Université My Ismaïl
Faculté des Sciences
Département de Physique

Année universitaire 2019-2020

<u>**Série 4 (mécanique quantique SMP4)**</u>

<u>**Exercice 1 .**</u>

Soit $\{|e_1\rangle, |e_2\rangle, |e_3\rangle\}$ une base orthonormée d'un espace vectoriel de dimension 3. On considère deux scalaire α et β et deux vecteurs :

$$|\Psi\rangle = \alpha\left(i|e_1\rangle + |e_2\rangle - |e_3\rangle\right)$$

$$|\Phi\rangle = \beta\left(|e_2\rangle + |e_3\rangle\right)$$

1-Montrer que le produit scalaire est nul quels que soient α et β.

2-Determiner α et β tels que $\langle\Psi|\Psi\rangle=\langle\Phi|\Phi\rangle=1$.

3-Trouver un vecteur $|\chi\rangle$ de manière à ce que la famille $\{|\chi\rangle, |\Psi\rangle, |\Phi\rangle\}$ soit une base orthonormé de l'espace vectoriel $\mathbb{E}$.

<u>**Exercice 2**</u>

Soit A une observable agissant dans l'espace des états à n dimensions. Et soit $\{|\varphi_k\rangle\}$ (k=1,2,3…n) la base orthonormée propre de A .

$$(A|\varphi_k\rangle = a_k|\varphi_k\rangle)$$

On définit l'opérateur linéaire U(k,l) par :

$$U(k,l)= |\varphi_k\rangle\langle\varphi_l\rangle|$$

1-Calculer l'adjoint $U^+(k,l)$ de U(k,l).

2-Evaluer le commutateur $[A, U(k,l)]$ et en déduire $[A, U(k,k)]$.

3- Calculer la trace de $U(k,l)$

4-Démontrer la relation $B = \sum_{k,l} B_{kl}\, U(k,l)$. Pour cela on écrira :

$$B = 1B1$$

5-monter que $B_{kl} = Tr\{BU^+(k,l)\}$

Exercice 3

Soit $\{|u_1\rangle, |u_2\rangle, |u_3\rangle\}$ une base orthonormée de L'espace des états d'un système physique est à trois dimensions. Dans cet espace, on définit un ket $|\varphi\rangle$ par :

$$|\varphi\rangle = \sqrt{2}\,|u_1\rangle + i\,|u_2\rangle + |u_3\rangle$$

1. Montrer que $|\varphi\rangle$ n'est pas normée à l'unité.

2. Définir à partir de $|\varphi\rangle$ un ket $|\Phi\rangle$ normé à l'unité.

3. Définir l'opérateur projecteur sur le ket $|\Phi\rangle$.

4. Calculer dans la base $\{u_i(x)\}$ (i=1,2,3), la matrice représentant l'opérateur projecteur P sur le ket $|\Phi\rangle$.

5. l'opérateur projecteur P est-il hermétique ?