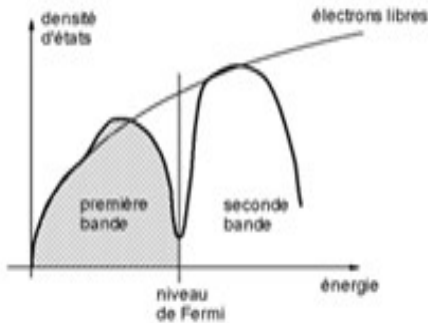


**Travaux dirigés – Série 1**

**Etude d'un cas particulier : Semi-métal**

Dans un semi-métal la largeur de la bande interdite est nulle et la densité d'états est représentée comme la figure ci-dessous :



**Figure 1 : Représentation de la densité d'états dans un semi-métal**

Soient  $N$  le nombre total d'électrons et  $E_F$  l'énergie de Fermi à  $T = 0K$ .

- 1- Etablir l'expression de la densité d'états d'un tel cas ;
- 2- En superposant à la figure 1 la distribution de Fermi-Dirac à  $T = 0K$ , décrire la répartition des électrons entre bande de valence et bande de conduction ;

- 3- Calculer l'énergie interne du gaz d'électrons à  $T = 0K$  en fonction de  $N$  et  $E_F$  ; à partir du résultat obtenu expliquer le caractère quantique du comportement du gaz d'électrons ;
- 4- On se place maintenant dans le cas d'une température finie  $T \neq 0K$ . Soit  $\mu(T)$  le potentiel chimique à température  $T$  (dans la suite on le notera  $\mu$ ). On considère  $N_e$  le nombre d'électrons dans la bande de conduction. Exprimer  $N_e$  sous la forme d'une intégrale (sans la calculer) ;
- 5- Soit  $N_t$  le nombre de trous dans la bande de valence. Justifiez l'expression suivante :

$$N_t = 2 \int_0^{E_F} D(E) \cdot \left(1 - \frac{1}{e^{\beta(E-\mu)} + 1}\right) \quad (1) \quad \beta = \frac{1}{k_B T}$$

- 6- On se place désormais dans la limite de basses températures :  $k_B T \ll E_F$ .
  - a. Montrer qu'il est possible d'écrire l'expression (1) sous la forme ; Définir  $A$  et  $\xi$  :
 
$$N_t = A \cdot \left(\frac{k_B T}{E_F}\right)^{3/2} \int_0^\infty \frac{\sqrt{x}}{\xi^{-1} e^x + 1} \quad x = \beta(E_F - E) \quad ;$$
  - b. Récrire l'expression donnant  $N_e$  en fonction d'une intégrale de la variable  $y = -x$  ;
  - c. Montrer que  $\mu$  est indépendant de la température et donner son expression ;
  - d. En déduire les expressions de  $N_e$  et  $N_t$  en fonction de  $N$ ,  $T$  et de la température de Fermi ; on exprimera le résultat à l'aide de l'intégrale :

$$I(\alpha) = \int_0^\infty \frac{x^\alpha}{e^x + 1} \quad I(1/2) = 0,678$$