Examen de Mécanique des Solides

07/02/2022 - Durée de l'épreuve : 2h

Exercice 1 : (6 pts)

Le repérage d'un solide ou d'un système de solides dans un repère $R_0(O, \vec{x_0}, \vec{y_0}, \vec{z_0})$ nécessite plus d'information. En effet, le positionnement d'un solide auquel on lie un repère $R(G, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ nécessite d'introduire les angles caractéristiques. On introduira deux repères intermédiaires $R_1(O, \vec{u}, \vec{v}, \vec{z_0})$ et $R_2(O, \vec{u}, \vec{w}, \vec{z})$.

1) Préciser ces angles et leurs vitesses de rotation.
2) Définir l'orientation de ces angles par des schémas.
3) Écrire le vecteur de taux de rotation $\overrightarrow{\Omega}_{R/R_0}$, l'exprimer dans R_0, R_1, R_2 et R.

Exercice 2 : (6 pts)

On donne les points suivants du solide (S) déterminés par leurs coordonnées dans un repère orthonormé R_0 direct lié à ce solide : $A(0, 0, 0)$ et $B(1, 1, 0)$ et $C(1, 1, 1)$.

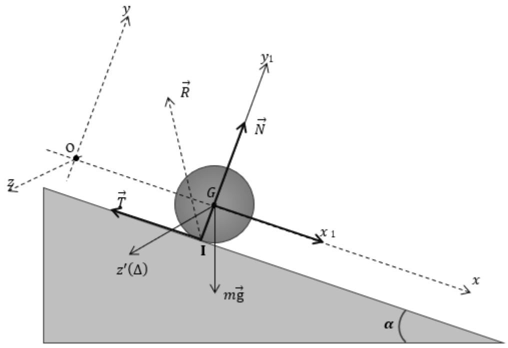
A un instant t_0, les vecteurs vitesses des points A, B et C ont respectivement pour composantes dans ce repère : $(2, 1, -3)$ et $(0, 3, -1)$ et $(-1, 2, -1)$.

1) Déterminer le vecteur rotation $\overrightarrow{\Omega}_{S/R_0}$ du torseur cinématique.
2) Déterminer $\overrightarrow{V}(M \in S/R_0)$.
3) Déterminer les éléments du mouvement hélicoïdal uniforme tangent, à l'instant considéré t_0.
4) Montrer que l'invariant vectoriel est de forme :

$$\overrightarrow{I}(t_0) = \frac{\overrightarrow{V}(B)\overrightarrow{\Omega}}{\overrightarrow{\Omega}^2}\overrightarrow{\Omega} = \alpha\overrightarrow{\Omega}$$

Exercice 3 : (8 pts)

Un sphère (S) roule avec ou sans glissement la ligne de plus grande pente d'un plan incliné. On désigne par : α l'angle d'inclinaison du plan sur l'horizontal la masse de la sphère, a son rayon et f le coefficient de frottement de la sphère au contact du plan ($\overrightarrow{R} = T\vec{x} + N\vec{y}$)



1) En appliquant le Théorème de la résultante et celui du moment cinétique, établir trois équations scalaires.
2) Déterminer la condition de roulement sans glissement au point de contact géométrique (I) entre la sphère et le plan incliné.
3) Déterminer les équations du mouvement (par rapport aux paramètres primaire x et α) et les actions de contact N et T.
4) Lorsqu'on remplace la condition de roulement sans glissement par celle de glissement qui apparait lorsque $|T| = f|N|$, que devient les équations précédents (ceux de la question 1).