Année Universitaire 2019-2020
Parcours MIP
Module P135

Examen de Mécanique des Solides

17/01/2020 - Durée de l'épreuve : 2h

N.B. Les quatre exercices sont indépendants.

<u>Exercice 1 :</u> (5 pts)

Soient deux torseur $[T_i]$=[$\overrightarrow{R}_i$, $\overrightarrow{M}_i$], $i = 1, 2$ non réduits à des couples ou à des glisseurs. On définit le champ $\overrightarrow{H}$ en tout point P par $\overrightarrow{H}(P) = \overrightarrow{R}_1 \wedge \overrightarrow{M}_2(P) - \overrightarrow{R}_2 \wedge \overrightarrow{M}_1(P)$.

1) Montrer que $\overrightarrow{H}$ est équiprojectif, en déduire la résultante générale $\overrightarrow{S}$ du torseur [T]=[$\overrightarrow{S}_h$, $\overrightarrow{H}$].

2) Soit E l'espace vectoriel des torseurs et soit * l'application :

$$^* : E \times E \longmapsto E$$

$$(T_1, T_2) \longmapsto T_1^* T_2 = T$$

Montrer que l'application * est bilinéaire et antisymétrique

3) Le produit usuel des torseurs (ou comoment) étant noté par x. Calculer $T \times T_1$ et $T \times T_2$. En déduire les axes centraux Δ, Δ_1 et Δ_2 vérifiant : ($\Delta \perp \Delta_1$, Δ coupe Δ_1) et ($\Delta \perp \Delta_2$, Δ coupe Δ_2)

4) Calculer $T \times T$ en fonction de $\|R_1\|$, $\|R_2\|$, $T_1 \times T_2$, (R_1, R_2) et des invariants I_1 et I_2 de T_1 et T_2.

<u>Exercice 2 :</u> (4 pts)

Pour passer d'un repère $R(O, \vec{x_0}, \vec{y_0}, \vec{z_0})$ absolu à un repère $R_S(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ lié au solide S, mettre en évidence les angles d'Euler sur une figure claire (on introduira deux repères intermédiaires $R_1(O, \vec{u}, \vec{v}, \vec{z_0})$ et $R_2(O, \vec{u}, \vec{w}, \vec{z})$).

Préciser la signification de chacun des angles et donner la vitesse de rotation instantanée $\vec{\Omega}_{R_{OS}/R}$ dans les bases liées $R_2(O, \vec{u}, \vec{w}, \vec{z})$ et $R_S(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$

Exercice 2 : (3 pts)

Énoncer le Théorème de Huygens (Donner un schéma explicatif)

Exercice 2 : (8 pts)

Soit $R_0(O, \vec{x_0}, \vec{y_0}, \vec{z_0})$ un repère orthonormé direct dans lequel on étudie le mouvement d'un solide (S).

(S) est une boule homogène de rayon R, qui reste au contact du plan $(O, \vec{x_0}, \vec{y_0})$ et dont un point A de la surface, situé à la distance R du plan $(O, \vec{x_0}, \vec{y_0})$ et fixe dans R_0 tel que $\overrightarrow{OA} = R\vec{z_0}$. On appelle G le centre de (S), m sa masse et I le point de contact de la boule et du plan.

Soit $R(G, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ un repère orthonormé direct lié à (S) avec $\vec{z} = \frac{\overrightarrow{AG}}{R}$. On repère la position de (S) dans R_0 par les angles d'Euler habituelles.

1) Calculer par les éléments de réduction en A, les torseurs cinétiques et dynamiques de (S) Quelle particularité présente le torseur cinétique ? Calculer $2T(S/R_0)$

2) Que devienne les résultats précédents dans l'hypothèse où il y a non glissement en I ? Quelle particularité présente le torseur dynamique ?