Examen de Mécanique des Solides

Session Normale 2018 - Durée de l'épreuve : 2h

N.B. Les exercices sont indépendants. Tous les documents sont interdits

Exercice 1 : (5 pts)

Le repérage d'un solide ou d'un système dans un repère $R_0(O,\, \vec{x_0},\, \vec{y_0},\, \vec{z_0})$ nécessite plus d'information. En effet, le positionnement d'un solide auquel on lie un repère $R(G,\, \vec{x},\, \vec{y},\, \vec{z})$ nécessite d'introduire les angles caractéristiques :

1) Préciser ces angles et leurs vitesses de rotation.
2) Définir l'orientation de ces angles par des schémas.
3) Écrire le vecteur de taux de rotation $\overrightarrow{\Omega}_{R/R_0}$ de R par rapport à R_0.

Exercice 2 : (5 pts)

Dans un repère $R(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ orthonormé et direct, on considère les torseurs $[T_1]$ et $[T_2]$ dont les éléments de réduction au point O sont respectivement et définis par $[\overrightarrow{M}_1(0),\, \overrightarrow{R}_1]$ et $[\overrightarrow{M}_2(0),\, \overrightarrow{R}_2]$ définis par :

$$\begin{cases} \overrightarrow{M}_1(0) = -a\sin\alpha\vec{i} - a\cos\alpha\vec{j} \\ \overrightarrow{R}_1 = \cos\alpha\vec{i} - \sin\alpha\vec{j} \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} \overrightarrow{M}_2(0) = -a\sin\alpha\vec{i} + a\cos\alpha\vec{j} \\ \overrightarrow{R}_2 = \cos\alpha\vec{i} + \sin\alpha\vec{j} \end{cases}$$

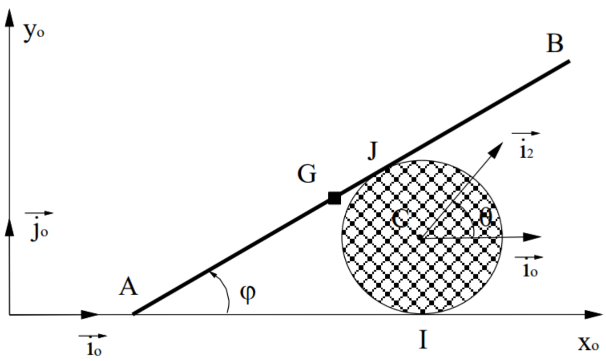
Où a et α sont des constantes non nulles.

1) Calculer les invariants scalaires des torseurs $[T_1]$ et $[T_2]$ et déduire leurs natures.
2) Calculer $\overrightarrow{M}_1(0')$ pour un point O' de coordonnées (0,1,1).
3) Déterminer l'équation de l'axe centrale de $[T_1]$ et calculer le moment $\overrightarrow{M}_2(P)$ en un point P de cet axe.

4) Déterminer les valeurs de α pour lesquelles le torseur $[T_3]$=$[T_1]$+$[T_2]$ est un glisseur.

<u>Exercice 3 :</u> **(10 pts)**

On considère un système matériel ($\sum$) constitué de deux solides (S_1) et (S_2). Le solide (S_1) est une barre AB de longueur $2l$, de milieu G et de masse m_1 et le solide (S_2) est un disque homogène de C, de rayon r et de masse m_2. Le système ($\sum$) est en mouvement dans un repère galiléen $R_0(O, \vec{i_0}, \vec{j_0}, \vec{k_0})$ de sorte que l'extrémité A de (S_1) glisse sans frottement l'axe Ox_0.



Le solide (S_1) est en contacte ponctuel avec (S_2) en J et le coefficient de frottement f entre (S_1) et (S_2) est tel que (S_1) glisse sur (S_2).

Le solide (S_1) est repéré dans R_0 par l'abscisse x_0 de C et par l'angle θ. On applique sur (S_2) un couple $\vec{\Gamma} = -\Gamma\vec{k_0}$ ($\Gamma > 0$).

On définit $R_1(A, \vec{i_1}, \vec{j_1}, \vec{k_0})$ et $R_2(C, \vec{i_2}, \vec{j_2}, \vec{k_0})$ comme étant deux repères liés à (S_1) et (S_2), respectivement. On désignera par $\vec{R}_A$ la réaction de l'axe Ox_0 sur (S_1), $\vec{R}_J = T_J\vec{i_1} + N_J\vec{j_1}$ la réaction de (S_2) sur (S_1) et $\vec{R}_I = T_I\vec{i_1} + N_I\vec{i_1}$, la réaction de l'axe Ox_0 sur (S_2).

1) Exprimer dans la base $(\vec{i_0}, \vec{j_0}, \vec{k_0})$ les vecteurs $\vec{\Omega}(S_1/R_0)$, $\vec{\Omega}(S_2/R_0)$, $\vec{V}(C/R_0)$,$\vec{V}(G/R_0)$, $\vec{\gamma}(C/R_0)$ et $\vec{\gamma}(G/R_0)$.

2) Donner la condition de mouvement sans glissement de (S_2) sur l'axe Ox_0.

3) On admet que le contact en J entre (S_1) et (S_2) est tel que le triangle (AIJ) est isocèle et que $\tan\frac{\varphi}{2} = \frac{r}{x_C - x_A}$. Montrer que la vitesse de glissement de (S_1) sur (S_2) est :

$$\vec{V}_g(S_1/S_2) = [(x_A - x_C)\cos\varphi - r\theta]\vec{i_I}$$

4) Calculer les moments cinétiques et dynamiques suivants : $\vec{\sigma}(A, S_1/R_0)$, $\vec{\sigma}(I, S_2/R_0)$,

$\overrightarrow{\delta}(A, S_1/R_0)$ et $\overrightarrow{\delta}(I, S_2/R_0)$.

5) Calculer les énergies cinétiques $E_C(S_1/R_0)$ et $E_C(S_2/R_0)$.

6) Équations de mouvement du système (Σ) pour déterminer les inconnus x_A, x_C, φ,θ, R_A, T_J, T_I, N_I (question à rajouter).

7) Appliquer le P.F.D. à (S_1) seul puis à (S_2) seul et déduire le nombre d'équations algébriques obtenus.