

**Série N°3 : Propagation des ondes électromagnétiques
dans les milieux matériels**

Exercice 1 : Préciser l'état de polarisation des ondes suivantes en justifiant votre réponse.

$$\text{a) } \vec{E}(M, t) = \begin{cases} E_x = E_{0x} \cos(\omega t - kz) \\ E_y = E_{0y} \cos(\omega t - kz - 3\pi) \\ E_z = 0 \end{cases} \quad ; \quad \text{b) } \vec{E}(M, t) = \begin{cases} E_x = E_0 \cos(\omega t - ky) \\ E_y = 0 \\ E_z = E_0 \cos(\omega t - ky + \frac{\pi}{3}) \end{cases}$$

$$\text{c) } \vec{E}(M, t) = \begin{cases} E_x = 0 \\ E_y = E_0 \cos(\omega t - kx + \frac{3\pi}{2}) \\ E_z = E_0 \cos(\omega t - kx) \end{cases} \quad ; \quad \text{d) } \vec{E}(M, t) = \begin{cases} E_x = -\frac{1}{2} E_0 \cos\left(\omega t - k \cdot \frac{x\sqrt{3} + y}{2}\right) \\ E_y = -\frac{\sqrt{3}}{2} E_0 \cos\left(\omega t - k \cdot \frac{x\sqrt{3} + y}{2}\right) \\ E_z = 0 \end{cases}$$

e) $\vec{E}(M, t) = E_0 \cos(\omega t - kx) \cdot \vec{e}_y$

Exercice 2 :

Une onde électromagnétique plane monochromatique de pulsation ω se propage dans un milieu diélectrique parfait (non absorbant). Son champ électrique en un point $\mathbf{M}(x, y, z)$ de l'espace, à l'instant \mathbf{t} , s'écrit :

$$\vec{E}(M, t) = \begin{cases} E_x = E_0 \cos(\omega t - ky - \frac{5\pi}{2}) \\ E_y = 0 \\ E_z = E_0 \cos(\omega t - ky) \end{cases} \quad (\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$$

- 1) Déterminer l'expression du vecteur d'onde \vec{k} . Préciser la direction et le sens de propagation de l'onde.
- 2) Indiquer le type de polarisation de l'onde. Justifier votre réponse.
- 3) Déterminer le champ d'induction magnétique $\vec{B}(M, t)$ correspondant.
- 4) Calculer le vecteur de Poynting $\vec{R}(M, t)$. Conclure.

Exercice 3 :

Une onde électromagnétique plane monochromatique, de pulsation ω , se propage dans un milieu diélectrique parfait (non absorbant). L'expression de son champ électrique, au point $\mathbf{M}(x, y, z)$ à l'instant \mathbf{t} , est :

$$\vec{E}(\mathbf{M}, t) = \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2\sqrt{2}} E_0 \cos\left(\omega t - k \cdot \frac{x+y}{\sqrt{2}}\right) \\ \frac{1}{2\sqrt{2}} E_0 \cos\left(\omega t - k \cdot \frac{x+y}{\sqrt{2}}\right) \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} E_0 \cos\left(\omega t - k \cdot \frac{x+y}{\sqrt{2}}\right) \end{pmatrix}$$

$(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$

- 1) Déterminer le vecteur d'onde \vec{k} , ainsi que le vecteur unitaire \vec{e}_u de la direction de propagation.
- 2) Déterminer le vecteur unitaire \vec{e}_v de la direction du champ électrique $\vec{E}(\mathbf{M}, t)$. Quel est le type de polarisation de l'onde? Comparer les directions de \vec{e}_u et \vec{e}_v . Conclure.
- 3) Déterminer le champ magnétique $\vec{B}(\mathbf{M}, t)$ associé à cette onde.

Exercice 4 :

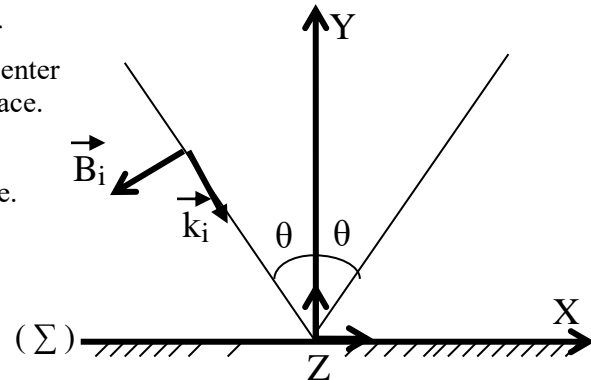
Une OEM plane monochromatique incidente se propage dans le milieu 1 (air) et arrive sous un angle d'incidence θ à la surface ($\Sigma = \text{plan XOZ}$) qui sépare ce milieu du milieu 2 (bon conducteur). Son champ d'induction magnétique est situé dans le plan d'incidence (\mathbf{XOY}).

On désignera par :

$(\vec{E}_i, \vec{B}_i, \vec{k}_i)$: L'onde incidente

$(\vec{E}_r, \vec{B}_r, \vec{k}_r)$: L'onde réfléchie sur la surface (\mathbf{XOZ}) du conducteur

- 1) a- En s'appuyant sur les propriétés d'une O.E.M. plane, représenter sur la figure ci-contre, l'onde incidente en un point M de l'espace.
b- Exprimer le vecteur d'onde \vec{k}_i dans la base cartésienne.
c- Déterminer le champ électrique $\vec{E}_i(\mathbf{M}, t)$ de l'onde incidente.
- Préciser le type de polarisation de cette onde.
- Indiquer le mode fondamental de polarisation.



- 2) Déterminer le champ $\vec{B}_i(\mathbf{M}, t)$.
- 3) a- Exprimer \vec{k}_r dans la base cartésienne
b- Ecrire l'expression du champ $\vec{E}_r(\mathbf{M}, t)$ de l'onde réfléchie.
c- En utilisant la relation de passage déduire le sens de $\vec{E}_r(\mathbf{M}, t)$ et représenter sur la figure les vecteurs $\vec{E}_r(\mathbf{M}, t)$, $\vec{B}_r(\mathbf{M}, t)$ et \vec{k}_r de l'onde réfléchie.
- 4) Déterminer l'expression du champ $\vec{B}_r(\mathbf{M}, t)$.
- 5) Ecrire l'expression du champ $\vec{E}(\mathbf{M}, t)$ de l'onde résultante de la superposition des ondes incidente et réfléchie en un point M de l'espace ($Y > 0$).
- Quelle est la nature de l'onde obtenue?

Exercice 5

Une surface plane, confondue avec le plan (\mathbf{XOY}) d'un repère cartésien, sépare deux milieux diélectriques parfaits (non absorbants) et non magnétiques ($\mu_{r1} = \mu_{r2} = 1$) de permittivités diélectriques absolues et d'indices de réfraction respectifs (voir figure):

Milieu 1 (MD1) : ($Z > 0$) : (ϵ_1, μ_0, n_1)

Milieu 2 (MD2) : ($Z < 0$) : (ϵ_2, μ_0, n_2)

Les deux milieux ne contiennent ni charge ($\rho = 0$) ni courant réels ($\vec{j} = \vec{0}$). On repère un point \mathbf{M} de l'espace par ses coordonnées cartésiennes ($\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}$). Une OEM incidente $(\vec{E}_i, \vec{B}_i, \vec{k}_i)$, plane sinusoïdale

de pulsation ω et de vecteur d'onde \vec{k}_i , polarisée rectilignement suivant l'axe \mathbf{Ox} ($\vec{E}_i \perp (\text{YOZ})$) (voir figure), se propage dans le milieu (**MD1**). Son champ électrique en notation complexe est de la forme :

$$\vec{E}_i(\mathbf{M}, t) = \vec{E}_{0i} e^{j(\omega t - \vec{k}_i \cdot \vec{r})}$$

Cette onde arrive à la surface de séparation sous un angle d'incidence θ_1 ($0 < \theta_1 < \frac{\pi}{2}$), donnant naissance à une onde ($\vec{E}_r, \vec{B}_r, \vec{k}_r$) réfléchie dans le milieu (**MD1**) et une onde ($\vec{E}_t, \vec{B}_t, \vec{k}_t$) transmise dans le milieu (**MD2**) sous un angle de réfraction θ_2 . Les amplitudes des champs électriques réfléchis et transmis sont E_{0r} et E_{0t} respectivement. **On considère le cas** $n_1 > n_2$.

- 1) Exprimer les vecteurs d'onde \vec{k}_i , \vec{k}_r et \vec{k}_t dans la base cartésienne $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$.
- 2) En se basant sur les coefficients de réflexion et de transmission en amplitude, et les propriétés des ondes planes, compléter la figure ci-dessous par les vecteurs $(\vec{B}_i, \vec{E}_r, \vec{B}_r, \vec{E}_t, \vec{B}_t)$.
- 3) Rappeler la relation de structure d'une onde plane existant entre les trois vecteurs $\vec{E}(\mathbf{M}, t)$, $\vec{B}(\mathbf{M}, t)$ et \vec{k} .
- 4) Déterminer les expressions des champs $\vec{E}_i(\mathbf{M}, t)$ et $\vec{B}_i(\mathbf{M}, t)$ de l'onde incidente, $\vec{E}_r(\mathbf{M}, t)$ et $\vec{B}_r(\mathbf{M}, t)$ de l'onde réfléchie, $\vec{E}_t(\mathbf{M}, t)$ et $\vec{B}_t(\mathbf{M}, t)$ de l'onde transmise.
- 5) Préciser le mode de polarisation de cette OEM.

