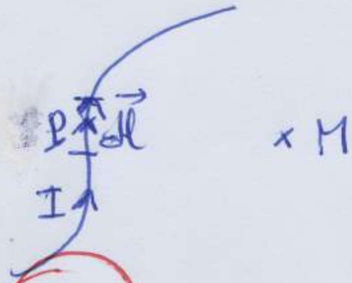
Corrigé Examen d'Electromagnétisme

Session ordinaire 2020/2021

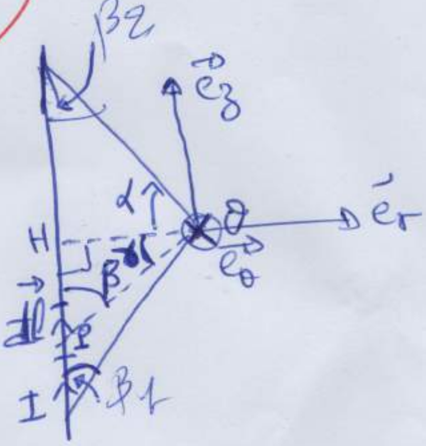
Filière SMI-S4

**Questions de cours :**

1 : $\vec{B} = \dfrac{\mu_0 I}{4\pi} \displaystyle\int \dfrac{\vec{dl} \wedge \vec{PM}}{\|\vec{PM}\|^3}$ 2




2 : $W = \dfrac{1}{2} L_1 I_1^2 + \dfrac{1}{2} L_2 I_2^2 + M I_1 I_2$ 2




**Exercice :**

1. $\vec{B} = \dfrac{\mu_0 I}{4\pi} \displaystyle\int \dfrac{\vec{dl} \wedge \vec{PO}}{\|\vec{PO}\|^3} = \dfrac{\mu_0 I}{4\pi} \displaystyle\int \dfrac{dz \, \|\vec{PO}\|}{\|\vec{PO}\|^3} \sin\beta$

$= \dfrac{\mu_0 I}{4\pi} \displaystyle\int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \dfrac{dz}{PO^2} \sin\beta$

on a $\beta = (\widehat{\vec{dl}, \vec{PO}})$ et $\gamma = (\widehat{\vec{OH}, \vec{OP}})$

et $\gamma + \beta + \dfrac{\pi}{2} = \pi \Rightarrow \beta = \dfrac{\pi}{2} - \gamma$ et $\sin\beta = \cos\gamma$

$\Rightarrow \vec{B} = \dfrac{\mu_0 I}{4\pi} \displaystyle\int \dfrac{dz \cos\gamma}{PO^2}$, on a $tg\,\gamma = \dfrac{PH}{HO} = \dfrac{z}{HO} \Rightarrow z = HO \cdot tg\,\gamma$

$(HO = b)$

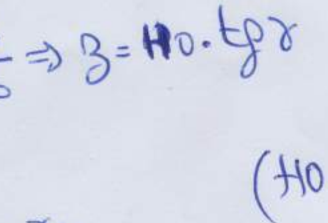
$\Rightarrow dz = \dfrac{HO}{\cos^2\gamma} d\gamma \Rightarrow \vec{B} = \dfrac{\mu_0 I}{4\pi} \displaystyle\int_{-\gamma_1}^{\gamma_2} \dfrac{b \cos\gamma}{\cos^2\gamma \, PO^2} d\gamma$

On a aussi $\cos\gamma = \dfrac{b}{PO} \Rightarrow PO = \dfrac{b}{\cos\gamma} \Rightarrow \vec{B} = \dfrac{\mu_0 I}{4\pi} \displaystyle\int_{-\gamma_1}^{\gamma_2} \dfrac{b \cos\gamma}{\cos^2\gamma \, b^2} \cos^2\gamma \, d\gamma$

$\Rightarrow \vec{B} = \dfrac{\mu_0 I}{4\pi} \displaystyle\int_{-\gamma_1}^{\gamma_2} \dfrac{\cos\gamma}{b} d\gamma = \dfrac{\mu_0 I}{4\pi b} \left[\sin\gamma\right]_{-\gamma_1}^{\gamma_2} = \dfrac{\mu_0 I}{4\pi b} (\sin\gamma_2 - \sin(-\gamma_1))$

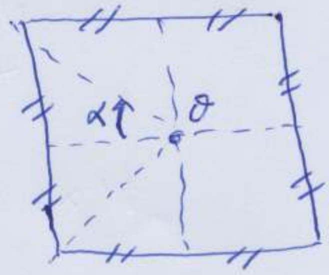
Dans notre cas $\gamma_2 = \gamma_1 = \alpha \Rightarrow B = \dfrac{\mu_0 I}{4\pi b} 2 \sin\alpha = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi b} \sin\alpha$ 3

2. a) On a le plan de la spire est un plan de la distribution de courant.




On a aussi, les plans qui passent par le centre de la spire et orthogonales au plan de la spire et coupent

la spire en deux parties égales sont des plans d'antisymétrie.
Alors $\vec{B}(M)$ est contenu dans le plan d'antisymétrie et perpendiculaire au plan de symétrie. 2




b) pour un carré avec o son centre, $\alpha = \frac{\pi}{4}$.
En appliquant le principe de superposition
$\vec{B}_{spire} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3 + B_4$ où $\vec{B}_1, \dots, \vec{B}_4$ sont les champs magnétiques de chaque côté du carré.

$$B_{spire} = 4 \cdot B_{fil} = 4 \frac{\mu_0 I}{2\pi b} \sin\frac{\pi}{4} \quad \text{avec } b = \frac{a}{2}$$

$$= 4 \frac{\mu_0 I}{2\pi \frac{a}{2}} \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{2\sqrt{2}\mu_0 I}{\pi a}$$ est le champ magnétique créé au centre du carré. 2

c) pour une bobine de N spires carrées $B = 2\sqrt{2}\frac{N_1 \mu_0 I}{\pi a}$ 1

3) a) $W = \iiint \frac{B_s^2}{2\mu_0} dV = \frac{B_s^2}{2\mu_0}\pi R^2 \ell = \frac{\mu_0^2 N_2^2 I_2^2}{2\mu_0 \ell^2}\pi R^2 \ell = \frac{1}{2}\frac{\mu_0 N_2^2 \pi R^2 I_2^2}{\ell}$ 2

b) $W = \frac{1}{2} L I_2^2 \Rightarrow L = \frac{\mu_0 N_2^2 \pi R^2}{\ell}$ 2

4) a) $\phi = N_1 \vec{B}_s \vec{S}_{bobine} = N_1 B_s S \quad \left(B_s = \frac{\mu_0 N_2}{\ell} I_2, \ S_{bobine} = a^2\right)$

$$\phi = N_1 \frac{\mu_0 N_2}{\ell} I_2 a^2 = \frac{\mu_0 N_1 N_2}{\ell} a^2 I_2$$ 2

b) $\phi = M I_2 \Rightarrow M = \frac{\mu_0 N_1 N_2}{\ell} a^2$.. 2

N.B : le plan de la bobine est perpendiculaire au champ créé par le solénoïde.