

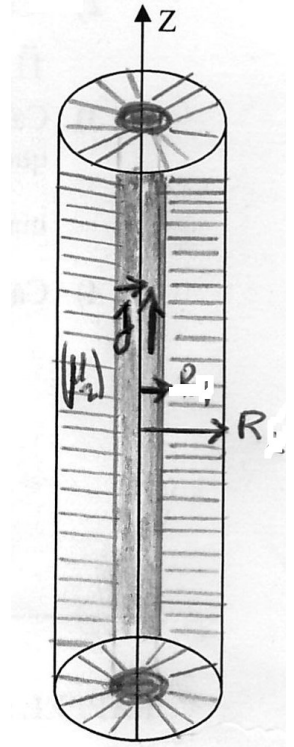
TD N° 2 : Milieux aimantés

**Exercice 1 : (Partie de l'examen de la session ordinaire, juin 2011)**

Un matériau magnétique parfait, de perméabilité magnétique relative  $\mu_r$ , est limité par deux surfaces cylindriques, de rayon externe  $R$ , de rayon interne  $a$  et de hauteur  $l$ . Un courant réel, distribué avec une densité volumique  $\vec{j}$  uniforme, parcourt le cylindrique de rayon  $a$  parallèlement à l'axe  $Z'Z$ . L'aimantation du milieu est définie, en un point  $M(r, \theta, z)$  de son

volume, par  $\vec{J}(M) = \frac{(\mu_r - 1)I}{2\pi r} \cdot \vec{e}_\theta$  dans la base cylindrique ( $\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z$ )

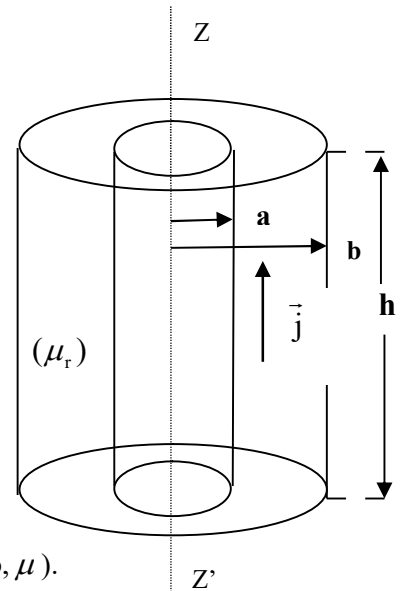
- 1) Déterminer les vecteurs densités des courants fictifs d'aimantation.
- 2) - Calculer les intensités des courants fictifs volumique  $I_v$  et surfacique  $I_s$  en fonction de  $\mu_r$  et  $I$ .  
 - Vérifier que le courant fictif d'aimantation total est nul.
- 3) En appliquant le théorème d'Ampère, déterminer les champs  $\vec{B}(M)$  et  $\vec{H}(M)$  créés en tout point  $M$  de l'espace.



**Exercice 2 : (Partie de l'examen de la session rattrapage, juillet 2013)**

Un milieu magnétique parfait, de perméabilité magnétique relative  $\mu_r$ , est limité par deux surfaces cylindriques ( $S_1$ ) et ( $S_2$ ) de même axe  $Z'Z$ , de hauteur  $h$  et de rayons respectifs  $a$  et  $b$ . Ce volume magnétique est parcouru par un courant électrique volumique réel de densité volumique  $\vec{j} = j \cdot \vec{e}_z$  uniforme.

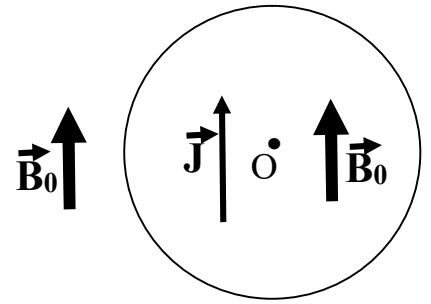
- 1) Montrer que le champ magnétique s'écrit dans la base cylindrique  $\vec{H}(M) = H_\theta(r) \cdot \vec{e}_\theta$ . ( $r$  est la distance du point  $M$  à l'axe  $Z'Z$ ).
- 2) Exprimer la densité volumique du courant réel  $\vec{j}$  en fonction de  $a$ ,  $b$  et de l'intensité  $I$  du courant réel total.
- 3) a- En utilisant le théorème d'Ampère généralisé, déterminer l'excitation magnétique  $\vec{H}$  en tout point  $M$  de l'espace.  
 b- En déduire le champ d'induction magnétique correspondant.
- 4) Déterminer le vecteur aimantation  $\vec{J}(M)$  de ce milieu aimanté.
- 5) a- Déterminer les distributions de courant fictif d'aimantation.  
 b- Calculer les courants fictifs correspondants en fonction de  $(h, I, a, b, \mu)$ .



**Exercice 3 :**

Un matériau magnétique parfait ( $l, h, i$ ) de forme sphérique de centre  $O$ , de rayon  $R$  et de perméabilité magnétique relative  $\mu_r$ , ne contenant aucun courant réel, est soumis à un champ d'induction magnétique uniforme  $\vec{B}_0 = B_0 \cdot \vec{e}_z$  parallèle à la direction  $OZ$ . Son aimantation induite est uniforme  $\vec{J} = J \cdot \vec{e}_z$ .

- 1) Déterminer les densités des courants fictifs d'aimantation.
- 2)
  - a- Calculer le champ d'induction magnétique  $\vec{B}_d^i$  en un point  $M$  à l'intérieur de la sphère aimantée où il est supposé uniforme) ainsi que l'excitation magnétique  $\vec{H}_d^i$ .
  - b- En déduire les champs  $\vec{B}_{tot}^i$  et  $\vec{H}_{tot}^i$  et  $\vec{J}$  en fonction du champ appliqué  $\vec{B}_0$ .



- 3) Calculer le champ d'induction et l'excitation magnétiques à l'extérieur de la sphère en admettant que celle-ci est équivalente à un dipôle magnétique situé en son centre O et de moment magnétique  $\vec{m} = \frac{4}{3} \pi R^3 \vec{J}$ .
- 4) Calculer l'énergie magnétique  $W_m$  emmagasinée dans le volume magnétique.

#### Exercice 4 :

Un matériau ferromagnétique possède un cycle d'hystérésis d'équation :

$$B = (a + b H_m) H + b (H_m^2 - H^2) \quad \text{pour une branche du cycle}$$

$$B = (a + b H_m) H - b (H_m^2 - H^2) \quad \text{pour l'autre branche}$$

où a et b sont des constantes.

- 1) Représenter le cycle d'hystérésis.
- 2) Déterminer le champ rémanent  $B_r$ .
- 3) Déterminer l'excitation magnétique coercitive  $H_c$ .
- 4) Calculer la perméabilité magnétique instantanée  $\mu = \frac{dB}{dH}$ .
- 5) Déterminer l'énergie magnétique perdue au cours d'un cycle de ce matériau.

#### Rappel :

- En coordonnées cylindriques pour un champ de vecteurs  $\vec{A}(A_r, A_\theta, A_z)$ :

$$\text{rot } \vec{A} = \left( \frac{1}{r} \frac{\partial A_z}{\partial \theta} - \frac{\partial A_\theta}{\partial z} \right) \vec{e}_r + \left( \frac{\partial A_r}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial r} \right) \vec{e}_\theta + \frac{1}{r} \left( \frac{\partial(r A_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial A_r}{\partial \theta} \right) \vec{e}_z$$