Université Moulay Ismaïl
Faculté des Sciences Juridiques
Economiques et Sociales – Meknès

Filière Sciences Economiques et Gestion
- Semestre S1-
Année Universitaire 2015 / 2016

TD N° 1 d'Analyse Mathématique
Fonctions numériques

Exercice 1. Après avoir déterminé les domaines de définition des fonctions suivantes, déterminer les limites ci-dessous; si elles existent;

$\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{x}$; $\lim_{x\to +\infty} \sqrt{\frac{x^3}{x-1}} - x$

$\lim_{x\to 0+} x^x$; $\lim_{x\to 0+} \frac{\ln(1+\sqrt{x})-\sqrt{x}}{x}$

$\lim_{x\to 2} \frac{x^2-4}{x^2-3x+2}$; $\lim_{x\to 0} \frac{x^2+2|x|}{x}$

Exercice 2. Soit $f : IR \to IR$ définie par $f(x) = \dfrac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$. Laquelle de ces affirmations est fausse ?

□ $D_f = IR$ □ f est impaire □ C_f admet une asymptote verticale

□ $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 1$ □ $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -1$

Exercice 3. Etudier les asymptotes des fonctions suivantes au voisinage de $+\infty$:

- $f(x) = -xe^{-x} + x + 2$
- $g(t) = \begin{cases} (x+2)e^{\frac{-2}{x}} & pour \quad x \neq 0 \\ 0 & pour \quad x = 0 \end{cases}$

Exercice 4. Etudier la continuité de la fonction ***s*** définie par les relations suivantes :

$$s(t) = \begin{cases} 0 & pour \quad t < 0 \\ t - 1 + e^{-t} & pour \quad 0 \leq t < 1 \\ t - 3 + e^{-t}(1+2e) & pour \quad 1 \leq t < 2 \\ e^{-t}(1 + 2e - e^2) & pour \quad 2 \geq t \end{cases}$$

Exercice 5. On considère la fonction $f(x) = \dfrac{1}{x} + 1 - \sqrt{x}$ définie sur $]0, +\infty[$.

1. Déterminer $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim_{x\to 0+} f(x)$
2. En déduire que l'équation $\dfrac{1}{x} + 1 = \sqrt{x}$ admet une solution unique α dans $]0, +\infty[$.
3. Calculer *f(2)* et *f(3)* et justifier que $2 < \alpha < 3$.

Exercice 6. Répondre par vrai ou faux à chaque item proposé.

Soit la fonction f définie par : $f(x) = \ln(x + \sqrt{1 - x^2})$

a) Le domaine de définition de *f* est D = [-1/2 ; 1].

b) On a : $f'(x) = \dfrac{\sqrt{1-x^2} - 2x}{1 - x^2 + x\sqrt{1-x^2}}$.

c) La dérivée de *f* s'annule pour $x = \dfrac{2}{\sqrt{2}}$.

d) La représentation graphique de *f* admet une tangente verticale d'équation *x* = 1.

Exercice 7.

Soit $f : IR \to IR$ définie par $f(x) = \begin{cases} (x+2)e^{-2/x} & si\ x \neq 0 \\ 0 & si\ x = 0 \end{cases}$

□ f est dérivable en 0

□ f est dérivable en 0 à droite mais pas à gauche

□ f est dérivable en 0 à gauche mais pas à droite

□ f est non dérivable en 0 à droite et à gauche

Questions de cours

Q1. Trouver la bonne réponse

□Toute fonction périodique monotone est constante.

□ Toute fonction périodique monotone est croissante.

□ Toute fonction périodique monotone est décroissante.

□ Toute fonction périodique monotone est bornée.

Q2. Trouver la bonne réponse

□Toute fonction admettant en un point une limite finie à gauche et une limite finie à droite égales est continue en ce point.

□ Toute fonction admettant en un point une limite finie à gauche et une limite finie à droite égales admet une limite en ce point.

□ Toute fonction admettant en un point une limite finie à gauche et une limite finie à droite admet une limite en ce point.

□ Si une fonction admet en un point une limite à gauche et une limite à droite égales alors elle est définie en ce point.

Q3. Trouver la mauvaise réponse

□Toute fonction dérivable à gauche est continue à gauche .

□ Toute fonction dérivable à droite est continue à droite.

□ Toute fonction dérivable est continue.

□ Toute fonction continue est dérivable.

□Toute fonction dérivable est continue à gauche et à droite.