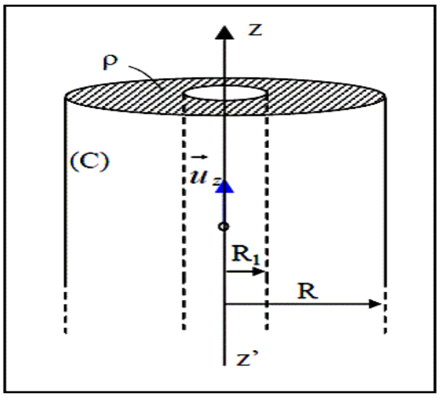


Figure 2

6) Précisez les invariances du champ électrostatique $\vec{E}(M)$ et déterminer sa direction.

7) a) En utilisant le théorème de Gauss, donner les expressions du champ électrostatique $\vec{E}(M)$ en tout point M de l'espace.

b) Le champ $\vec{E}(M)$ est-il continu à la traversée des deux surfaces de la couronne cylindrique (C) ?

8) On fait tendre $R_1 \to R$, la charge totale de la distribution volumique de la couronne cylindrique est alors répartie sur la surface d'un cylindre creux de longueur infinie et de rayon R. Soit σ la densité de charges du cylindre creux.

a) Exprimer σ en fonction de ρ, R_1 et R.

b) Retrouver les expressions de $\vec{E}(M)$ crée par un cylindre creux.

9) On se place maintenant dans le cas où $R_1 = 0$ et on suppose que le rayon R est négligeable devant la longueur du cylindre chargé. La charge totale de la distribution volumique peut être considérée répartie uniformément sur un fil infini. On désigne par λ la densité linéique du fil.

a) Exprimer λ en fonction de ρ et R.

b) En déduire l'expression du champ $\vec{E}(M)$ crée par le fil.

c) Retrouver $\vec{E}(M)$ crée par un fil de longueur infinie à partir du théorème de Gauss.

d) En déduire l'expression du potentiel V(M) crée par le fil infini à une constante additive près qu'on notera K.

<u>Exercice 2</u>

On considère un cylindre de rayon *R* et de longueur infinie, uniformément chargé en volume avec une densité volumique $r > 0$.

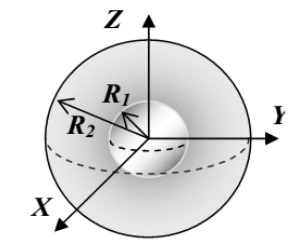
1. Quelle est la direction du champ électrostatique en tout point *M* de l'espace ?
2. Montrer que la valeur du champ électrostatique ne dépend que de la distance *r* entre *M* et l'axe du cylindre.
3. En utilisant le théorème de Gauss et en précisant la surface utilisée, calculer le champ dans les deux cas :
   $r > R$
   $r < R$
   On donnera *E* en fonction de *r*.
4. Calculer le potentiel électrique à l'intérieur et à l'extérieur du cylindre.
   On impose la condition $V = 0$ pour $r = 0$.
5. La densité volumique de charge ρ du cylindre n'est plus uniforme mais à symétrie cylindrique (ρ est une fonction de r).
   On donne $\rho = \rho o(r/R)$ pour $r < R$ et avec ρo une constante.
   Déterminer le champ électrostatique dans le cas où $r < R$.

<u>Exercice3</u>

1) Calculer le champ électrostatique crée, en tout point *M* de l'espace, par une distribution volumique de charges, de densité uniforme ρ, contenue entre deux sphères concentriques de rayon R_1 et R_2 ($R_1 < R_2$).

2) Tracer la courbe *E(r)* avec $r = OM$. *E* est-il une fonction continue ?

3) Retrouver la valeur de *E* si R_1 tend vers R_2. *E* reste-t-il une fonction continue ? Expliquer.



Exercice4

Considérons une charge ponctuelle positive q en O, et une charge volumique $\rho = \frac{-3q}{4\pi R^3}$, uniformément répartie dans une sphère de centre O (qui contient q) et de rayon R. On suppose le potentiel nul à l'infini.

a) Discuter les conséquences des symétries et invariances sur le champ électrique en tout point de l'espace.

b) Calculer le champ électrique E en tout point de l'espace. Tracer $\|E\|$ en fonction de r, avec r = OM.

c) Calculer le potentiel électrique V en tout point de l'espace. Tracer V en fonction de r.